الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية

الرياضيات

7

السنة السابعة من التعليم الأساسي

1 2 3 4 5 6 7 8 9


تصوير ومعالجة
كمال عمروسي
ذاكرة المدرسة الجزائرية



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية



السنة السابعة من التعليم الأساسي

المؤلفون :

أكلي سلاوتي — زبيدة بوحوشين

ابراهيم العسل — مقتدر زروقي

الطاهر عمور

تحت اشراف : المفتشة العامة للرياضيات

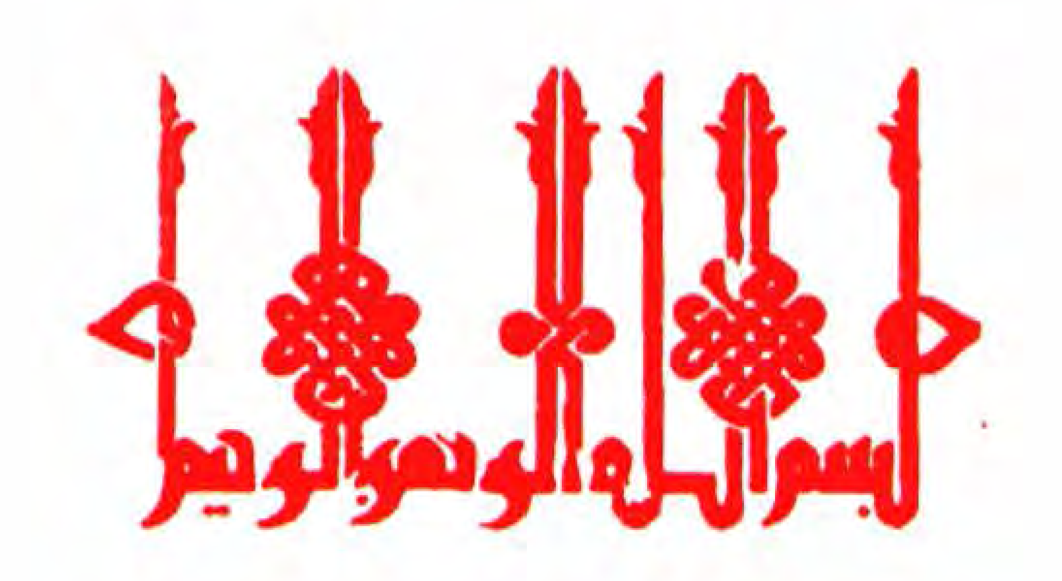
السيدة زهية فارسي



المعهد التربوي الوطني - الجزائر



ال * تصوير ومعالجة : عمروسي كمال * تصوير ومعالجة : عمروسي كمال تصوير ومعالجة : عمروسي كمال * تصوير ومعالجة : عمروسي كمال



هذا الكتاب هو الأول من سلسلة كتب الرياضيات للطور الثالث من التعليم الأساسي ، وهو موجه بالدرجة الأولى إلى التلميذ .

وضمانا لاستمرارية منهجية كتب الطور السابق ، فقد وردت مفاهيم البرنامج على شكل أنشطة ، يسمح بعضها بتعزيز مكتسبات التلميذ ، وبعضها الآخر يزوده بمعارف ومهارات جديدة .

أولينا أهمية كبيرة لتقنيات الحساب وللإنشاءات الهندسية .

قدمت الدروس وفق تسلسل يسمح للتلميذ بالتعلّم المنسجم للحساب والهندسة معا .

يتضمن هذا الكتاب صفحات خاصة ملوّنة ، الهدف منها تنمية الرغبة في البحث والاكتشاف عند التلميذ من جهة وخدمة الجانب الثقافي من جهة أخرى .

نأمل أن يلبيَ عملنا رغبات المربين ونتمنى أن يثروه بملاحظاتهم واقتراحاتهم المفيدة .

والله ولي التوفيق .

المفتشة العامة للرياضيات

السيدة زهية فارسي

1 المجموعـات
مجموعة الأعداد الطبيعية

الانتمـاء

1 ـ المجموعة والعنصر :

النشاط الأول :

اكتب مجموعة حروف كلمة « تلميذ » .

إذا رمزت لهذه المجموعة بالحرف س . تحصل على الكتابة :

س = { ت ، ل ، م ، ى ، ذ }

الحروف ت ، ل ، م ، ي ، ذ هي عناصر المجموعة س .

نقول إن ل ينتمي إلى س ونكتب : ل $\in$ س

$\in$ **هو رمز الانتماء**

ـ هل الحرف ص ينتمي إلى المجموعة س ؟ لا .

نقول إن ص لا ينتمي إلى س ونكتب : ص $\notin$ س

$\notin$ هو رمز عدم الانتماء .

النشاط الثاني :

اكتب المجموعة ع التي تتكون من حروف كلمة « رياضيات » .

أكمل ما يلي باستعمال أحد الرمزين : $\in$ ، $\notin$:

ي ... ع ؛ ت ... ع ؛ ل ... ع ؛ م ... ع ؛ هـ ... ع .

لكتابة مجموعة :

- نضع العناصر بين حاضنتين .
- نفصل بين كل عنصر وآخر بفاصلة .
- نكتب كل عنصر من المجموعة مرة واحدة .
- ترتيبُ العناصر ليس له أهمية .

أمثلة :

ج هي مجموعة أرقام العدد الطبيعي 24541031

نكتب : ج = { 1 ، 3 ، 0 ، 4 ، 5 ، 2 } .

ط هي مجموعة الأعداد الطبيعية نكتب :

ط = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، .... }

ط* = { 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، .... } هي مجموعة الأعداد الطبيعية غير المعدومة

المجموعة { 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 ، .... } هي مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية .

المجموعة { 0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8 ، ... } هي مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية .

ل = { 2,5 ، 1,7 ، 5,3 ، 4,82 } هي مجموعة عناصرها أعداد عشرية .

2 ـ تعيين مجموعة :

تتعين المجموعة بطريقتين :

1) بذكر جميع عناصرها

مثلا : ج هي مجموعة حروف كلمة « الرياضيات » .

نكتب : ج = { ا ، ل ، ر ، ى ، ض ، ت } .

نقول إننا عيّنا المجموعة ج **بالقائمة** .

2) **بذكر خاصة مميزة** تشترك فيها كل العناصر ويمكن بواسطتها الحكم عن انتماء عنصر أو عدم انتمائه إلى المجموعة .

نكتب : س = { ي / ي هو يوم من أيام الأسبوع }

ونقرأ : س هي مجموعة العناصر ي حيث ي هو يوم من أيام الأسبوع .

نقول إننا عيّنا المجموعة س **بخاصة مميزة** .

مثال : ع هي مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية .

نكتب ع = { س / س عدد طبيعي زوجي } .

• إليك المجموعة س = { 1 ، 2 ، 6 ، 4 ، 8 }

إن العبارة « أ عدد طبيعي زوجي أصغر من 9 » خاصة مشتركة للعناصر 2 ، 4 ، 6 ، 8 ولكنها ليست خاصة مميزة للمجموعة س .

---

1) ح = { 10 ، 11 ، 12 ، 13 ، 14 ، 15 ، 16 ، 17 ، 18 ، 19 }

ـ اكتب المجموعة ح باستعمال خاصة مميزة .

2) ف هي مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأصغر من 20 .

ـ اكتب المجموعة ف بالقائمة .

3) س = { أ/أ ∋ ط و 6 > أ > 10 } .

ـ عيّن س بالقائمة .

---

3 ـ تمثيل مجموعة :

نمثل المجموعة بخط كنحن مغلق ، ويمثل كل عنصر من المجموعة بنقطة **داخل** الخط وكل عنصر لا ينتمي إلى المجموعة بنقطة **خارج** الخط .

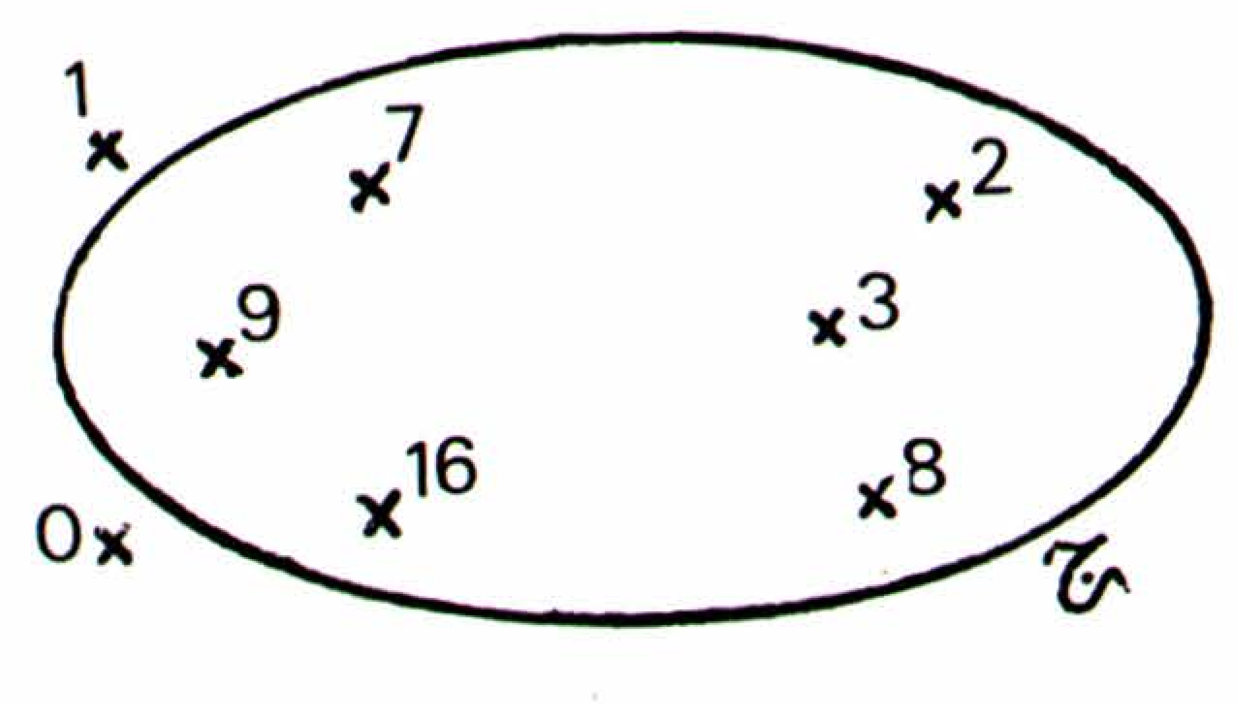
• نسمي هذا التمثيل **مخطط فين** للمجموعة

مثال : الشكل (1) يمثل المجموعة :

ج = { 3 ، 2 ، 7 ، 9 ، 8 ، 16 }

نقول إننا مثّلنا المجموعة

ج **بمخطط** « **فين** »



الشكل (1)

---

1) مثّل بمخطط فين مجموعة حروف كلمة « بلابل » .

2) مثّل المجموعة : س = { ي/ي ∋ ط و 2 > ي > 10 } .

---

4 ـ المجموعات الخاصة :

نشاط :

- اكتب مجموعة حروف كلمة « باب » ومجموعة أرقام العدد 10011
كل منهما تشمل عنصرين وتسمى **مجموعة ثنائية** .
- اكتب مجموعة أرقام العدد 222 .
إنها تشمل عنصرا واحدا فقط وتسمى **مجموعة أحادية** .
- لديك المجموعة : س = { أ/أ ∈ ط و 3 < أ < 4 }

ـ هل يمكنك إيجاد عنصر من هذه المجموعة ؟

لاحظ أن هذه المجموعة لا تشمل أي عنصر .

نقول عن س إنها **مجموعة خالية** .

ونرمز إليها بالرمز ϕ

ونكتب : س = ϕ أو س = { }

- كل من {أ} ، {0 ، 1} ، {0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9} هي **مجموعة منتهية**
- مجموعة الأعداد العشرية . هي **مجموعة غير منتهية** .
- كل من ط ، ط* هي **مجموعة غير منتهية** .

---

1) هل كل من مجموعة أشهر السنة ، مجموعة ولايات الوطن ، مجموعة تلاميذ مدرسة ، هي مجموعة منتهية ؟

2) هل كل من { 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 ، ... } ، {0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8 ، ... } هي مجموعة منتهية ؟

3) ارسم مستقيما (∆) . هل (∆) مجموعة منتهية من النقط ؟

4) هل كل من { س/س ∈ ط و 31 < س < 32 ، و { س/س ∈ ع و 31 < س < 32 } مجموعة منتهية ؟

الاحتـواء

1 ـ أجزاء مجموعة :

نشاط : إليك المخطط الآتي :

ـ اكتب بالقائمة كلا من المجموعتين أ ، ب .

ـ هل كل عنصر من ب ينتمي إلى أ ؟ نعم .

الشكل (2)

المجموعة ب هي **مجموعة جزئية** من المجموعة أ أو ب هي **جزء** من أ

نقول إن ب **محتواة** في أ ونكتب : ب ⊃ أ

> المجموعة س محتواة في المجموعة ع ونكتب : س ⊃ ع .
> يعني أن كل عنصر من س ينتمي إلى ع .

تذكر أن كلاً من الأعداد 2,75 ، 0,6 ، 1,5 ، 12,43 هو عدد عشري .

الجزء الصحيح للعدد العشري 2,75 هو 2 وجزؤه العشري هو 0,75

لاحظ أن 5 = 5,0 ، 12 = 12,00 .

كل عدد طبيعي هو عدد عشري جزؤه العشري هو 0

أي ط ⊃ ع

ـ هل المجموعة : ج = { 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 } محتواة في أ ؟

ـ هل ج محتواة في ب ؟ لماذا ؟ .

نقول إن المجموعة ج غير محتواة في المجموعة ب لأن العنصر 7 ينتمي إلى المجموعة ج ولا ينتمي إلى المجموعة ب .

نكتب : ج ⊅ ب .

⊅ رمز **عدم الاحتواء** .

1) و = {0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9}

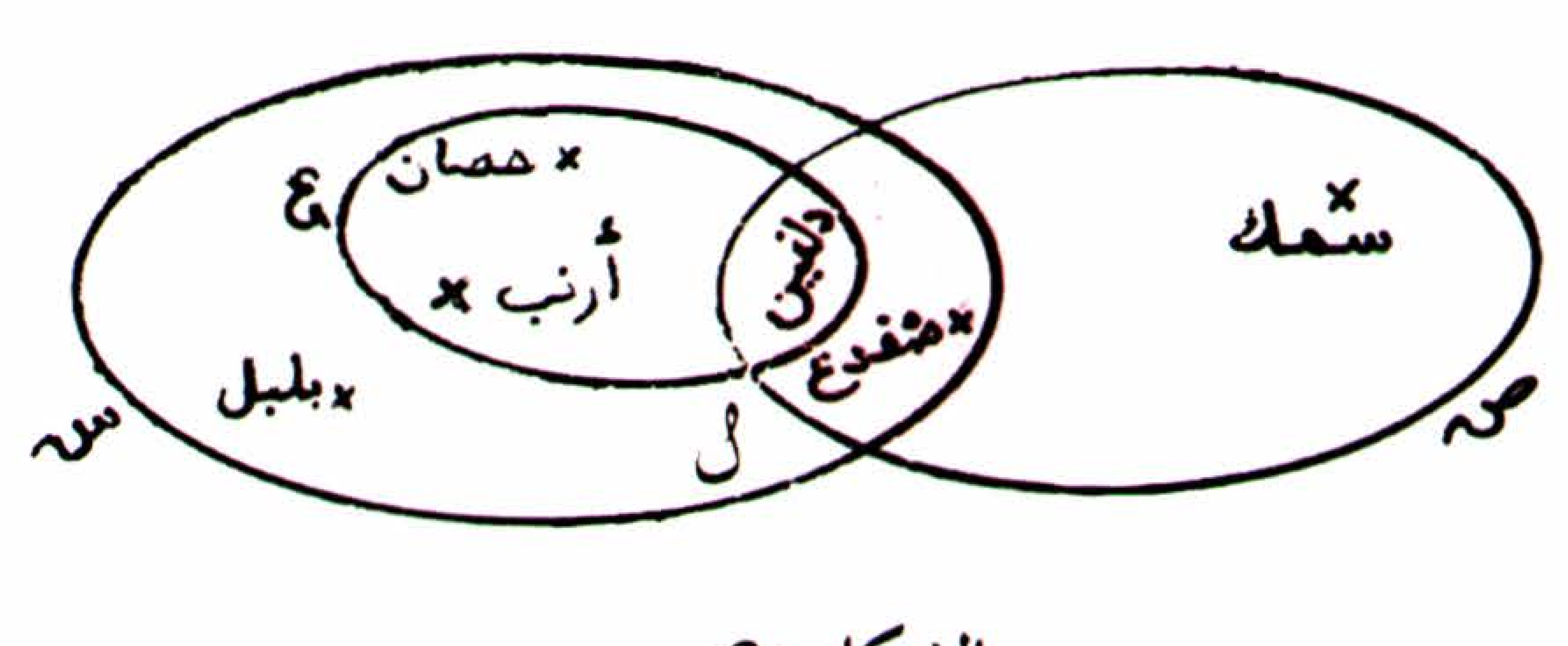
ل = {س/س ∈ ط و س مضاعف 3 و س < 10 }

ـ مثّل بمخطط فين كلا من المجموعتين و ، ل .

ـ هل المجموعة ل محتواة في المجموعة و ؟ لماذا ؟

ـ عيّن مجموعة جزئية من و غير محتواة في ل .

2) إليك المخطط الآتي :



الشكل (3)

ـ اكتب بالقائمة كلا من المجموعات : س ، ع ، ص ، ل

ـ اكمل باستعمال أحد الرمزين : ⊃ ، ⊅ ما يلي :

س ... ع ؛ ع ... س ؛ ع ... ص ، ل ... س ، ل ... ع ،
ل ... ص .

2 ـ خواص الاحتواء :

نشاط :

أ = {1 ، 3} ، ب = {3 ، 0 ، 1} ، ج = {1 ، 3 ، 0 ، 2 ، 8 ، 5}.

ـ هل أ ⊃ ب ؟ ب ⊃ ج ؟

لاحظ أن أ ⊃ ج .

ـ مثّل بمخطط فين المجموعات أ ، ب ، ج .

نتيجة (1) :

> سـ ، ع ، صـ ثلاث مجموعات .
> إذا كان سـ ⊂ ع و ع ⊂ صـ فإن سـ ⊂ صـ

و = { 3 ، 6 ، 9 }

ـ هل كل عنصر من و ينتمي إلى و ؟

لاحظ أن و ⊂ و .

نتيجة (2)

> كل مجموعة سـ محتواة في نفسها أي سـ ⊂ سـ

ملاحظة : المجموعة الخالية محتواة في أية مجموعة أخرى .

ـ بدل النقط بأحد الرمزين ∈ ، ⊂ :

{أ}...{ب ، د ، أ} ؛ أ...{أ ، ب} ؛ {أ}...{أ} ؛ φ...{1}

φ ... {0 ، 1} ؛ φ ... φ ؛ Φ ... {0}

---

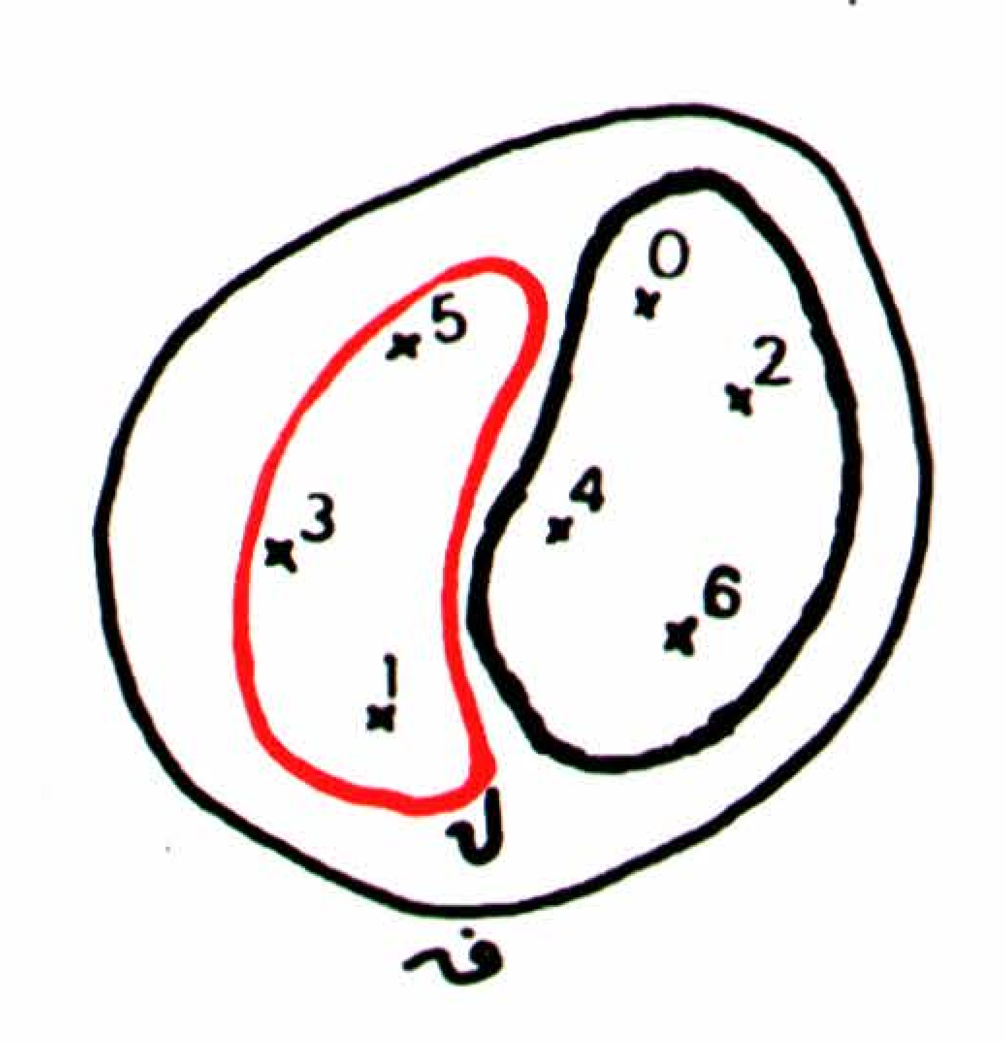
3 ـ متممة مجموعة :

نشاط :

و = {0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6} ،

ل = {1 ، 3 ، 5}

لاحظ أن ل ⊂ و



الشكل (4)

ـ ما هي مجموعة عناصر و التي لا تنتمي إلى ل ؟

إنها المجموعة { 0 ، 2 ، 4 ، 6 } التي تسمى **متممة** ل في و .

س مجموعة جزئية من المجموعة ع . متممة س في ع
هي مجموعة عناصر ع التي لا تنتمي إلى س .

ويرمز إلى متممة س في ع بالرمز $م_{ع}^{س}$

ونكتب : $م_{ع}^{س} = \{ أ / أ \in ع \text{ و } أ \notin س \}$

ملاحظة $م_{س}^{س} = \phi$ ، $م_{س}^{\phi} = س$

أ هي مجموعة أشهر السنة الميلادية .

ب هي مجموعة أشهر السنة الميلادية التي عدد أيامها 31 .

ـ عين المجموعة $م_{أ}^{ب}$

ـ مثل المجموعات أ ، ب ، $م_{أ}^{ب}$.

---

4 ـ تساوي مجموعتين :

• تخصص كلمة « يساوي » في الرياضيات للدلالة على كتابتين مختلفتين لنفس الشيء .

أ ، ب كتابتان مختلفتان لنفس الشيء

نكتب : أ = ب ونقرأ : أ يساوي ب .

مثلا : الكتابة 1 + 4 = 7 − 2 تسمى مساواة .
1 + 4 هو الطرف الأول لهذه المساواة ؛ 7 − 2 هو الطرف الثاني لها .

• ل مجموعة حروف كلمة « معجم » . ه مجموعة حروف كلمة « جمع » .
أي ل = { م ، ع ، ج } ، ه = { ج ، م ، ع } .
لاحظ أن للمجموعتين ل ، ه نفس العناصر .
نقول إن ل ، ه **مجموعتان متساويتان** .
ونكتب : ل = ه .
لاحظ أن ل ⊂ ه و ه ⊂ ل .

س ، ع مجموعتان متساويتان **معناه** س ، ع لهما نفس العناصر

نتيجة : ل = ه معناه ل ⊂ ه وَ ه ⊂ ل

---

1) ل مجموعة أرقام العدد 23457 .
ف مجموعة أرقام العدد 37452 .
ـ هل ل ⊂ ف ؟ ف ⊂ ل ؟ ماذا تستنتج ؟
2) س = {0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4} ؛ ع = {0 ، 1 ، 2 ، 4}
هل س ⊂ ع ؟ ع ⊂ س ؟ ماذا تستنتج ؟

---

5 ـ مجموعة أجزاء مجموعة :

نشاط : س = { أ ، ب ، ح }
ـ أوجد قائمة أجزاء المجموعة س التي تشمل عنصرا واحدا .
ـ أوجد قائمة أجزاء المجموعة س التي تشمل عنصرين .
ـ أوجد قائمة أجزاء المجموعة س التي تشمل ثلاثة عناصر .
• تعلم أن المجموعة الخالية هي جزء من أي مجموعة أخرى .

المجموعة التي عناصرها هذه الأجزاء تسمى

مجموعة أجزاء المجموعة س ونرمز إليها بالرمز ج (س)

ونكتب : ج (س) = {φ ، {أ} ، {ب} ، {حـ} ، {أ ، ب} ، {أ ، حـ} ، {ب ، حـ} ، س}.

---

1) عين مجموعة أجزاء المجموعة { 0 } .

ـ ما هي المجموعة ج ({ أ ، ب }) ؟

2) ل = { س ، ع }

بدل النقط بأحد الرمزين ، ∈ ، ⊃ :

س ... ل ؛ {س} ... ل ؛ {س ، ع} ... ل ، {س} ... ج (ل) .

التمارين

1. اكتب مجموعة الكلمات التي تتركب منها الجملة الآتية :

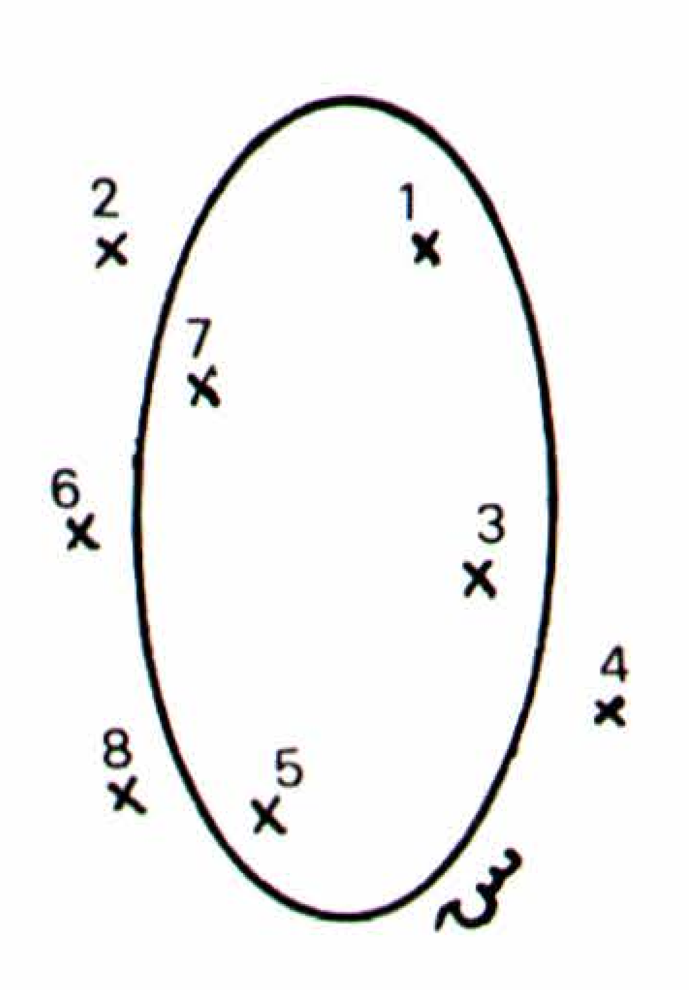
« قل الحق ولو كان مرا » سم م هذه المجموعة .

ـ هل كلمة « الحق » عنصر من المجموعة م ؟

ـ هل كلمة « كان » عنصر من المجموعة م ؟

ـ هل كلمة « الباطل » عنصر من المجموعة م ؟

ـ مثّل كل المعلومات السابقة باستعمال مخطط فين .



الشكل (5)

2. ارسم المخطط المقابل « شكل 5 »

1) استعمل أحد الرمزين ∈ ، ∌ :

لتعبر عن أنتماء أو عدم انتماء كل من الأعداد الطبيعية :

1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 . إلى المجموعة س .

2) اكتب المجموعة س باستعمال خاصة مميزة .

3. و = { أ/أ ∈ ط و أ مضاعف 5 و أ < 50 }

1) اكمل بأحد الرمزين ∈ ، ∌ ما يأتي :

0 ... و ؛ 8 ... و ؛ 20 ... و ؛ 24 ... و ؛ 35 ... و ؛ 85 ... و .

2) من بين الكتابات التالية عيّن الصحيحة منها والخاطئة :

1 ∈ و ؛ 8 ∌ و ؛ 23 ∌ و ؛ 35 ∌ و ؛ 15 ∈ و .

4. الشكل (6) هو مخطط فين للمجموعة س .

1) اكتب المجموعة س بالقائمة .

2) اكتب المجموعة س باستعمال خاصة مميزة .

2 ، 4 ، 0 ، 10 ، 6 ، 8 ، س

الشكل (6)

5. 1) ما هي مجموعة أشهر السنة 1983 التي عدد أيامها 29 ؟

2) عيّن بالقائمة المجموعة م التالية :

م = { س / س عدد طبيعي و 60 < س < 62 }

3) عيّن بالقائمة المجموعة ف التالية :

ف = { س/س عدد طبيعي و س + 7 = 2 } .

6. ك مجموعة حروف كلمة « طبخ » . ل مجموعة حروف كلمة « مطبخ » . ف مجموعة حروف كلمة « طب » . و مجموعة حروف كلمة « طبيب » .

1) عيّن كلا من المجموعات السابقة بالقائمة .

2) هل المجموعة ل جزء من المجموعة ك ؟

ـ هل المجموعة ف جزء من المجموعة ل ؟

ـ هل المجموعة و محتواة في المجموعة ك ؟

3) مثّل المجموعات ك ، ل ، ف ، و بمخطط فين .

7. أ = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 7 ، 10 } ؛

ب = { 0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 10 }

حـ = { س/س عدد طبيعي و س < 6 } ؛ د = ϕ ، م = { 2 ، 4 ، 10 }

ف = { 0 } ، ك = { 0 ، 8 } .

1) استعمل أحد الرمزين ⊃ ، ⊅ للتعبير عن احتواء أو عدم احتواء كل من المجموعات السابقة أ ، ب ، حـ ، ى ، م ، ف ، ك في المجموعة أ .

2) مثّل المجموعات السابقة بمخطط فين .

8. أ = { 11 ، 12 ، 18 ، 3 ، 5 } ؛ ب = { 11 ، 18 ، 3 } ؛ حـ = { 12 ، 5 ، 3 } ؛ ى = { 11 ، 0 } ؛ هـ = { 11 ، 18 ، 3 ، 0 } .

ـ هل يمكن كتابة ب ⊃ أ ؟ حـ ⊃ أ ؟ ى ⊃ أ ؟ ى ⊃ هـ ؟ هـ ⊃ لماذا؟

9. م = { دجاجة ، أرنب ، قط ، أفعى ، بقرة } .

أ مجموعة عناصر م التي ليس لها قوائم .

ب مجموعة عناصر م التي ليس لها أربع قوائم .

حـ مجموعة عناصر م التي لها أربع قوائم .

ى مجموعة عناصر م التي هي من الطيور .

هـ مجموعة عناصر م التي تبيض .

و مجموعة عناصر م التي لها عينان .

1) اكتب كلا من المجموعات السابقة بالقائمة .

2) هل م جزء من و ؟

3) عيّن من بين المجموعات أ ، ب ، حـ ، ى ، هـ ، و المجموعات التي هي أجزاء من ب .

4) مثّل المجموعات م ، أ ، ب ، حـ ، ى ، هـ ، و بمخطط فين .

10. م = { س ، ع ، ص }

ـ من بين الكتابات التالية ، عيّن الصحيحة منها والخاطئة .

ص ∋ م ؛ { س ، ع ، ص } ⊃ م ؛ أ ∌ م ؛ { س } ⊅ م ؛ ϕ ⊅ م .

س ∌ { س } ، س ∌ { س ، ع } ؛ { س } ⊃ { س } ؛ ϕ ∌ م .

11. ه = { أ } ، ف = { أ ، ب } .

1) أوجد مجموعة ل بحيث ف ⊃ ل .

2) هل يمكن أن نكتب : ه ⊃ ل ؟ .

12. 1) س مجموعة الحروف الهجائية العربية المنقوطة. عين هذه المجموعة بالقائمة .

2) ع مجموعة الحروف الهجائية العربية . أوجد متممة س في ع .

13. م = { 0 ، 3 ، 6 ، 7 } ؛ ف = { 0 ، 3 ، 2 ، 7 ، 5 } ؛

ك = { 5 ، 3 + 3 ، 3 − 3 ، $\frac{21}{3}$ }

ل = { 0 ، 5 ، 6 ، 7 } .

1) بدل النقط فيما يأتي بأحد الرمزين : = . ≠

م ... ف ؛ م ... ك ؛ م ... ل ؛ ف ... ك ؛ ف ... ل ؛ ك ... ل .

2) عيّن س ، ع بحيث يكون { س ، 6 ، 7 ، ع } = م .

14. أ = { 0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8 ، 10 } ؛

ب = { 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 ، 11 ، 13 ، 15 } .

حـ = { س/س عدد طبيعي زوجي و س > 12 } .

ء = { س/س عدد طبيعي فردي و س > 12 } .

ـ اكمل باستعمال أحد الرمزين = ، ≠ :

أ ... ب ؛ أ ... حـ ؛ أ ... ء ؛ ب ... حـ ؛ ب ... ء ؛ حـ ... ء .

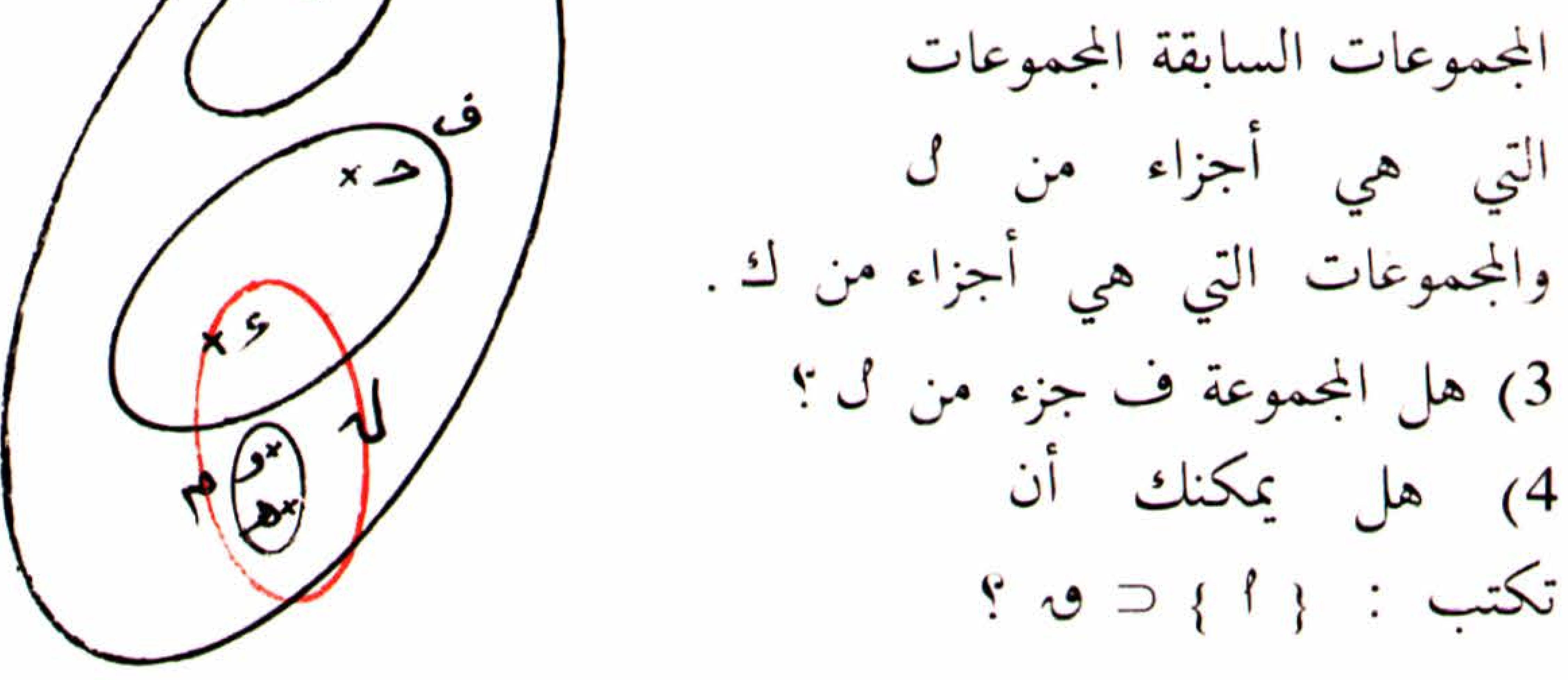
15. يمثل الشكل 7 مخطط فين للمجموعات ك ، ل ، م ، ف ، ه .

1) اكتب كلا من هذه المجموعات بالقائمة .

2) عيّن من بين المجموعات السابقة المجموعات التي هي أجزاء من ل والمجموعات التي هي أجزاء من ك .

3) هل المجموعة ف جزء من ل ؟

4) هل يمكنك أن تكتب : { أ } ⊂ ه ؟



الشكل (7)

16. ل = { س/س عدد طبيعي و س ≤ 5 } ؛

ـ عيّن العددين الطبيعيين أ ، ب بحيث يكون :

{ أ ، 2 ، ب ، 1 ، 5 ، 3 } = ل .

17. اكتب المجموعة م للأعداد الطبيعية التي هي مضاعفات العدد 7 والأصغر من 93 ، وذلك بذكر قائمة عناصرها (نحصل على مضاعفات 7 بضرب 7 في كل عدد طبيعي) .

1) عيّن أ مجموعة عناصر م الزوجية . ما هي متممة أ في م .

2) عيّن ب مجموعة عناصر م التي هي مضاعفات 3 . ما هي متممة ب في م ؟

18. أ = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 } ، ب مجموعة جزئية من أ .

ـ عيّن ب في كل من الحالات الآتية :

1) ب مجموعة ثنائية ويكون لدينا : 1 ∌ ب ، 2 ∌ ب . 4 ∌ ب .

2) ب مجموعة ثنائية ويكون لدينا : 1 ∌ ب ، 2 ∌ ب .

3) ب مجموعة ذات ثلاث عناصر ، ويكون لدينا : 1 ∌ ب .

19. أ = { 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 } ؛ ب = { 1 ، 5 ، 9 ، 3 } ؛

حـ = { 3 ، 6 ، 9 } ؛ ء = { 7 } .

1) بدل النقط بأحد الرموز ∋ ، ∌ ، ⊃ ، ⊅ :

ء ... ب ؛ ء ... أ ؛ 1 ... حـ ؛ 1 ... ب ؛ { 1 } ... ب ؛ حـ ... أ ؛

ء ... حـ ؛ 7 ... ء ؛ φ ... أ ؛ { أ } ... φ .

2) تحقق من أن ب محتواة في أ

3) ما هي متممة ء في أ ؟

4) ما هي المجموعة $م_{أ}^{ب}$ ؟ ما هي متممة φ في أ ؟

20. م = { أ ، ب } ، ف = { أ ، ب ، حـ } .

1) عيّن ج (م) ، مجموعة أجزاء م و ج (ف) مجموعة أجزاء ف .

2) تحقق من أن ج (م) ⊃ ج (ف) .

21. ك = { 3,4 ، 2 ، 15,1 ، 301 ، 7 }

1) عيّن كلا من المجموعتين سـ ، صـ حيث

سـ = { أ/أ ∋ ك و أ ∌ ط } ؛ صـ = $م_{ك}^{سـ}$

2) عيّن ج (سـ) ، ج (صـ) .

هل ج (سـ) ⊃ ج (صـ) ؟

تذكر وتعلم ...

يتعلق اختيار وحدة قياس طول بنوع الطول المراد قياسه .
نختار مثلا الكيلومتر كوحدة لقياس المسافات بين البلدان .
ونختار المتر لقياس ارتفاعات الجبال .
ويستعمل الرسامون السنتيمتر والميليمتر في قياس الأطوال.للتعبير عن قياس أطوال صغيرة جدا كطول جرثومة أو قطر كرية دم تستعمل أجزاء الميليمتر وهي :

1) **الميكرون** رمزه مك حيث : 1 مك = 0,001 مم

2) **الميليميكرون** رمزه ممك حيث : 1 ممك = 0,000001 مم

3) **الآنغستروم** رمزه آنغ حيث : 1 آنغ = 0,0000001 مم

يستعمل الآنغستروم خاصة لقياس أقطار الذرات .

	اسم الوحدة	الرمز	القيمة بالمتر
المضاعفات	كيلومتر	كم	1000
	هيكتومتر	هم	100
	ديكامتر	دام	10
	المتر	**م**	**1**
الأجزاء	ديسيمتر	دم	0,1
	سنتيمتر	سم	0,01
	ميليمتر	مم	0.001
	ميكرون	مك	0.000001
	ميليميكرون	ممك	0.000000001
	آنغستروم	آنغ	0.0000000001

1) عبر بالأمتار عن كل مما يلي :

5 كم 8 هم 2 دام ؛ 18 هم 40 م 225 سم ؛ 157 دام 12 دم 20 مم .

25 كم 93 م 52 دم .

2) عبر بمليمتر عن كل مما يلي :

22 م 52 سم 8 مم ؛ 41 سم 105 مم ؛ 4 دام 5 دم 2 سم ؛ 205 مك

3) عبر بالكيلومتر :

509 هم 25 دام 6 دم ؛ 2507 م 923 سم ؛ 118 دام 37 م 9 سم ،

25 كم 1505 مم .

4) عبر بالسنتيمتر :

72 دام 30 دم 7 مم ؛ 42 دم 3 مم ؛ 40 م 92 سم ؛

9 هم 2 دم 31 سم

5) عبر بالأمتار :

46.275 كم ؛ 502,5 مم ؛ 0,00523 كم ؛ 82,05 دم ؛ 37,5 هم

6) رتب تصاعديا الأطوال الآتية : (يمكن استخدام الرمز <)

8,3 م ، 4,2 دم ، 8301 مم ، 84 دم ، 4,3 سم .

2 المجموعات التقاطع والاتحاد

1 ـ تقاطع مجموعتين

النشاط 1 :

إليك الشكل (1)

الشكل (1)

أكتب بالقائمة كلاً من المجموعتين ﻫ ، ك :

ك هي مجموعة حروف كلمة « المدرسة »

ﻫ هي مجموعة حروف كلمة « المؤسسة »

ما هي مجموعة العناصر المشتركة بين ﻫ و ك ؟

لاحظ أن مجموعة الحروف المشتركة بين ﻫ و ك هي مجموعة حروف كلمة « التماس » مثلا .

• نقول عن المجموعة { ا ، ل ، ت ، م ، س } إنها **تقاطع المجموعتين** ﻫ و ك

تقاطع مجموعتين سـ ، ع هو مجموعة العناصر التي تنتمي إلى سـ وإلى ع

نرمز إلى تقاطع المجموعتين سـ و ع بالرمز سـ ∩ ع

ونقرأ سـ تقاطع ع .

ونكتب : سـ ∩ ع = { ا/ا ∈ سـ و ا ∈ ع }

النشاط 2 :

ح = { 1 ، 3 ، 5 } ؛ ص = { 0 ، 2 ، 4 ، 6 }.

أوجد ح ∩ ص .

لاحظ أن : ح ∩ ص = ϕ .

نقول عن المجموعتين ح ، ص إنهما **منفصلتان**.

س و ع منفصلتان معناه س ∩ ع = ϕ

---

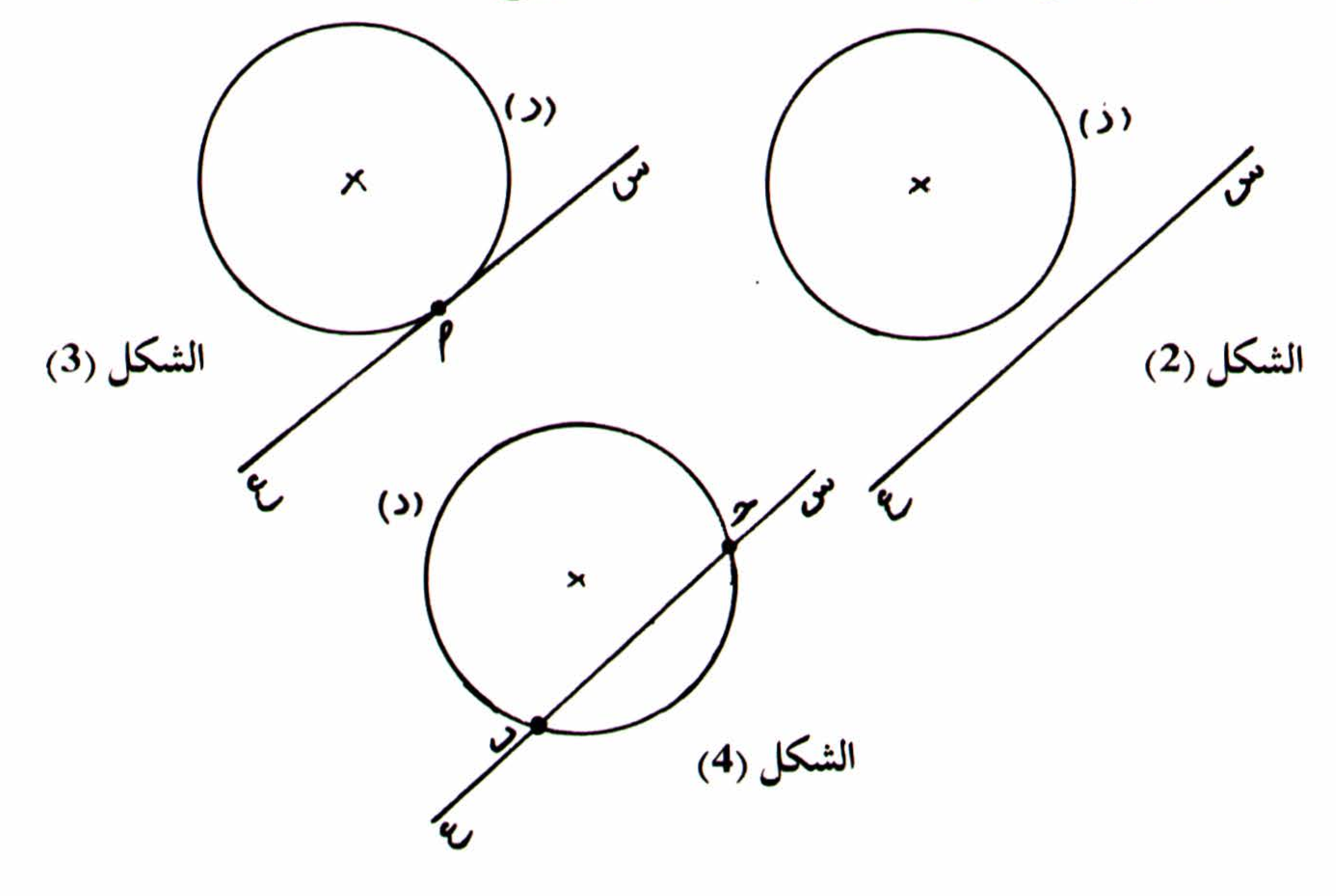
1) ف = { س/س عدد طبيعي و 2 ≥ س < 10 }

ل = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 }

- عين المجموعتين الآتيتين بالقائمة ف ، ف ∩ ل .
- مثّل بمخطط فين المجموعات ف ، ل ، ف ∩ ل .

2) (س ع) مستقيم . (د) دائرة

عين في كل من الحالات الثلاث (س ع) ∩ (د)



أنشطة :

ك = { 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 6 ، 12 } ؛

ل = { 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 9 ، 18 }

م = { 1 ، 2 ، 3 ، 5 ، 6 ، 10 ، 15 ، 30 }

- عيّن المجموعتين ك ∩ ل ؛ ل ∩ ك . قارن بينهما .

نتيجة : س ، ع مجموعتان : س ∩ ع = ع ∩ س

- عيّن المجموعات : ك ∩ ل ، (ك ∩ ل) ∩ م ، ل ∩ م ، ك ∩ (ل ∩ م) .

ـ قارن بين المجموعتين (ك ∩ ل) ∩ م ، ك ∩ (ل ∩ م) .

نتيجة : س ، ع ، ص ثلاث مجموعات :

(س ∩ ع) ∩ ص = س ∩ (ع ∩ ص)

- هـ = { 2 ، 3 } . لاحظ أن : هـ ⊂ ك

ـ عيّن هـ ∩ ك . قارن بين هـ ، هـ ∩ ك .

س مجموعة جزئية من المجموعة ع : س ∩ ع = س

ـ عيّن ك ∩ ك . قارن بين ك ، ك ∩ ك .

س مجموعة : س ∩ س = س

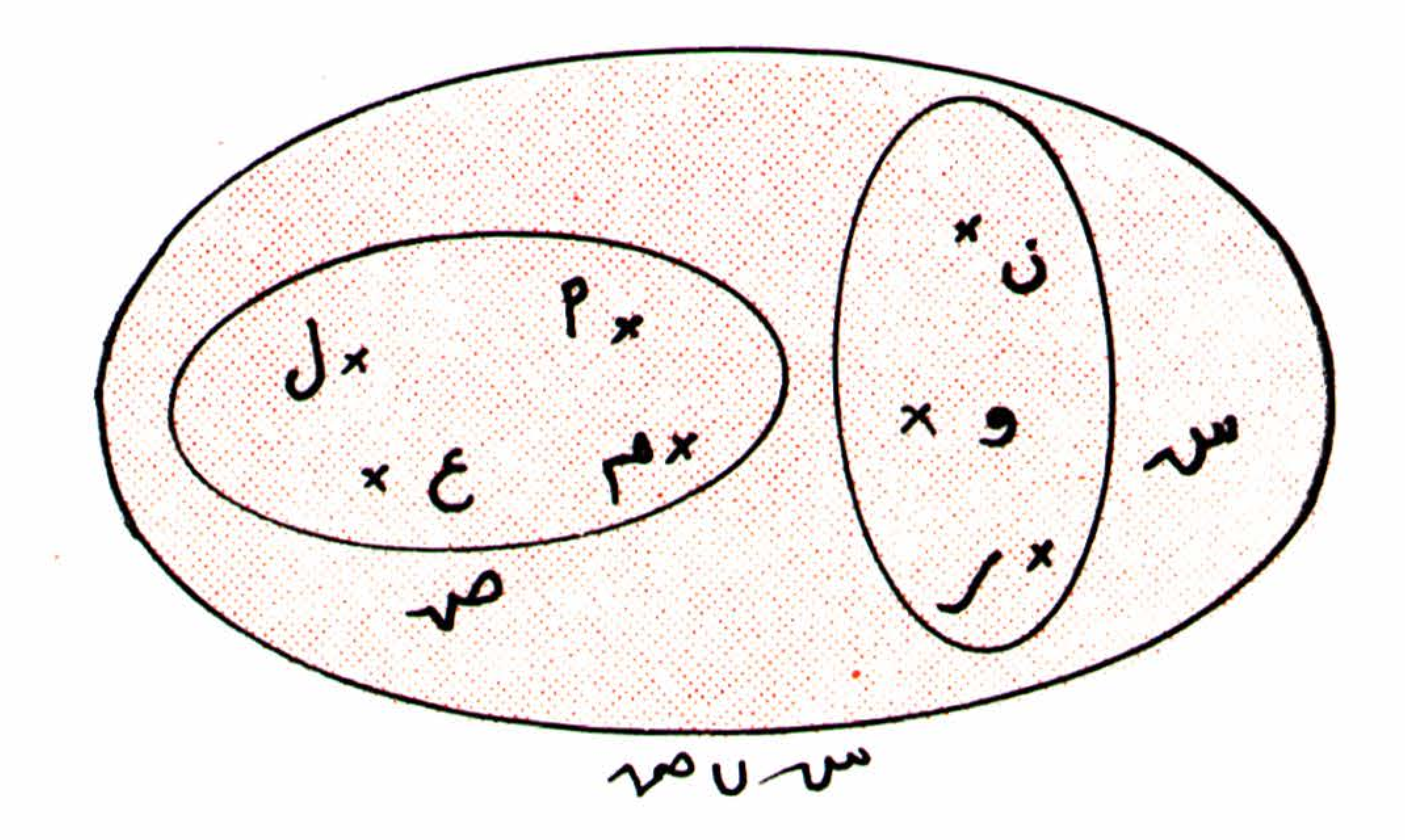
ـ عيّن ϕ ∩ ك . قارن بين ϕ ، ϕ ∩ ك .

س مجموعة : ϕ ∩ س = ϕ

2 ـ اتحاد مجموعتين .

نشاط 1 :

س = { ن ، و ، ر } ؛ ص = { أ ، ل ، ع ، م }



الشكل (5)

ـ **ما هي** مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س **أو** إلى ص ؟

إنها المجموعة { أ ، ل ، ع ، م ، ن ، و ، ر } التي تسمى **اتحاد** المجموعتين س و ص ونرمز إليها بالرمز س ∪ ص ونقرأ س اتحاد ص

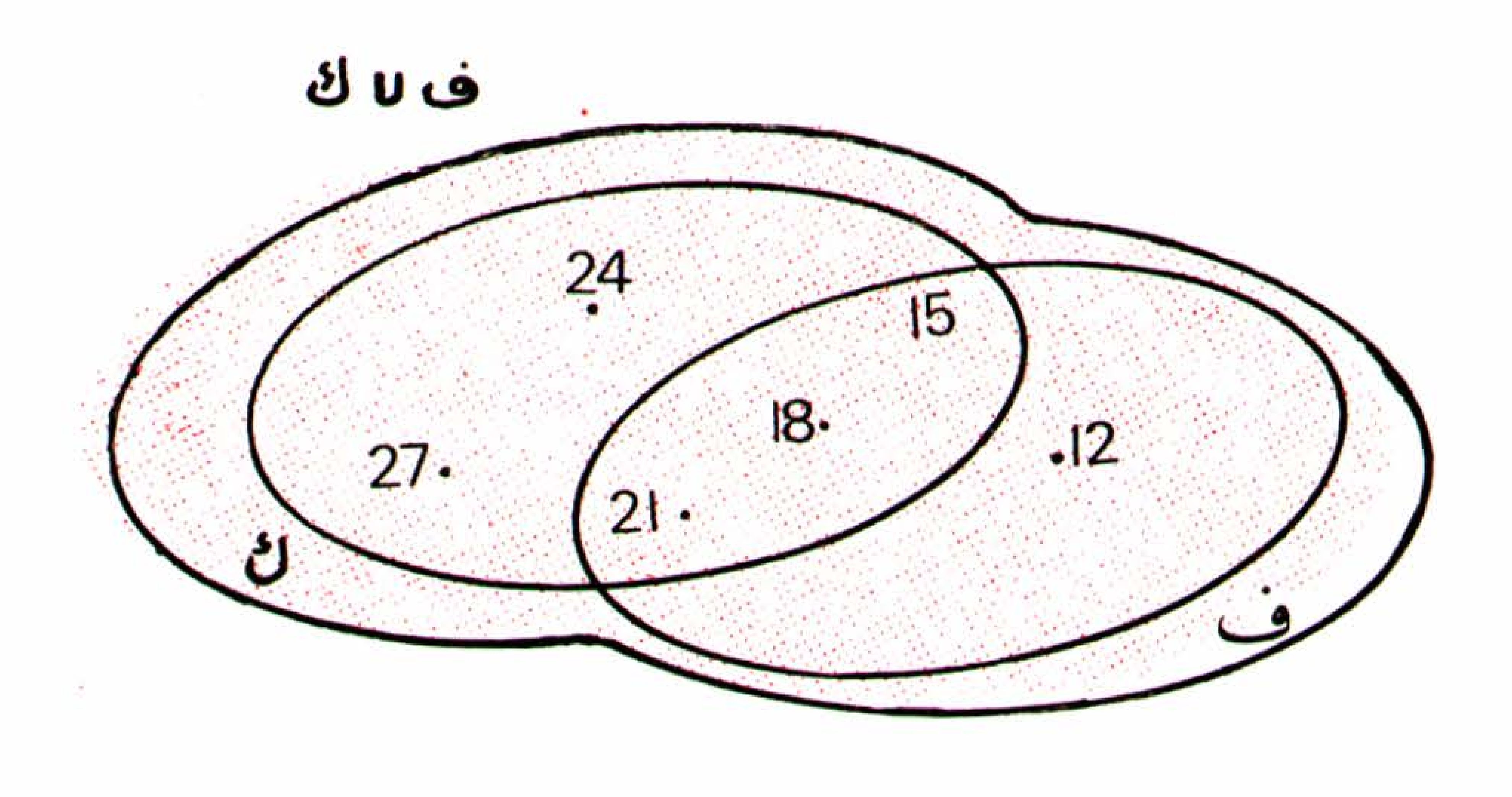
الشكل (5) يمثل مخطط فين للمجموعات س ، ص ، س∪ص

س ∪ ص = { أ/أ ∈ س أو أ ∈ ص }

نشاط 2 :

ف = { 12 ، 15 ، 18 ، 21 } ؛ ك = { 15 ، 18 ، 21 ، 24 ، 27 }

عين بالقائمة مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ف أو إلى ك .



الشكل (6)

الشكل 6 يمثل مخطط فين للمجموعات ف ، ك ، ف ∪ ك .

إتحاد مجموعتين س ، ع هو مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س أو إلى ع .

نرمز لاتحاد مجموعتين س ، ع بالرمز س ∪ ع
ونقرأ : س إتحاد ع .

س ∪ ع = { أ / أ ∈ س أو أ ∈ ع }

---

1) س = { أ/أ عدد طبيعي و 0 < أ < 6 }
ع = { أ/أ عدد طبيعي و 4 < أ < 9 }
ـ أكتب بالقائمة كلاًّ من المجموعات س ، ع ، س ∪ ع .

2) ل = { س/س عدد طبيعي فردي و س < 10 } ؛
م = { س/س عدد طبيعي زوجي و س < 11 }
ـ عين ل ∪ م . مثل كلا من المجموعات ل ، م ، ل ∪ م بمخطط فين

أنشطة :

ك = { أ ، ب ، حـ ، ء } ، ل = { هـ ، حـ ، ع } ؛

م = { أ ، حـ ، ء ، هـ ، و ، ع }

1) ـ عيّن المجموعتين ك ∪ ل ، ل ∪ ك . قارن بينهما .

نتيجة :

س ، ع مجموعتان : س ∪ ع = ع ∪ س

2) ـ عيّن المجموعات ك ∪ ل ، (ك ∪ ل) ∪ م ، ل ∪ م ،
ك ∪ (ل ∪ م)

قارن بين (ك ∪ ل) ∪ م و ك ∪ (ل ∪ م) .

نتيجة :

س ، ع ، ص ثلاث مجموعات :
(س ∪ ع) ∪ ص = س ∪ (ع ∪ ص)

3) عيّن ك ∪ ϕ . قارن بين ك ∪ ϕ و ك

س مجموعة : س ∪ ϕ = ϕ ∪ س = س

4) ـ هـ = { أ ، حـ } ، لاحظ أن : هـ ⊂ ك .

ـ عيّن هـ ∪ ك . قارن بين ك و هـ ∪ ك .

س مجموعة جزئية من المجموعة ع : س ∪ ع = ع .

5) ـ عيّن المجموعتين ك ∪ (ل ∩ م) ، (ك ∪ ل) ∩ (ك ∪ م)

قارن بينهما .

س ، ع ، ص ثلاث مجموعات :
س ∪ (ع ∩ ص) = (س ∪ ع) ∩ (س ∪ ص) .

6) ـ عيّن المجموعتين ك ∩ (ل ∪ م) و (ك ∩ ل) ∪ (ك ∩ م)
قارن بينهما .

س ، ع ، ص ثلاث مجموعات :
س ∩ (ع ∪ ص) = (س ∩ ع) ∪ (س ∩ ص)

3 ـ تجزئة مجموعة

نشاط 1 :

م = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9 }

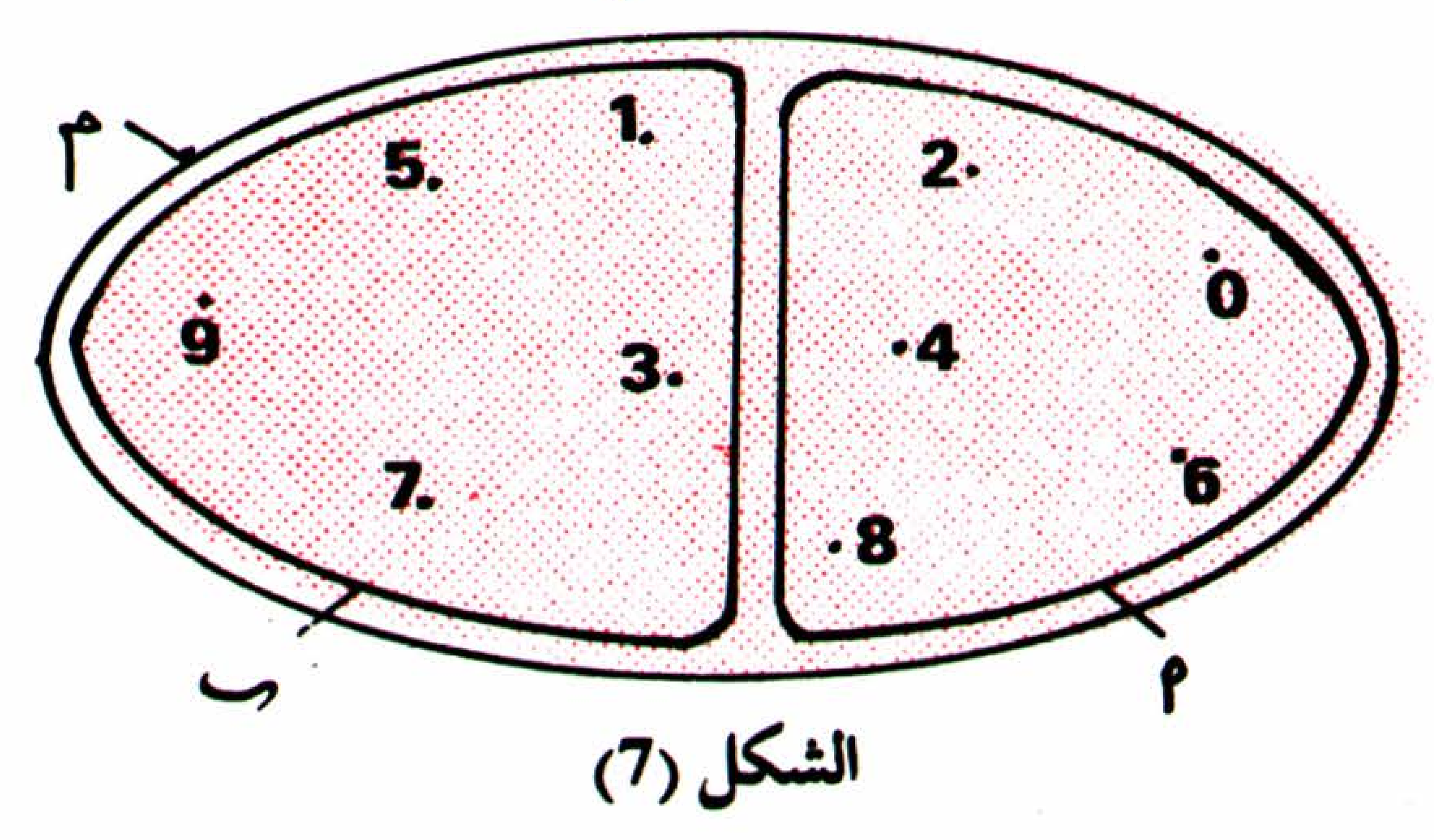
أ ، ب جزءان غير خاليين من المجموعة م حيث :

أ = { 0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8 } ؛ ب = { 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 }

• لاحظ أن : أ ≠ ϕ ، ب ≠ ϕ .

عيّن كلاًّ من أ ∩ ب ، أ ∪ ب .

• تجد : أ ∩ ب = ϕ ؛ أ ∪ ب = م .



الشكل (7)

المجموعة { أ ، ب } تسمى تجزئة للمجموعة م

نشاط 2 :

سـ = { ب ، ت ، ث ، ج ، خ ، ذ ، ز ، ف ، ق ، ن ، ض ، ظ ، ي ، ش ، غ }

عين بالقائمة سـ$_1$ ، سـ$_2$ ، سـ$_3$ مجموعات الحروف من سـ ذوات نقطة ، نقطتين ، ثلاث نقط .

مثل بمخطط فين كلاّ من سـ ، سـ$_1$ ، سـ$_2$ ، سـ$_3$.

تحقق من أن المجموعة { سـ$_1$ ، سـ$_2$ ، سـ$_3$ }

هي تجزئة للمجموعة سـ .

> ك مجموعة ، ت مجموعة من أجزاء ك .
>
> تكون ت تجزئة للمجموعة ك إذا تحقق ما يلي :
>
> - كل جزء من هذه الأجزاء ليس خالياً .
> - كل جزئين من هذه الأجزاء منفصلان .
> - إتحاد هذه الأجزاء هو المجموعة ك .

---

1) ك مجموعة الأعداد الطبيعية الأصغر من 10 .

هل المجموعات التالية تجزئات للمجموعة ك ؟

سـ = { {0 ، 1 ، 2 ، 3} ؛ {4 ، 5 ، 6 ، 7} ؛ {8 ، 9} }

ع = { φ ، {0 ، 1} ؛ {2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7} ؛ {9 ، 8} } .

ص = { {0 ، 1 ، 2 ، 3} ؛ {3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7} ؛ {8 ، 9} } .

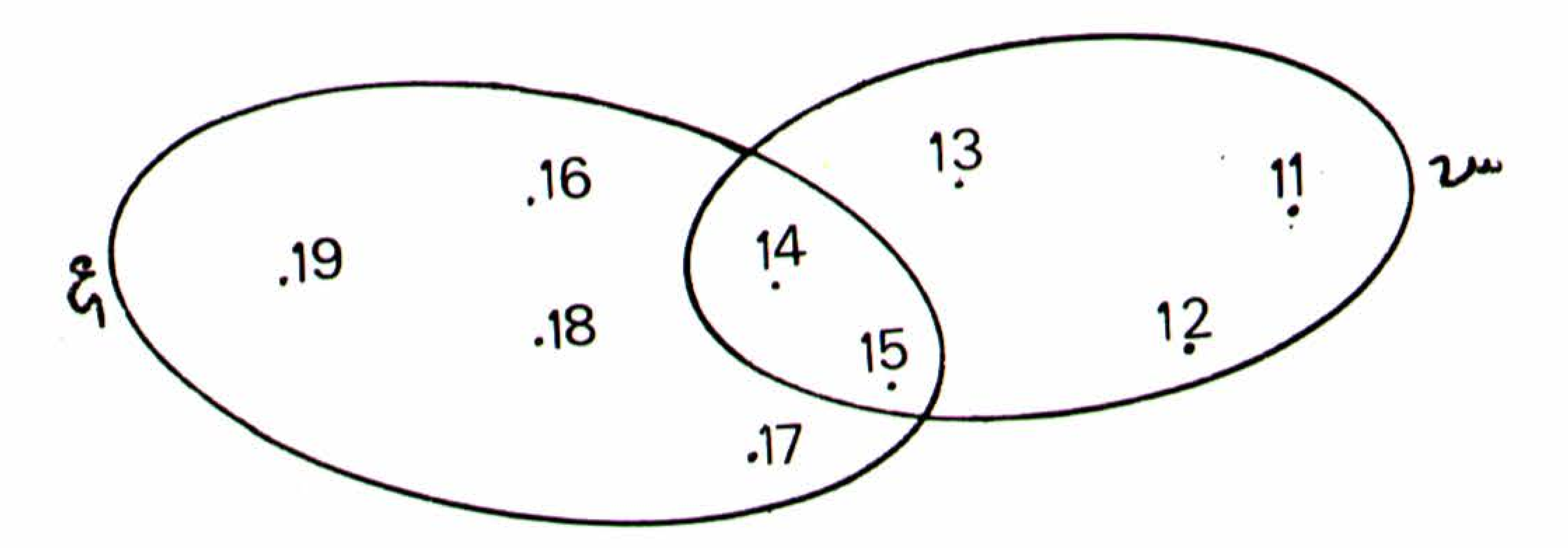
ل = { {1 ، 2 ، 3} ؛ {4 ، 5} ، {6 ، 7 ، 9} } .

2) و = { أ ، ب ، حـ ، د ، هـ } ؛ ك = { أ ، د ، هـ } .

عيّن م$^{ك}_{و}$. هل { م$^{ك}_{و}$ ، ك } تجزئة للمجموعة و ؟

التَّمَارِينُ

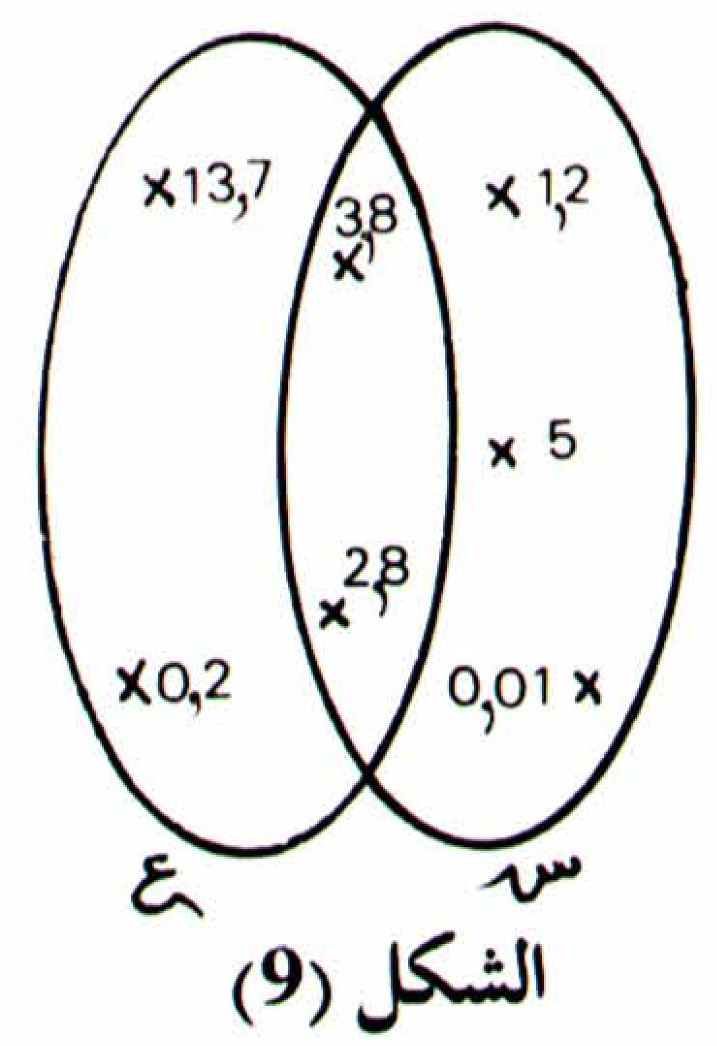
1. الشكل الآتي يمثل مخططا للمجموعتين س ، ع



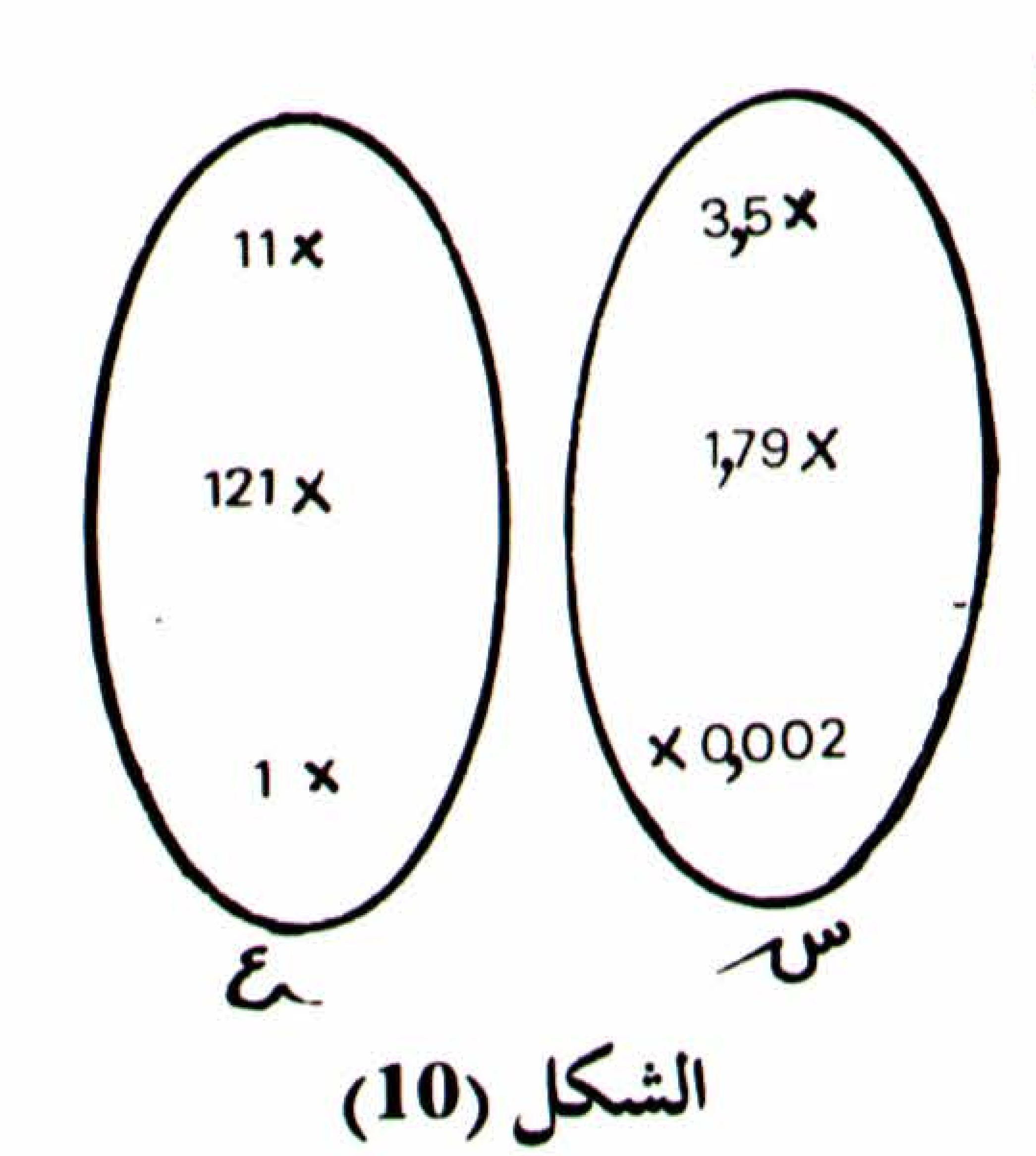
الشكل (8)

عين بالقائمة كلاّ من المجموعات س ، ع ، س ∩ ع ، س ∪ ع

2. نفس السؤال بالنسبة للشكلين الآتيين :



الشكل (9)



الشكل (10)

3. س ، ص ، و مجموعات حروف كلمات « مجموعة » ، « جماعة » ، « جمعة » على الترتيب

1) عين كلا من س ، ص ، و بالقائمة

2) عين س ∩ ص

3) هل و ⊃ س ؟ و ⊃ ص ؟ و ⊃ س ∩ ص ؟

4. ك ، ل مجموعتا حروف كلمتي « ابجدي » ، « ابي »

1) عين كلاّ من ك ، ل بالقائمة

2) عين جزءاً م من ك بحيث يكون : م ∩ ل = ل

3) عين جزءاً و من ك بحيث يكون : و ∩ ل = {أ ، ب}

اذكر جميع الحلول الممكنة .

5. ف ، ص مجموعتا حروف كلمتي « مستطيل » ، « سليم » على الترتيب
1) عين كلاًّ من ف ، ص بالقائمة
2) عين المجموعة ف ∩ ص ، قارن بين المجموعتين ف ∩ ص ، ص
3) عين المجموعة ف ∪ ص ، قارن بين المجموعتين ف ∪ ص ، ف
4) ارسم مخططا للمجموعتين ف ، ص .

6. أوجد في كل حالة عدداً طبيعياً س بحيث :
1) { 0 ، س ، 5 ، 7 ، 1 } ∩ { 11 ، 4 ، 5 ، 0 } = { 0 ، 4 ، 5 }
2) { 3 ، 7 ، 10 ، 12 } ∪ { 7 ، س ، 5 } = { 3 ، 7 ، 10 ، 9 ، 12 ، 5 }
3) { 10 ، 23 ، 17 } ∩ { 1 ، س } = { 23 }
4) { 1 ، س ، 3 } ∪ { 6 ، س ، 5 } = { 1 ، 3 ، 7 ، 6 ، 5 }

7. ص = { 0 ، 3 ، 6 ، 9 ، 12 ، 15 } ؛
م = { 0 ، 6 ، 12 ، 18 ، 24 } .
عين من بين الكتابات التالية الصحيحة منها والخاطئة :
3 ∉ ص ∩ م ، 24 ∈ ص ∪ م ، 9 ∈ ص ∩ م ، 15 ∈ ص ∪ م
18 ∉ ص ∪ م ، 12 ∈ ص ∩ م ، { 0 } ⊂ م ، { 0 ، 6 } = ص ∩ م

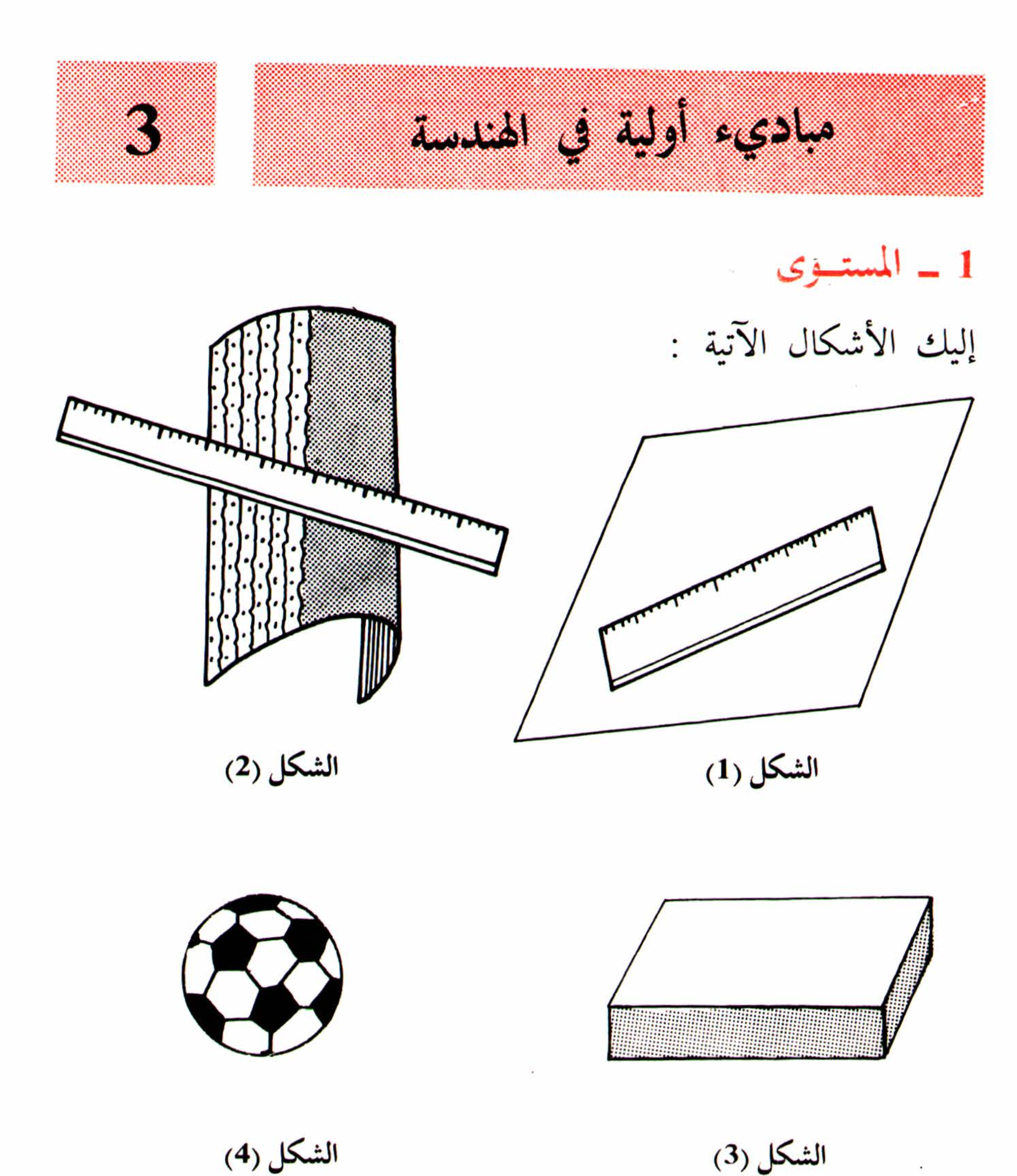
8. س = { 1 ، 2 ، 3 }
1) عين المجموعة ج (س) مجموعة أجزاء س
2) اكمل ما يأتي بتعويض النقط بأحد أجزاء المجموعة س :
{ 1 } ∪ ... = { 1 ، 2 } ؛ ... ∪ ... = { 2 ، 3 } ؛ { 1 ، 3 } ∩ ... = { 1 } ؛
{ 1 ، 2 } ∩ ... = ϕ ؛ { 1 } ∩ ... ∩ { 1 ، 3 } = { 1 } ؛
{ 3 ، 1 } ∪ ... ∪ ... = س

9. م = { س/س عدد طبيعي و 1 ≤ س ≤ 10 }
أ = { 1 ، 6 ، 7 } ؛ ب = { 2 ، 10 ، 7 ، 8 } ؛ ج = { 3 ، 4 ، 9 }
1) هل المجموعة { أ ، ب ، ج } تجزئة للمجموعة م ؟
2) أوجد مجموعة س بحيث تكون المجموعة { ب ، ج ، س } تجزئة للمجموعة م

3 مبادىء أولية في الهندسة

1 ـ المستوى

إليك الأشكال الآتية :



الشكل (1)

الشكل (2)

الشكل (3)

الشكل (4)

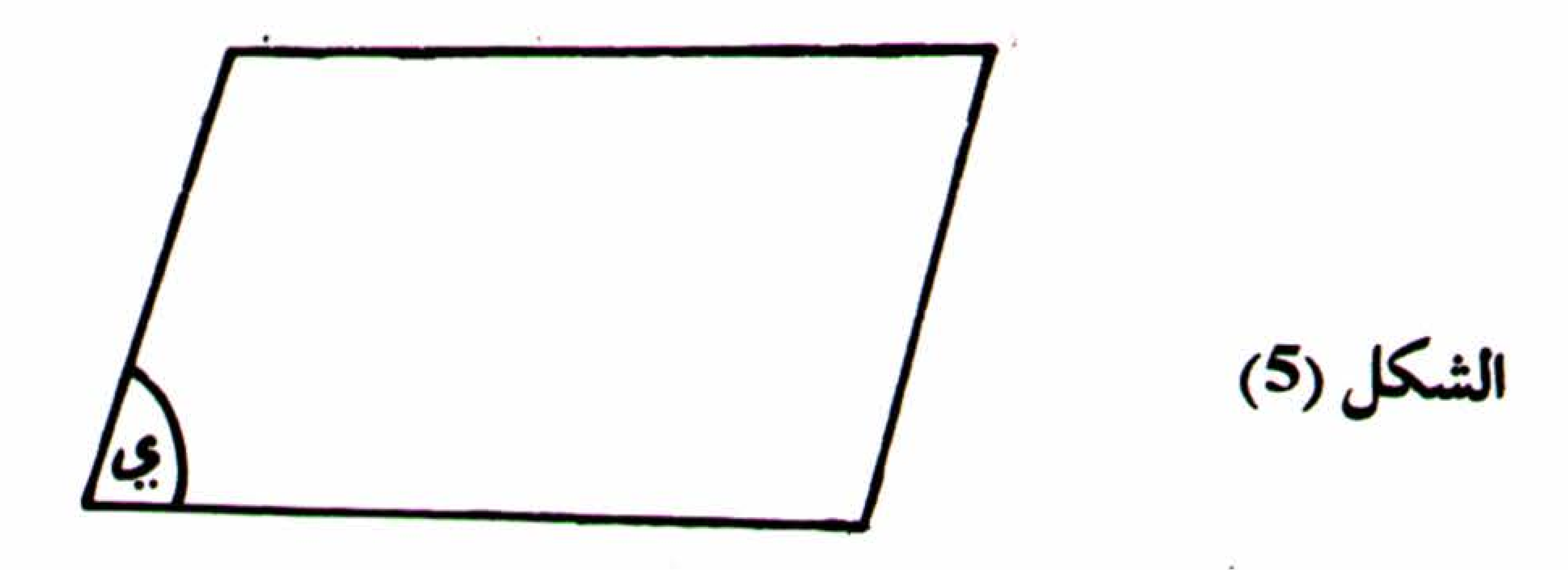
كل من الشكلين (1) ، (3) يمثل **سطحا مستويا** .

ـ أذكر أمثلة أخرى عن سطوح مستوية .

لا يمثل كل من الشكلين (2) ، (4) سطحا مستويا .

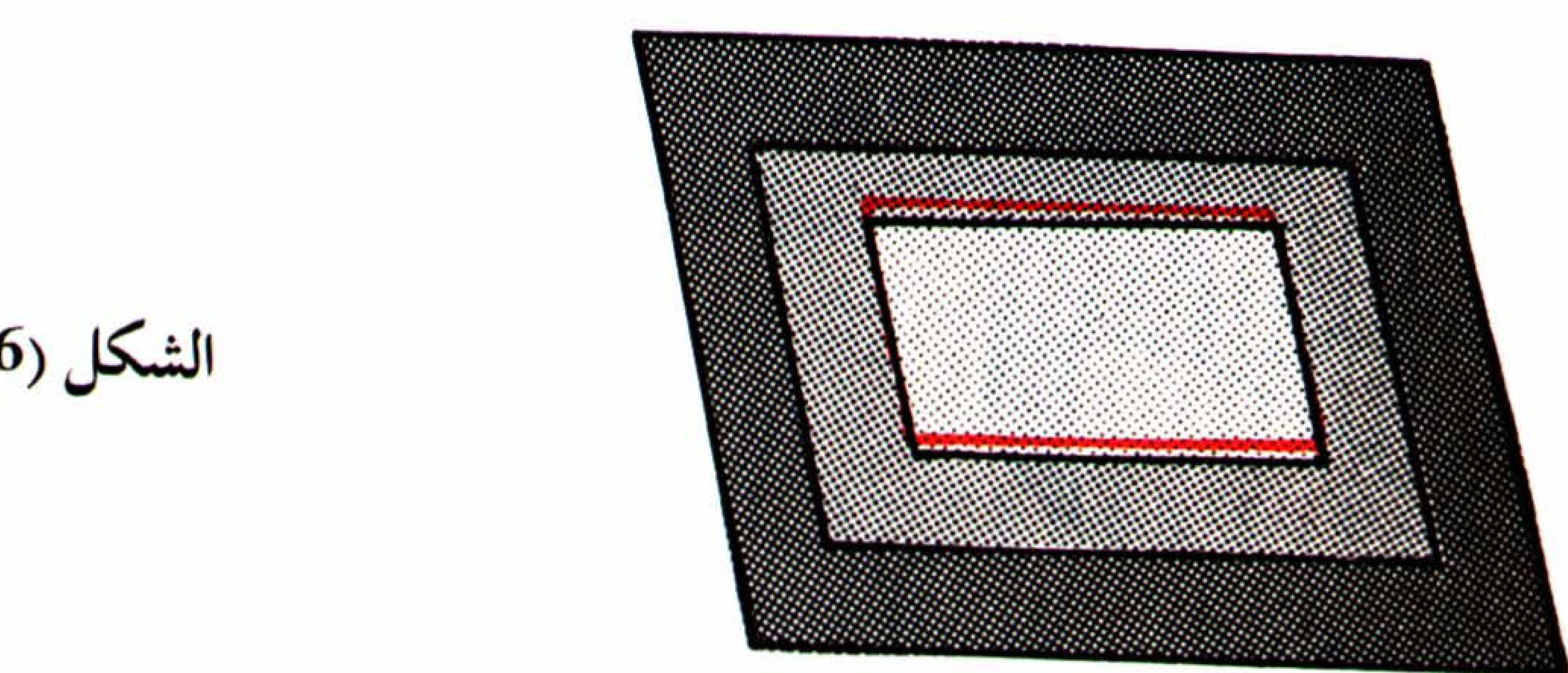
ـ أذكر أمثلة أخرى عن سطوح **غير مستوية** .

يرمز للمستوي بحرف مثل : (ي) ، (ك) ، (م) ، (π) ، ....



الشكل (5)

إليك الشكل 6 :



الشكل (6)

ـ كل من الأجزاء المختلفة التظليل يمثل نفس المستوى أي مستوى الورقة .

ـ هل يمكنك تعيين كل نقط مستوي الورقة ؟ لا .

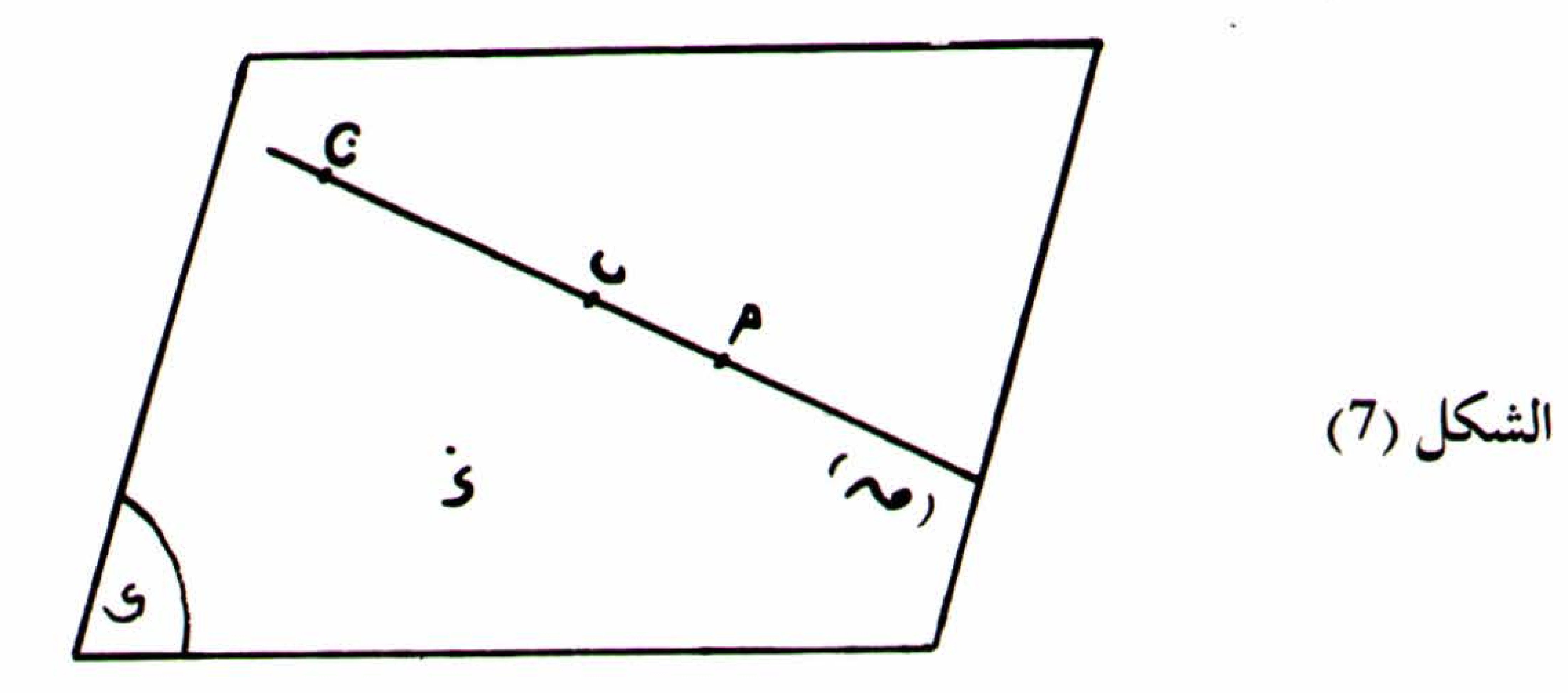
المستوي هو مجموعة غير منتهية من النقط

تصوّر أن الشكل (6) يتمدد في جميع الاتجاهات . تصل إلى شكل أكبر فأكبر لا يمكن إحاطته .

المستوي غير محدود

2 ـ المستقيم

• (ق) مستقيم من المستوي (ي) . الشكل 7



الشكل (7)

ـ كل نقطة من (ق) هي نقطة من (ي) .
هل كل نقطة من (ي) هي نقطة من (ق) ؟ لا

المستقيم هو جزء من المستوي ويختلف عنه .

• (ق) مستقيم ، أ ، ب ، ح ، د نقط منه .

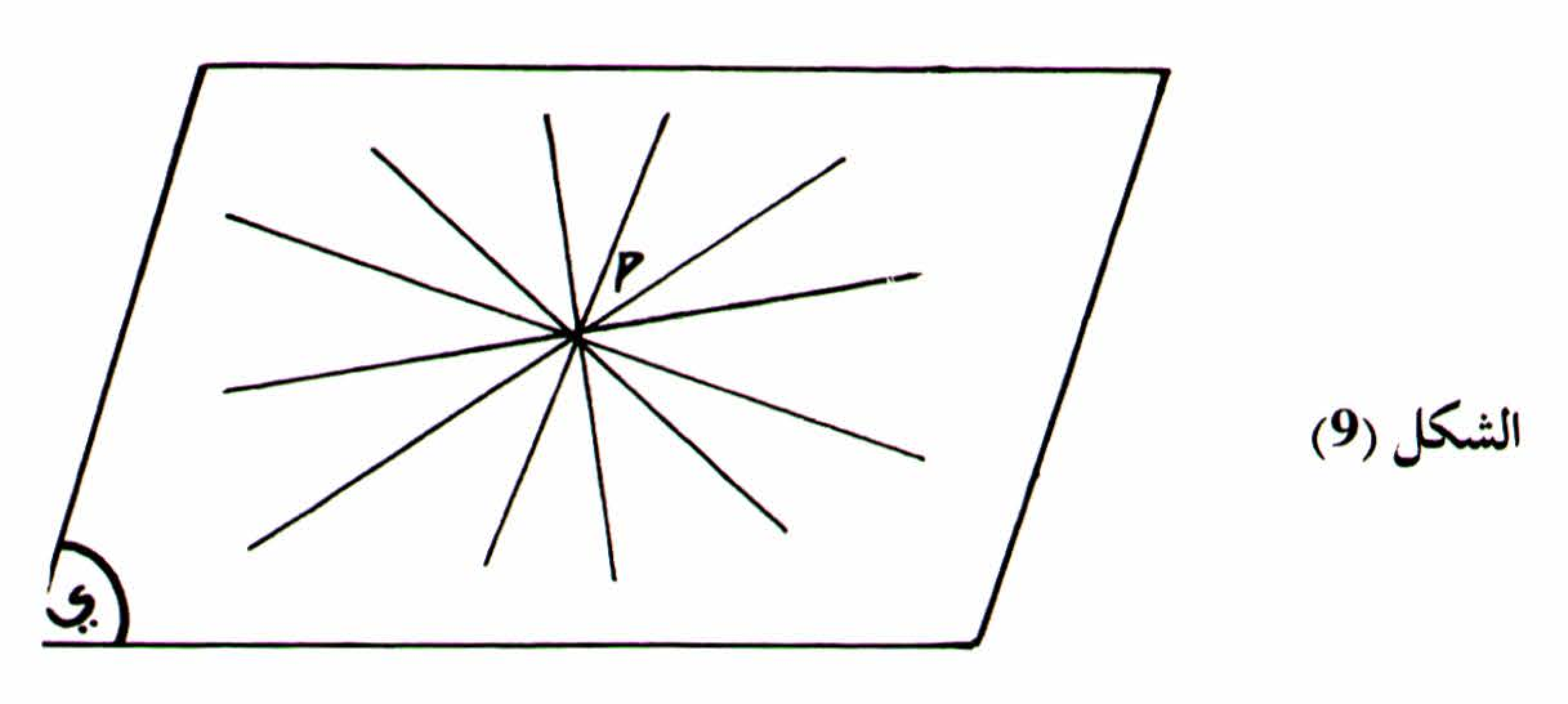
(ق) أ ب ج ن

الشكل (8)

ـ هل يمكنك تعيين كل نقط المستقيم (ق) ؟ لا

المستقيم هو مجموعة غير منتهية من النقط وهو غير محدود .

• نقول عن نقاط مستقيم إنها على استقامة واحدة
• أ نقطة من المستوي (ي)
ـ ارسم عدة مستقيمات تشمل أ .
ـ كم مستقيما رسمت ؟

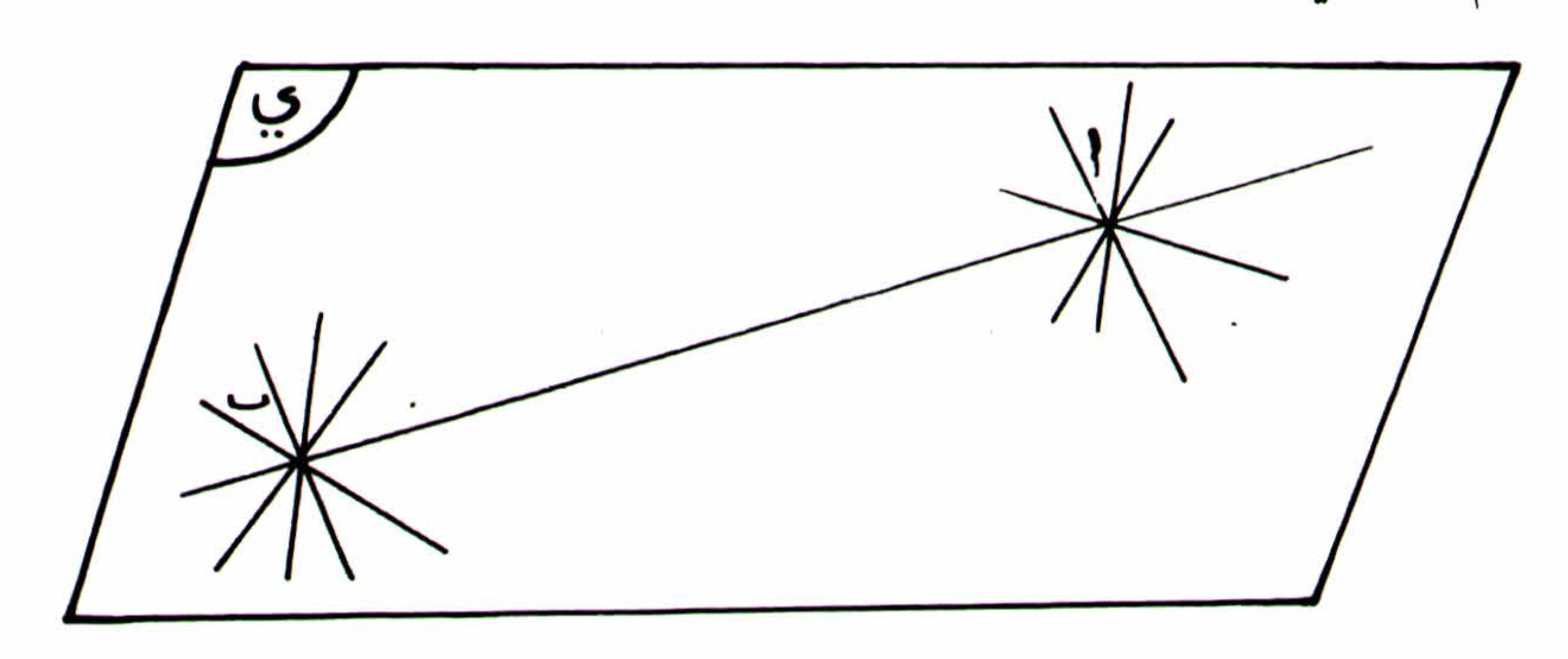


الشكل (9)

ـ هل يمكنك أن ترسم مستقيمات أخرى ؟

ا نقطة من المستوي (ي) .
يوجد في (ي) عدد غير منته من المستقيمات التي تشمل ا

• ا ، ب نقطتان من (ى) .
ارسم مستقيمات تشمل ا ، وأخرى تشمل ب .



الشكل (10)

كم مستقيما منها يشمل ا و ب معا ؟ لوّن هذه المستقيمات .
ماذا تلاحظ ؟

كل نقطتين مختلفتين تعينان مستقيما وحيدا

3 ـ نصف المستقيم

• (س ع) مستقيم ، م نقطة منه .

س م ع

الشكل (11)

• النقطة م تعين على المستقيم (س ع) مجموعتين ، كل منهما تسمى **نصف مستقيم** . ونرمز لهما بالرمزين **[م س ، [م ع**

نقول إن م هي مبدأ نصفي المستقيمين [م س ، [م ع .

لاحظ أن : م ∈ [م س و م ∈ [م ع .

4 ـ القطعة المستقيمة

إليك الشكل :

س أ ب ع

الشكل (12)

لاحظ أن :

[أ ع ∩ [ب س هي مجموعة نقط المستقيم (س ع) الموجودة بين النقطتين أ ، ب بالاضافة إلى النقطتين أ ، ب .

نرمز لهذه المجموعة بالرمز [أ ب] ، ونسميها **القطعة المستقيمة** المحددة بالنقطتين أ ، ب .

نكتب : [أ ع ∩ [ب س = [أ ب] .

ـ النقطتان أ ، ب هما **طرفا** هذه القطعة .

ـ المستقيم (س ع) يدعى **حامل** القطعة [أ ب] .

أ ، ب ، حـ ثلاث نقط من المستقيم (س ع) حيث :

ب ∈ [أ س ، حـ ∈ [أ ع . أكمل ما يلي :

[أ ع ∩ [ب س = ... ؛ [أ س ∩ [ب س = ... ؛

حـ ... [أ س ∩ [ب ع ؛ حـ ... [أ س ∩ [أ ع ؛

حـ ... [حـ س ∩ [أ ع ؛ حـ ... [حـ س ∩ [أ س .

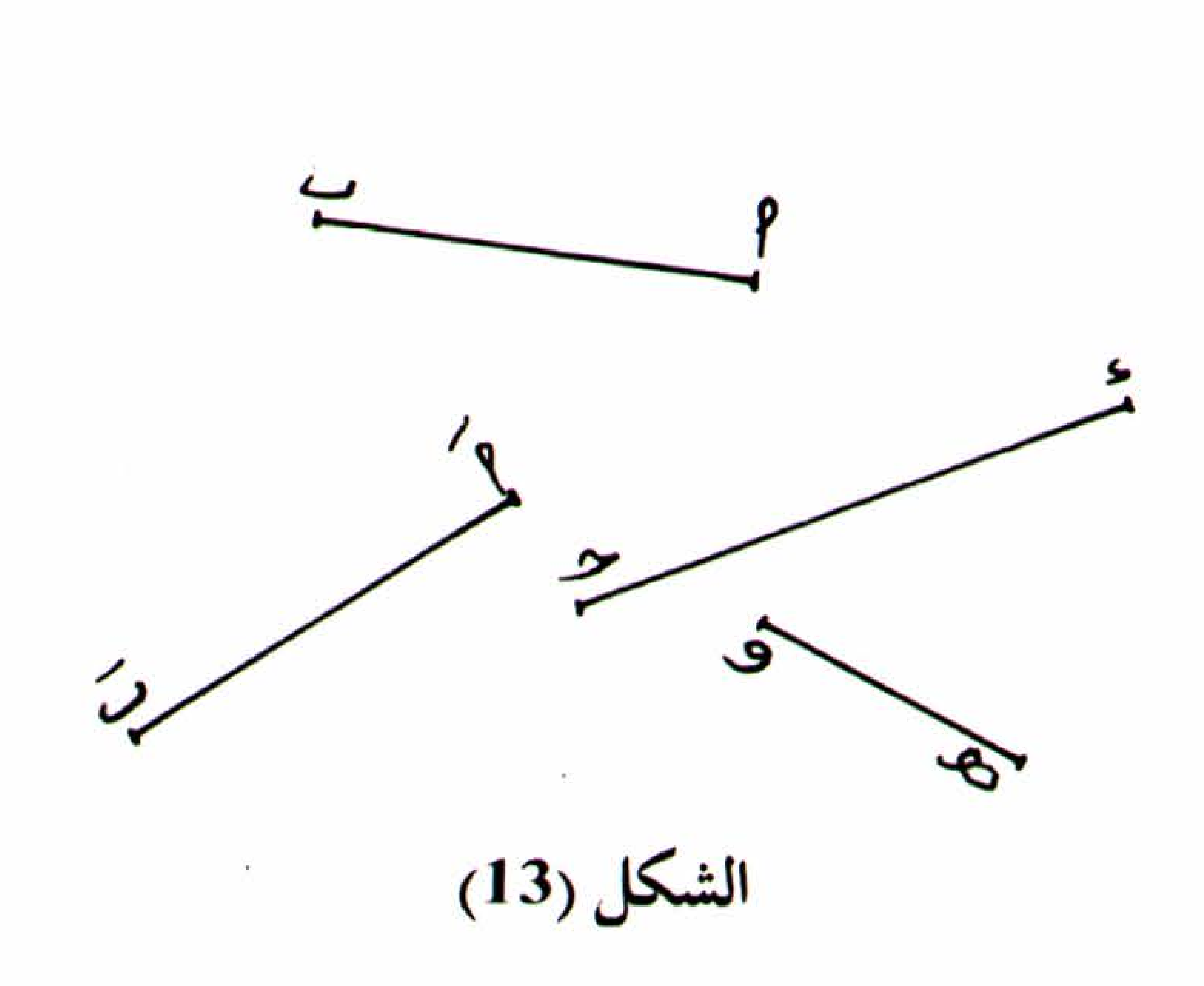
---

5 ـ القطع المتجاورة

نشاط (1)

إليك الشكل (13)

ـ عين القطع المتقايسة فيه



الشكل (13)

تذكر أن :

تتقايس قطعتان مستقيمتان إذا أمكن تطبيق إحداهما على الأخرى

نقول إن للقطعتين المتطابقتين نفس الطول .

نرمز إلى طول القطعة المستقيمة [أ ب] بالرمز أ ب الذي هو عدد

نشاط (2) :

1) عيّن [أ ب] ∩ [ب حـ] في كل من الأشكال (14) ، (15) ، (16) .

تجد في الشكل (14) أن :

{ ب } = [أ ب] ∩ [ب حـ]

حـ ب أ

الشكل (14)

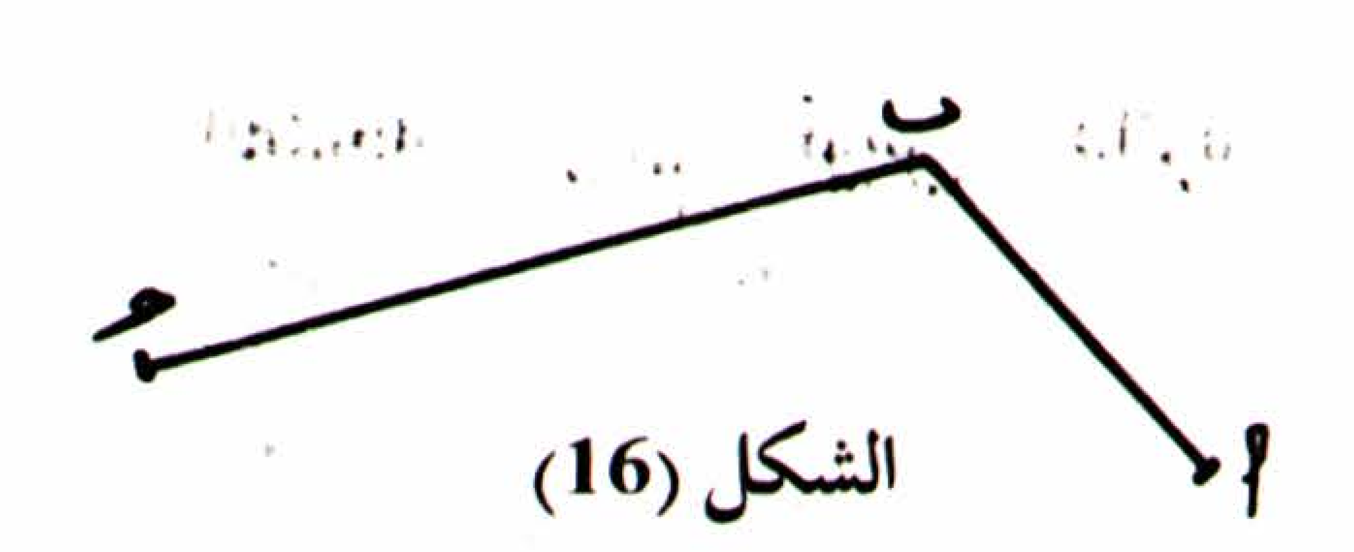
لاحظ أن القطعتين

ب حـ أ

الشكل (15)

المستقيمتين [أ ب] ، [ب حـ]

لهما نفس الحامل



الشكل (16)

نقول إن القطعتين [أ ب] ، [ب حـ] **متجاورتان** .

القطعتان المستقيمتان المتجاورتان هما قطعتان لهما نفس الحامل وتقاطعهما يشمل نقطة وحيدة .

2) هل القطعتان [اب] ، [ب حـ] في الشكلين (15) . (16) متجاورتان ؟ لماذا ؟

ملاحظة : نسمي طول القطعة المستقيمة [اب] **المسافة** بين ا ، ب ونرمز إليها بالرمز م (ا ، ب) .

نكتب : م (ا ، ب) = اب .

6 ـ منتصف قطعة مستقيمة

نشاط (1) :

ـ **ارسم قطعتين مستقيمتين** [ام] ، [م ب] **متجاورتين ومتقايستين** .

ـ ماذا تقول عن النقطة م بالنسبة إلى القطعة [اب] ؟

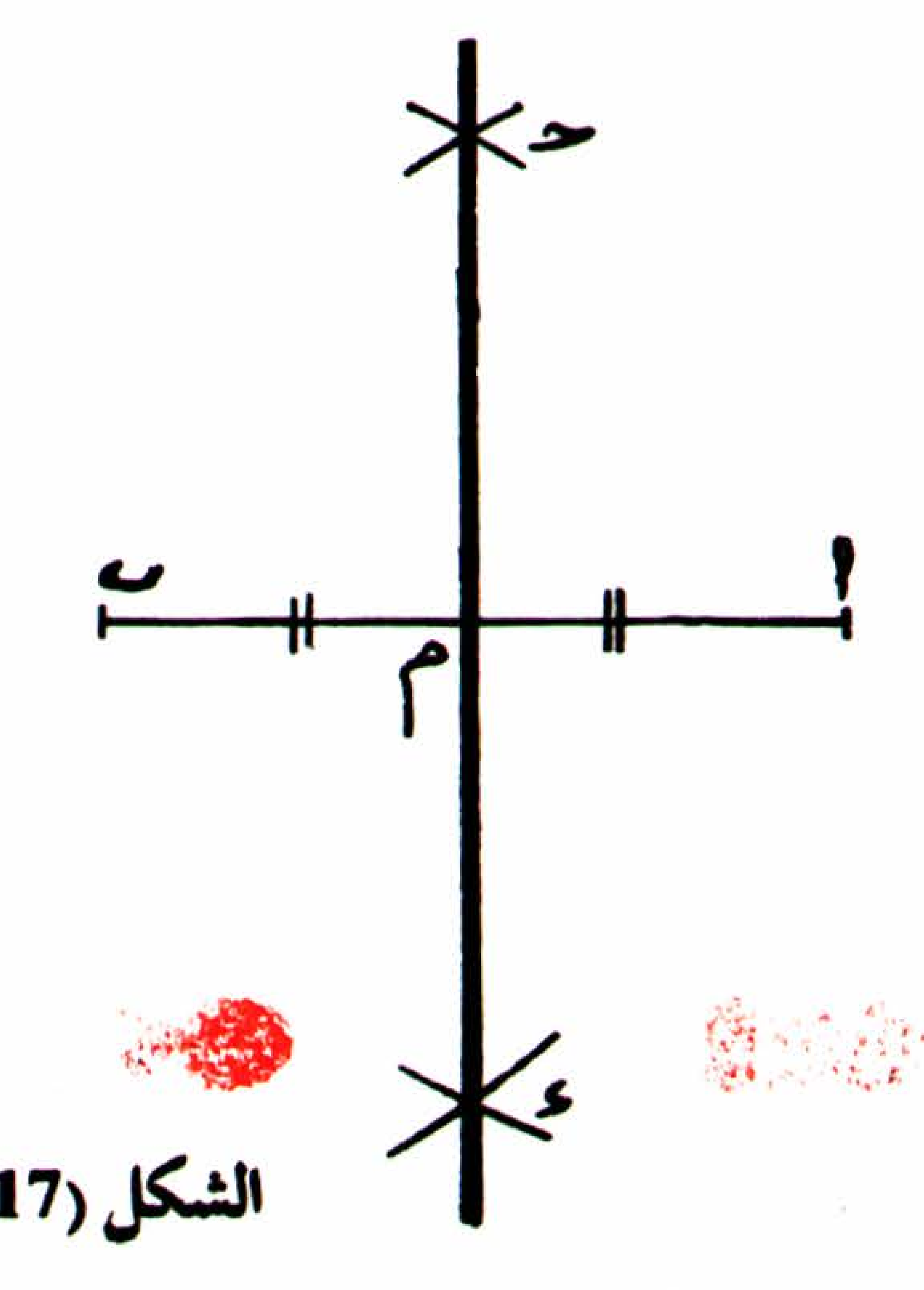
منتصف القطعة [اب] هو النقطة م من [اب] حيث [ام] ، [م ب] متجاورتان ومتقايستان .

إنشاء منتصف قطعة مستقيمة :

نشاط (2) :

ـ ارسم قطعة مستقيمة [اب] .

بفتحة مناسبة للمدور ، ارسم قوس دائرة مركزها ا ثم بنفس الفتحة ارسم قوس دائرة مركزها ب تقطع القوس الأولى في النقطتين حـ ، ء (الشكل 17)



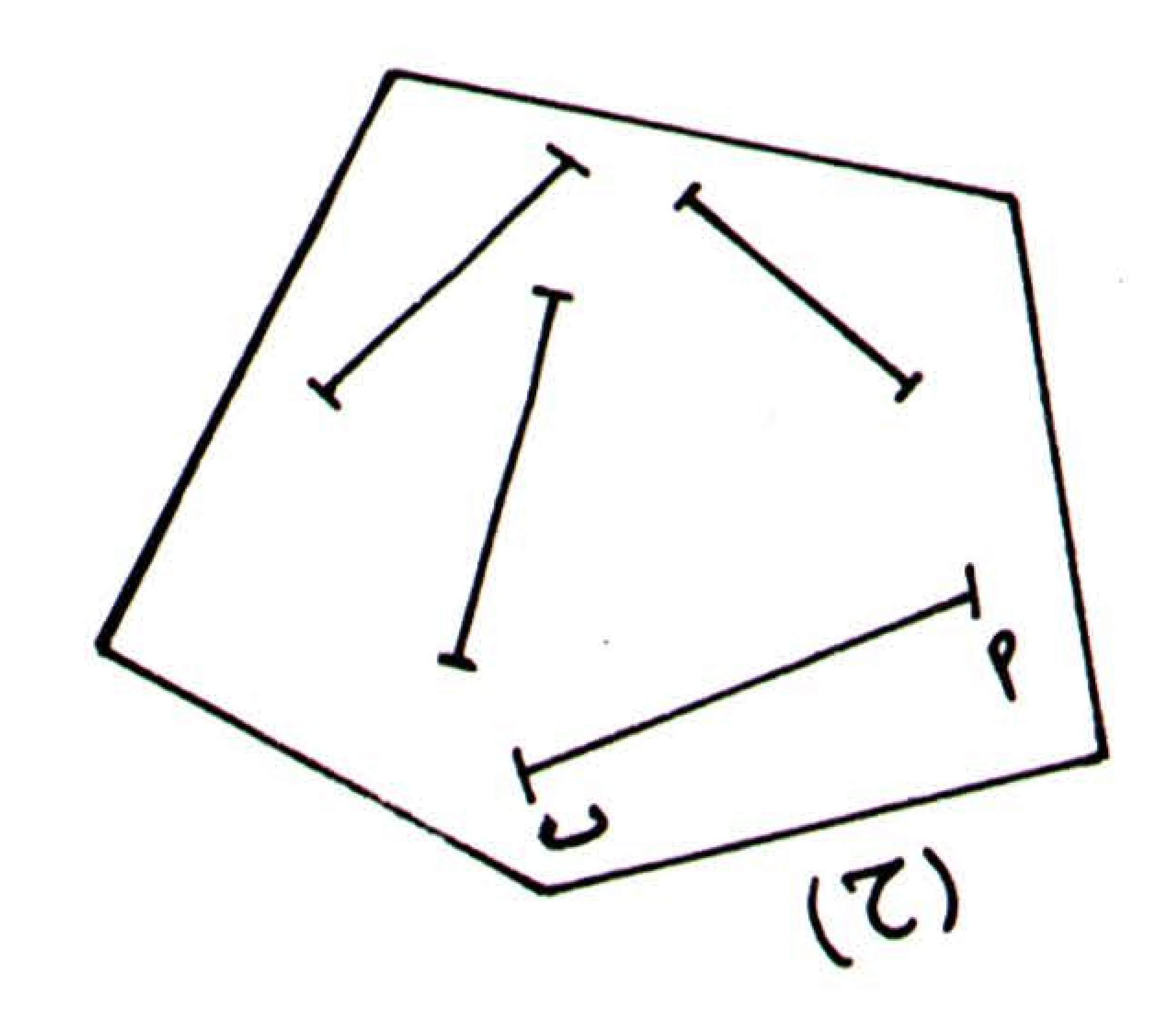
الشكل (17)

المستقيم الذي يشمل حـ ، ء يقطع القطعة [أ ب] في النقطة م

التي هي **منتصف** [أ ب] .

ـ قارن في الشكل 17 بين أ حـ و ب حـ ؛ أ ء و ب ء .

7 ـ المجموعة المحدبة



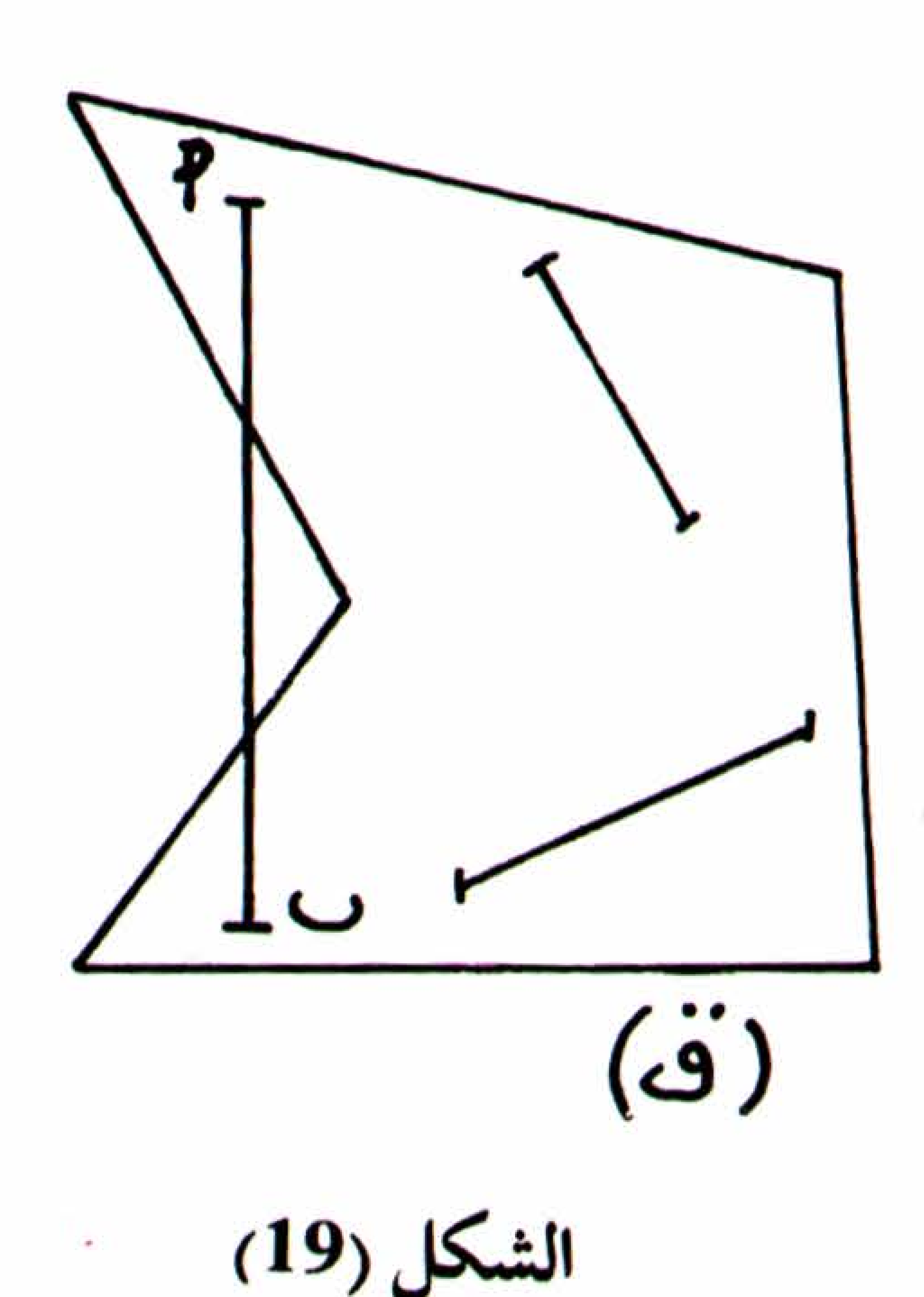
الشكل (18)

إليك الشكل (18) :

لاحظ أنه : من أجل كل نقطتين مختلفتين أ ، ب من حيز المستوي (ح) تكون القطعة المستقيمة [أ ب] محتواة في (ح) .

فنقول إن المجموعة (ح) هي مجموعة محدبة .

تكون مجموعة (ل) محدبة إذا تحقق ما يلي :
كلما انتمت النقطتان أ ، ب إلى (ل) تكون القطعة [أ ب] محتواة في (ل)



الشكل (19)

إليك الشكل (19)

هل المجموعة (ق) محدبة ؟

لاحظ أن : أ ، ب نقطتان من (ق) لكن القطعة المستقيمة [أ ب] ليست محتواة في (ق) .

نقول إن (ق) هي مجموعة مقعرة

عين نقطتين حـ ، ء من (و) حيث : [حـ ء] $\not\subset$ (و).

المجموعة المقعرة هي مجموعة ليست محدبة .

1) لاحظ الشكل (20)



الشكل (20)

ـ تحقق أن كلاً من المجموعات الآتية هي مجموعة محدبة :

(س ع) ، [أ س ، [أ ع ، [ب ع ، [ب س ، [حـ س ، [حـ ع ، [أ ب] .

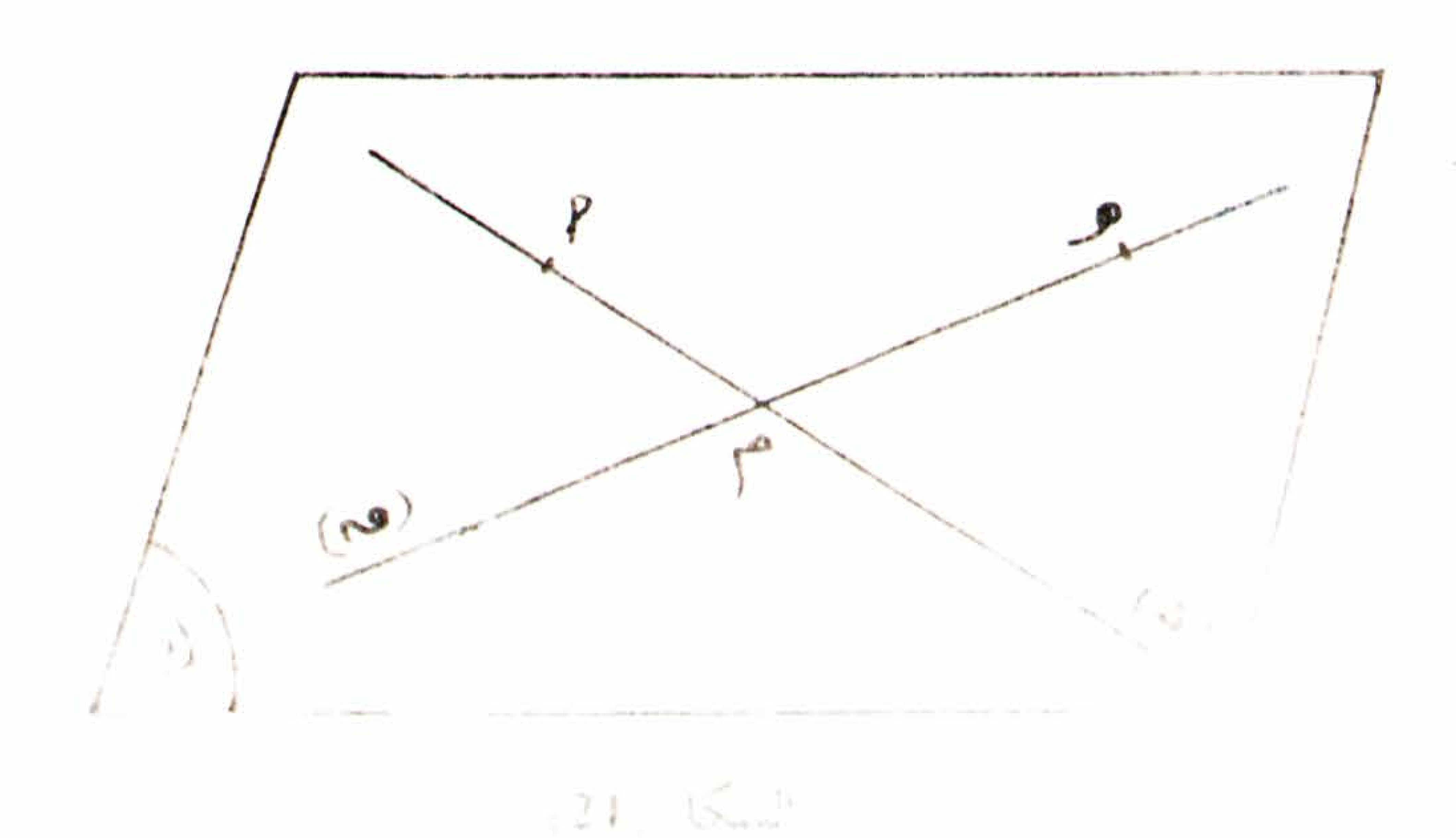
2) (و) قرص حدّه دائرة (د) .

ـ هل (د) مجموعة محدبة ؟ هل (و) مجموعة محدبة ؟

التَّمَارِينُ

1. لاحظ الشكل (21) واكمل ما يلي باستعمال أحد الرموز :

$\subset$ ، $\not\subset$ ، $\supset$ ، $\not\supset$.



الشكل (21)

ه ... (ك) ؛ ا ... (Δ) ؛ ب ... (ف) ؛ ه ... (Δ) ؛ ا ... (ك)

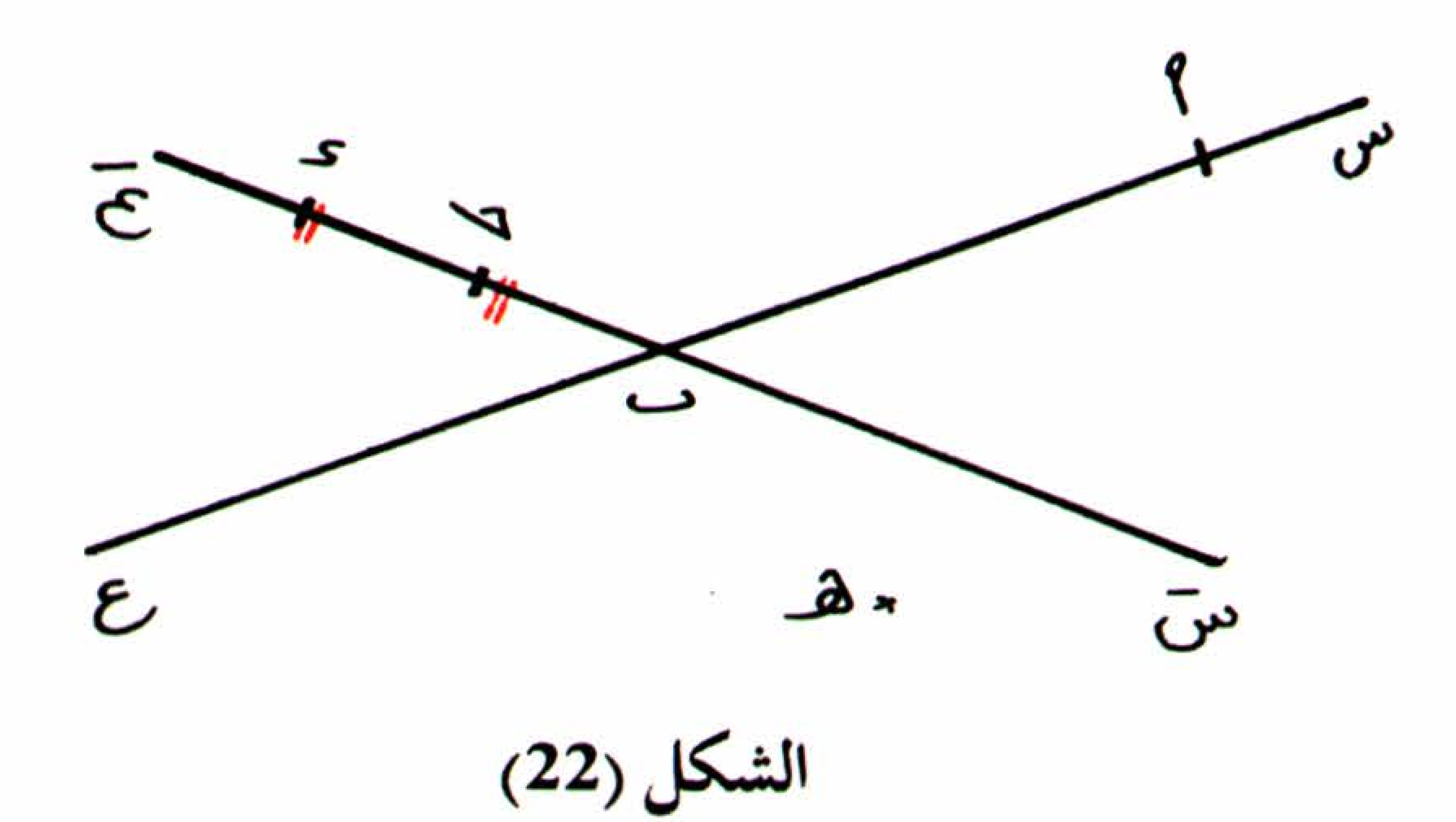
ب ... (Δ) ؛ ه ... (ف) ؛ ا ... (ف) ؛ ب ... (ك) ؛ (Δ) ... (ك)

(ف) ... (ك) ؛ {ا ، ب ، ه} ... (ك) ؛ {م} ... (Δ) ؛ {ب} ... (ك) ؛

{ه ، ب} ... (ف) ؛ {ه ، ب} ... (Δ) ؛ {ه ، ب} ... (ك) ؛

{م} ... (ك) .

2. يعطيك الشكل (22) عددا من المعلومات . ما هي من بين الكتابات الآتية الصحيحة منها والخاطئة ؟



الشكل (22)

{ا ، ح} ⊂ (س ع) ؛ ا ∈ [ا ع] ؛ ب د = 2 . ب ح ؛ [ا ب] ⊂ [ا ح] ؛

[ا ب] ∪ [ا ح] = [ب ح] ؛ ا ∈ (ا ب) ؛ {ب} = (س ع) ∩ (س′ع′) ؛

[ا ع] ∩ (س′ع′) = ϕ ؛ ا ∉ (س ع) ∩ (س′ع′) ؛ ه ∉ (س ع) ∪ (س′ع′)

{ه} ⊂ (س ع) ∩ (س′ع′) .

3. ا ، ب ، ح ، د أربع نقط من المستوي ، كل ثلاث نقط منها ليست على استقامة واحدة . ما هو عدد المستقيمات التي يشمل كل منها نقطتين من النقط الأربع ا ، ب ، ح ، د ؟

4. ا ، ب نقطتان مختلفتان من المستوي ، س هي مجموعة المستقيمات التي يشمل كل منها النقطة ا .

ع هي مجموعة المستقيمات التي يشمل كل منها النقطة ب .

ـ ما هي المجموعة س ∩ ع ؟

5. (س ع) مستقيم في المستوي . ا ، ب ، حـ ثلاث نقط من هذا المستقيم .
1) عيّن جميع القطع المستقيمة الموجودة في الشكل الناتج . عيّن تقاطع كل قطعتين منها ثم اتحادهما .
2) عيّن جميع أنصاف المستقيم الموجودة في الشكل .
عيّن تقاطع كل نصفي مستقيم منها ثم اتحادهما .

6. ا ، ب ، حـ ، ى أربع نقط من مستقيم (ق) بحيث :
حـ ∈ [ا ب] ؛ ى ∈ [ب حـ] .
ـ عيّن المجموعات الآتية :
[ا ب] ∩ [ب حـ] ، [ا ى] ∩ [ب حـ] ، [ا ب] ∩ [حـ ى] ،
[ا حـ] ∩ [ب ى] . [ا ب] ∪ [حـ ى] ،
[ا ب] ∪ [ب حـ] ، [ا ى] ∪ [حـ ى] ، [حـ ى] ∪ [ب حـ] .

7. ا ، ب ، حـ ، ى ، هـ خمس نقط من مستقيم (س ع) بحيث :
ب ∈ [ا س ، حـ ∈ [ا ب] ، هـ ∈ [ب س ؛ ى ∈ [ب هـ] .
1) عيّن القطع المستقيمة التي تشمل كل منها النقطة ا .
2) عيّن القطع المستقيمة التي تحوي كل منها القطعة [ب ى] .
3) عيّن : [ا ب] ∩ [حـ هـ] ، [ا ى] ∩ [حـ هـ] ، [حـ س ∩ [هـ ع .

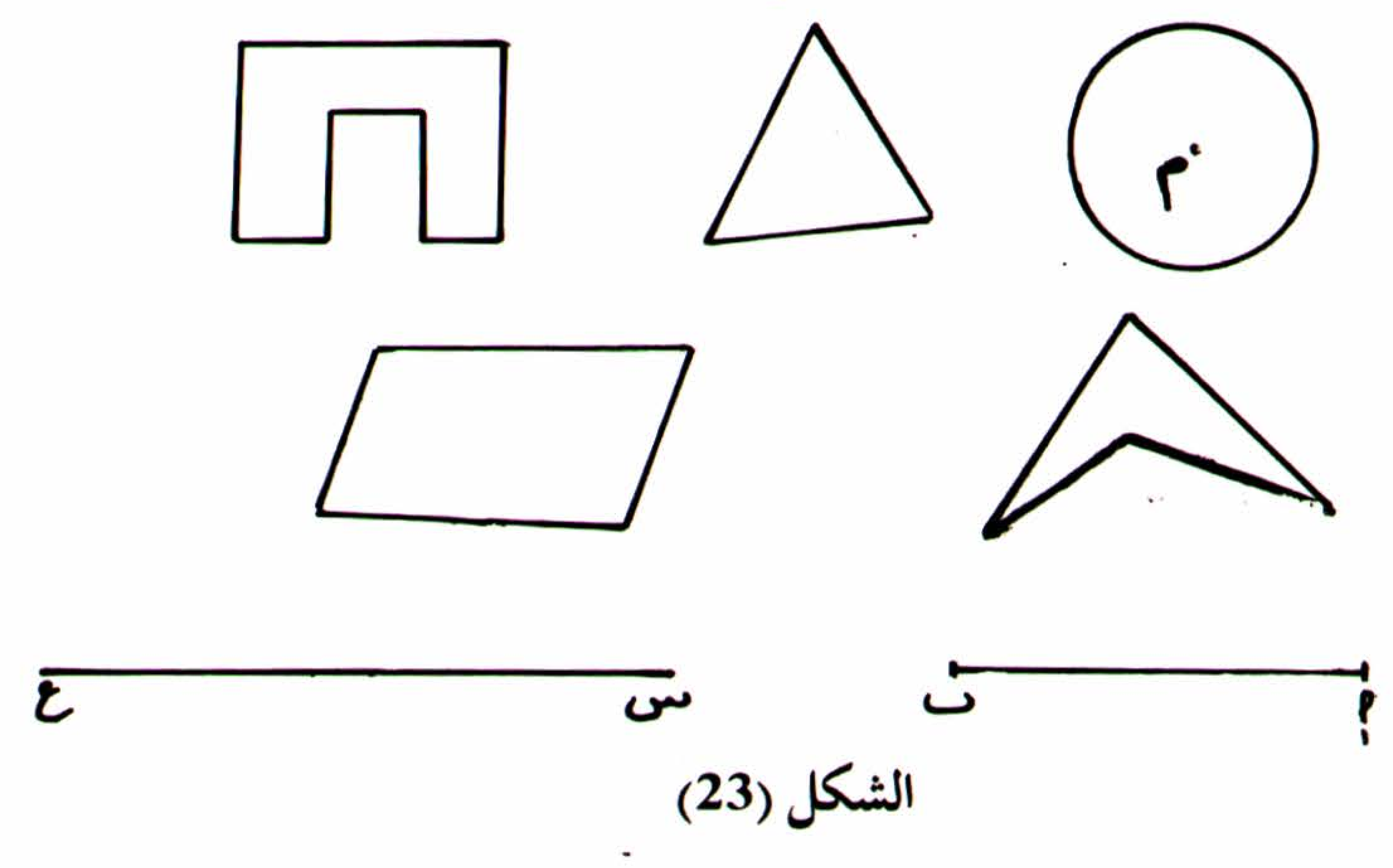
8. ا ، ب ، حـ ، ى أربع نقط من مستقيم (س ع) حيث :
ب ∈ [ا حـ] ، حـ ∈ [ب ى] .
ـ عيّن القطع المستقيمة المتجاورة في الشكل الناتج .

9. م ، ا ، ب ثلاث نقط من مستقيم (س ع) .
ـ عيّن المجموعة [م ع ∩ [ا ب] في كل من الحالات الآتية :
1) م ∈ [ا ب]
2) م ∈] ا س
3) م ∈] ب ع .

10. ا ، ب ، ح ، ء أربع نقط من مستقيم (س ع) ، م ، ن ، هـ منتصفات القطع [ا ب] ، [ب ح] ، [ح ء] على الترتيب .
ـ تحقق أن : 2 . م هـ = ا ء + ب ح .

11. ا ، ب ، ح ثلاث نقط من مستقيم (ص ل) ، م ، ن منتصفا القطعتين [ا ب] ، [ب ح] على الترتيب :
ـ تحقق أن : 2 . م ن = ا ب + ب ح

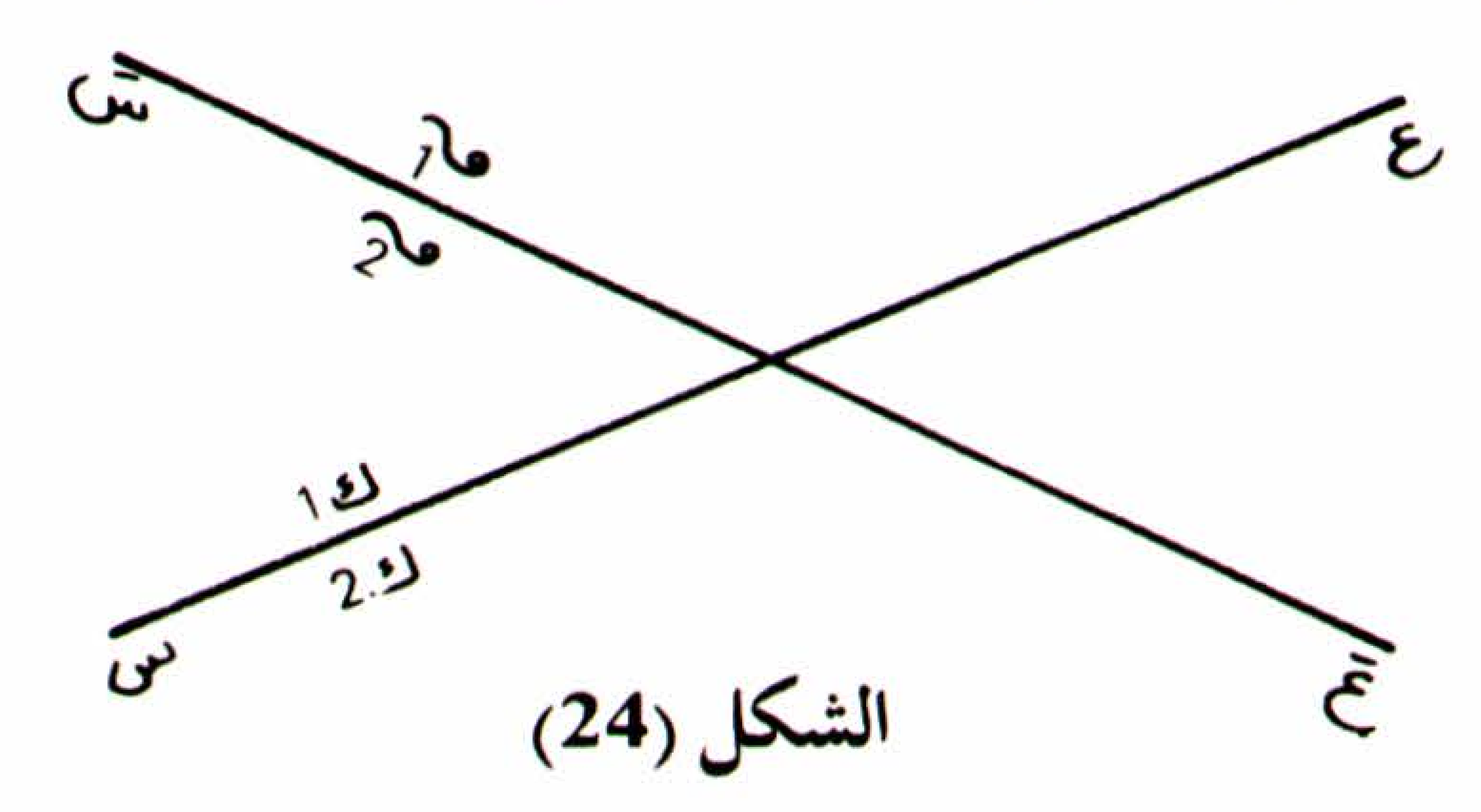
12. من بين الأشكال الآتية ما هي المجموعات المحدبة والمجموعات المقعرة



الشكل (23)

13. هل نصف المستوي مجموعة محدبة ؟ هل تقاطع نصفي مستويين مجموعة محدبة ؟

14. ق$_1$ ، ق$_2$ ، ك$_1$ ، ك$_2$ أنصاف مستويات يمثلها الشكل الآتي :



الشكل (24)

1) لوّن كلا من المجموعات الآتية :
ق$_1$ ∪ ك$_1$ ؛ ق$_1$ ∩ ك$_1$ ؛ ق$_2$ ∪ ك$_2$ ، ق$_1$ ∩ ك$_2$.
2) عيّن المجموعات المحدبة والمجموعات المقعّرة من بين المجموعات السابقة .

تعلّم ...

ماذا نستعمل لحساب المسافات الكبيرة ؟

1) الوحدة الفلكية : (رمزها : و . ف)
وهي المسافة بين الأرض والشمس أي تقريبا : 000 000 150 كم

2) السنة الضوئية : (رمزها : س . ض)
وهي المسافة التي يجتازها الضوء خلال سنة بسرعة 000 300 كم في الثانية .
السنة الضوئية تساوي تقريبا : 000 000 000 468 9 كم

1) احسب بالكيلومتر مسافة الأرض عن نجم موجود على بعد 4,4 سنة ضوئية .

2) يستغرق الضوء المرسل من النجم القطبي 47 س . ض كي يصل إلينا .
ـ أوجد بالكيلومتر المسافة بين النجم القطبي والأرض .

4 العلاقات

الجداء الديكارتي

1 ـ الثنائية المرتبة وتمثيلها :

نشاط :

تعلم أن محرّم هو الشهر الهجري الأول ، وأن عاشوراء هو اليوم العاشر منه .

- نعبر عن عاشوراء بالكتابة (10 ، 1) .

تعلم أيضاً أن شوال هو الشهر العاشر الهجري وأن عيد الفطر هو اليوم الأول منه .

- تعبّر عن ذلك بالكتابة (1 ، 10) ..

كل من الكتابتين (10 ، 1) ، (1 ، 10) تسمى **ثنائية مرتبة** .
لاحظ أنهما تعبران عن مناسبتين مختلفتين .

الكتابة (أ ، ب) هي ثنائية مرتبة .
أ هي المركبة الأولى أو المبدأ ، ب هي المركبة الثانية أو النهاية

تمثيل (أ ، ب)

تمثيل (أ ، أ)

- لاحظ أن الثنائيتين (1 ، 10) ؛ (10 ، 1) مختلفتان :

نكتب (1 ، 10) $\neq$ (10 ، 1) .

بصفة عامة :

إذا كان أ $\neq$ ب فإن : (أ ، ب) $\neq$ (ب ، أ) .

- **ملاحظة :**

مهما يكن أ ، ب فإن : { أ ، ب } = { ب ، أ }

1) عبر بثنائيات مرتبة عن كلّ مما يلي :
ذكرى اندلاع الثورة الجزائرية ، عيد الاستقلال ، عيد الأم ، ذكرى المولد النبوي الشريف .
2) عبر بثنائية مرتبة عن رأس السنة . ماذا تلاحظ ؟
3) مثل كلاً من الثنائيات المرتبة السابقة .

2 ـ تساوي ثنائيتين مرتبتين :

نشاط :

إليك الثنائيتين المرتبتين : $(3 + 1 ، 8 - 2)$
و $(9 - 5 ، 12 : 2)$
قارن بين مركبتيهما الأولين معاً والثانيتين معاً .
تجد أن لهما نفس المركبة الأولى ونفس المركبة الثانية .
نقول إنهما متساويتان ونكتب :

$$(3 + 1 ، 8 - 2) = (9 - 5 ، 12 : 2)$$

(أ ، ب) = (حـ ، ء) يعني أ = حـ و ب = ء

1 ـ بدّل النقط فيما يأتي بأحد الرمزين = ، ≠ :

{2 ، 3} .... {3 ، 2} ؛ (2 ، 3) ... (5 - 2 ، 7 - 5) ؛
(8 - 8 ، 1) .... (0 ، 4 : 4) ؛ (3 ، 2) .... (1 ، 2) ؛
(5 ، 7) .... (3 ، 8) ؛ (1 ، 0) .... (1 ، 5) ؛

2 ـ عين كلاً من س ، ع في الحالات الآتية :

{س ، 5} = {3 ، ع} ؛ (س ، 0) = (4 ، ع) ؛
(س ، ع) = (1 ، 1) ؛ {س ، ع} = {0 ، 2} .

3 ـ الجداء الديكارتي :

نشاط 1 : إليك المجموعتين : س = { ق ، ك ، ل } ؛
ص = { 2 ، 3 } .

اكتب جميع الثنائيات المرتبة التي مبدأ كل منها عنصر من س ونهاية كل منها عنصر من ص .

تحصل على المجموعة :

{ (ق ، 2) ؛ (ق ، 3) ؛ (ك ، 3) ؛ (ك ، 2) ؛ (ل ، 2) ؛ (ل ، 3) } .

هذه المجموعة تُسمّى **الجداء الديكارتي** للمجموعتين س ، ص على الترتيب .

نرمز لهذه المجموعة بالرمز س × ص

ونقرأ : « س في ص » .

> الجداء الديكارتي لمجموعتين س ، ص على الترتيب هو مجموعة الثنائيات المرتبة (أ ، ب) حيث أ ينتمي إلى س و ب ينتمي إلى ص .

نكتب : س × ص = { (أ ، ب) / أ ∈ س و ب ∈ ص }

نشاط 2 :

عين المجموعة ص × س .

:

× س = { (2 ، ق) ؛ (2 ، ك) ؛ (2 ، ل) ؛
ق) ؛ (3 ، ك) ؛ (3 ، ل) }

أن س × ص ، ص × س مختلفان .

عامة :

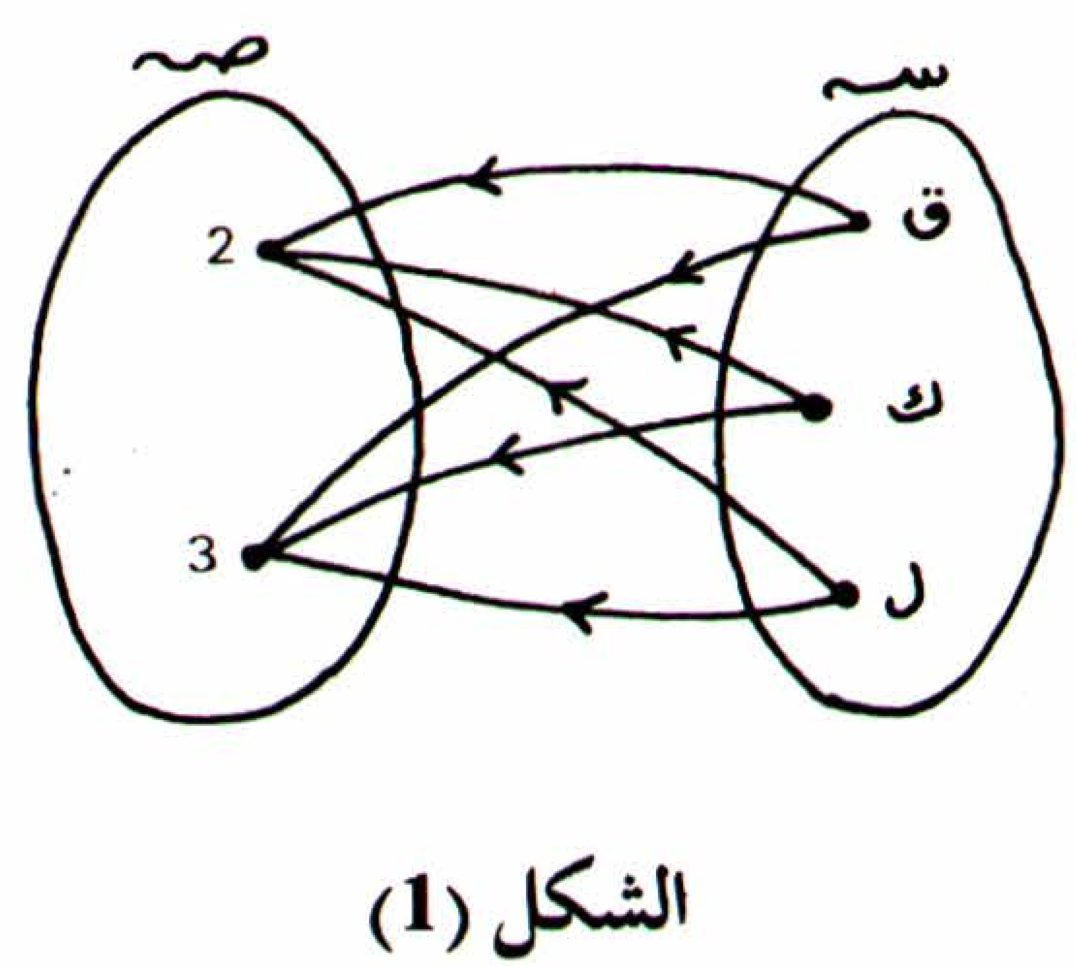
4 ـ تمثيل الجداء الديكارتي :

رأيت أن :

سـ × صـ = {(ق ، 2) ؛ (ق ، 3) ؛ (ك ، 2) ؛ (ك ، 3) ؛ (ل ، 2) ؛ (ل ، 3)}

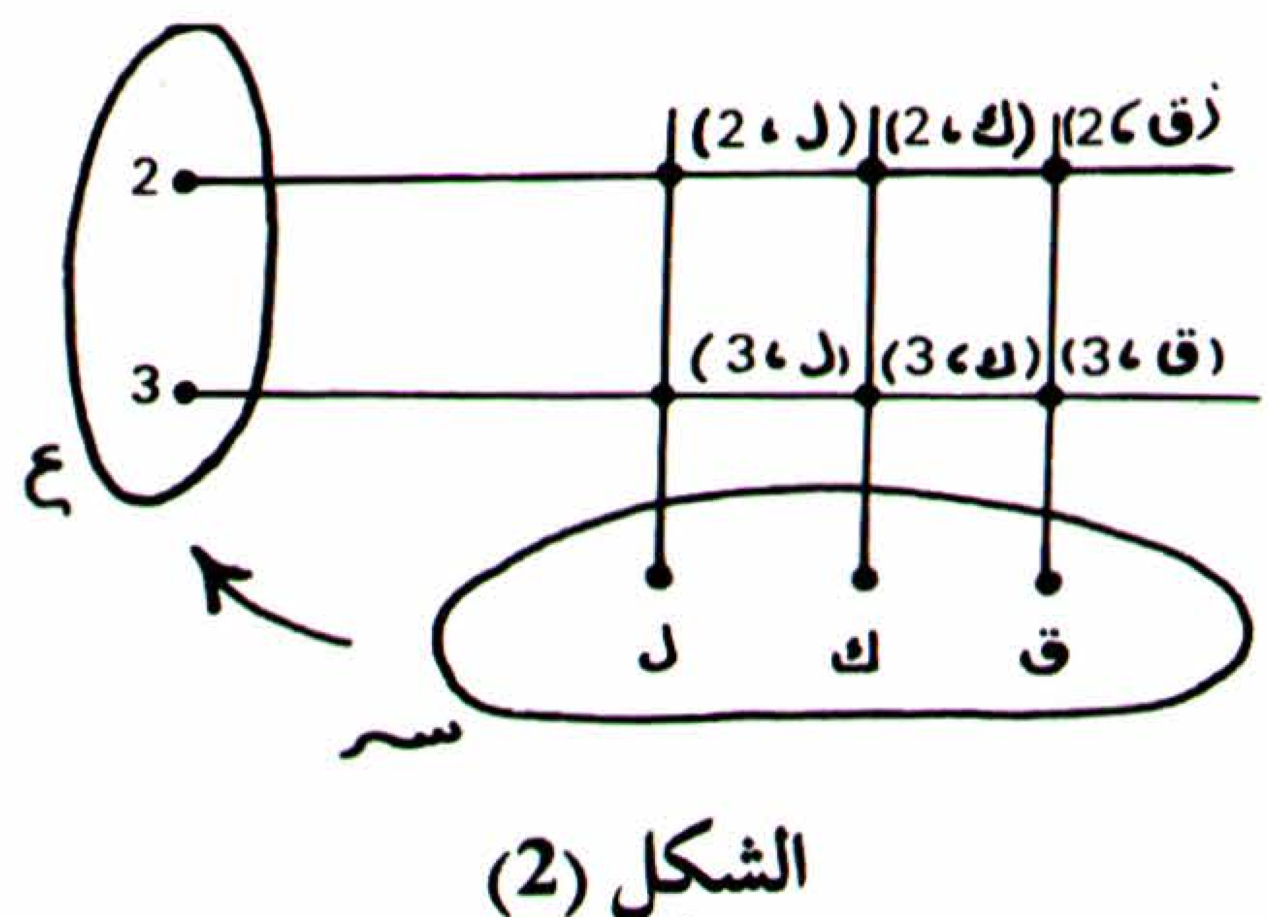
تعلم أن كل ثنائية مرتبة تمثّل **بسهم** مبدأه المركبة الأولى للثنائية ، ونهايته المركبة الثانية لها .

الشكل 1 يمثل **المخطط السهمي** للجداء الديكارتي سـ × صـ .



الشكل (1)

يمكن أيضاً تمثيل المجموعة سـ × صـ بمخطط ديكارتي كما في الشكل 2 حيث كل نقطة تقطع خط أفقي مع خط عمودي تمثل ثنائية مرتبة من سـ × صـ .



الشكل (2)

5 ـ المربع الديكارتي :

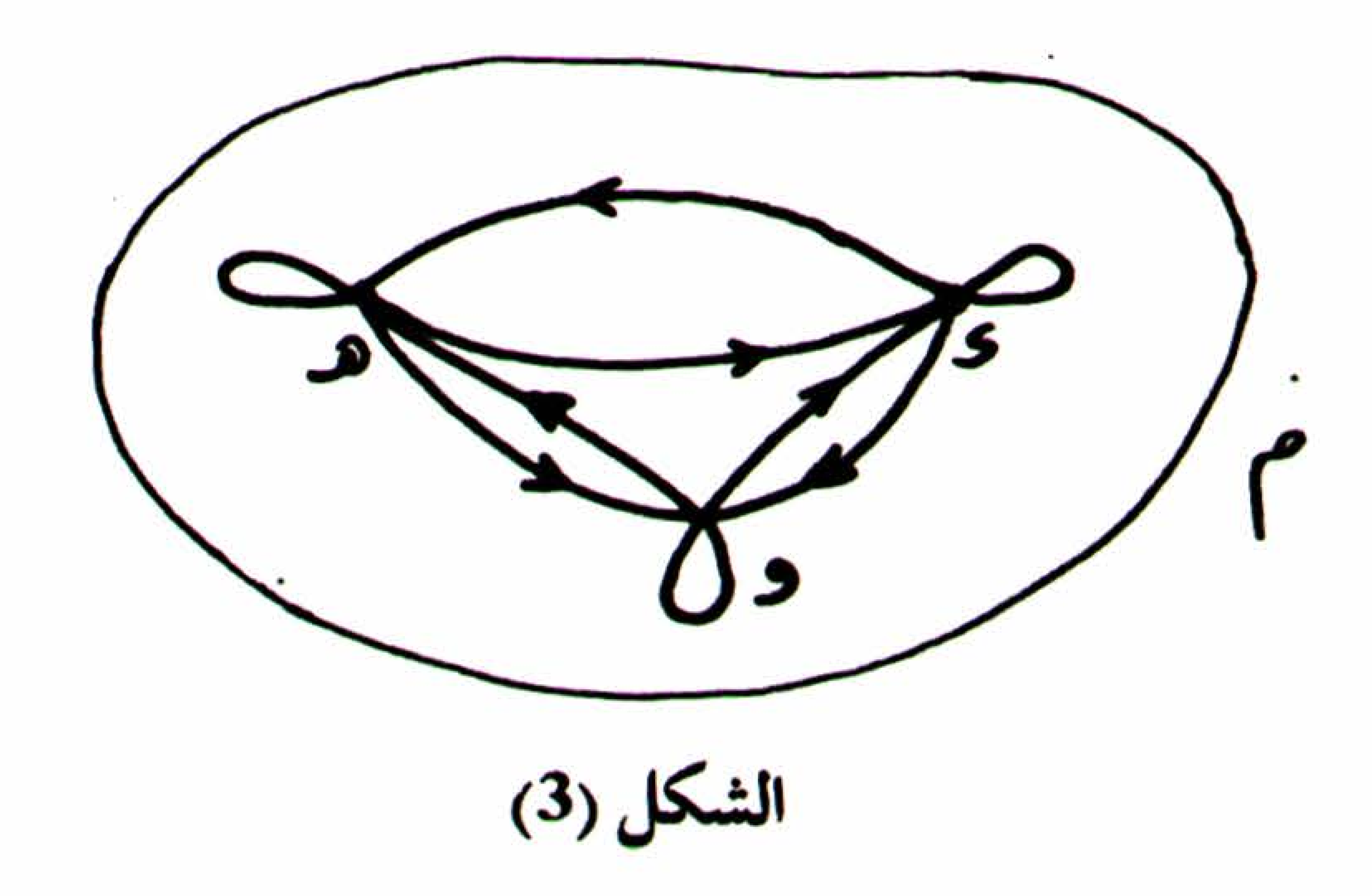
م = {ى ، هـ ، و}

م × م = {(ى ، ى) ؛ (ى ، هـ) ؛ (ى ، و) ؛ (هـ ، هـ) ؛ (هـ ، ى) ؛ (هـ ، و) ؛ (و ، و) ؛ (و ، ى) ؛ (و ، هـ)}

هذه المجموعة تسمى المربع الديكارتي للمجموعة م .

الجداء الديكارتي سـ × سـ يسمى المربع الديكارتي للمجموعة سـ

الشكل 3 يمثل المخطط السهمي للمجموعة م × م .



الشكل (3)

نتيجة :

س × س = { (أ ، ب) / أ ∈ س و ب ∈ س }

---

1 ـ ص = { 1 ، 3 } ؛ ع = { 2 ، 4 ، 6 }

أوجد المجموعة ص × ع بإعطاء قائمة عناصرها ثم مثلها بمخطط سهمي ثم بمخطط ديكارتي .

هل المجموعتان ص × ع ، ع × ص متساويتان ؟

2 ـ ما هو عدد عناصر المجموعة س × ع إذا علمت أن المجموعتين س ، ع تشملان 3 عناصر و 4 عناصر على الترتيب .

3 ـ س = { 1 ، 2 ، 3 ، 4 } أوجد س × س

- ما هو عدد عناصر س × س ؟
- مثل المجموعة س × س بمخطط سهمي .

العلاقة من مجموعة الى مجموعة

1 ـ مفهوم العلاقة :

نشاط :

س = { ب ، ح ، ر ، ك ، ق ، ه }

ص = { منقلة ، سيالة ، كتاب ، مسطرة ، مدور }

1) اكتب المجموعة س × ص .

الحرف ق موجود في كلمة منقلة ، الحرف ك موجود في كلمة كتاب .

الحرف ح غير موجود في أي كلمة من كلمات المجموعة ص .

2) استعن بمركبات الثنائيات المرتبة مثل : (ق ، منقلة) ؛ (ك ، كتاب) ؛ (م ، مسطرة) ؛ لكي تكمل الجملة « .... موجود في كلمة .... » .

– هل العبارة : « م موجود في كلمة مدور » صحيحة ؟ نعم .
– هل العبارة : « ق موجود في كلمة سيالة » صحيحة ؟ لا .

عين ج مجموعة الثنائيات المرتبة (س ، ص) من س × ص بحيث تكون العبارة « س موجود في كلمة ص » صحيحة .
نجد :

ج = { (ق ، منقلة) ؛ (ك ، كتاب) ؛ (ب ، كتاب) ؛ (م ، مسطرة) ؛ (م ، مدور) }

• العبارة « .... موجود في كلمة ... » تعرف **علاقة** من المجموعة س إلى المجموعة ص . المجموعة ج تسمى **بيان** هذه العلاقة .

بيان علاقة من س إلى ص هو مجموعة الثنائيات المرتبة من س × ص التي تحقق هذه العلاقة .
س هي **مجموعة بدء** هذه العلاقة ، ص هي **مجموعة الوصول** .

ملاحظات :

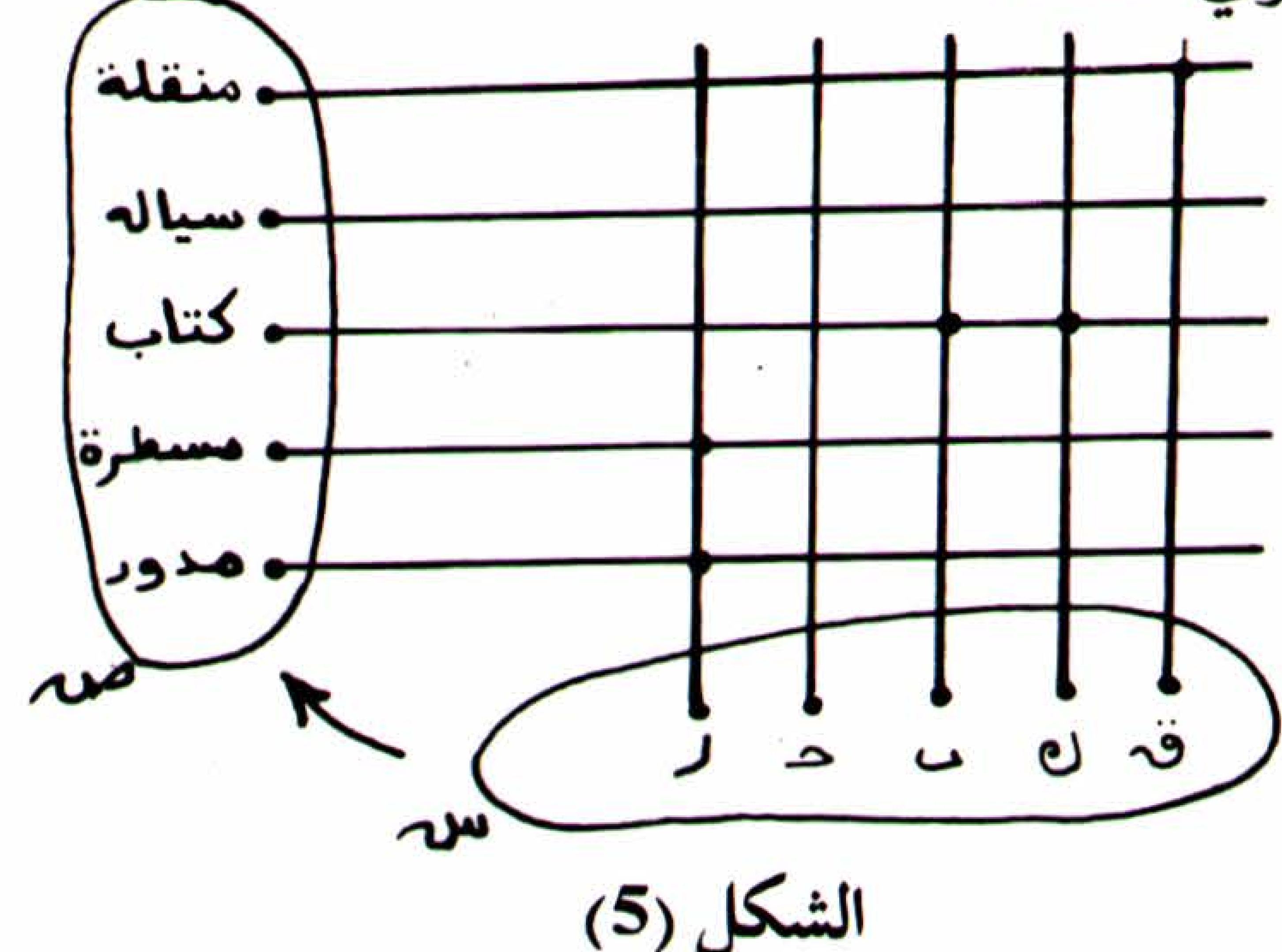
1) ج ⊂ س × ص

2) نرمز لعلاقة من مجموعة س إلى مجموعة ص برمز مثل ع

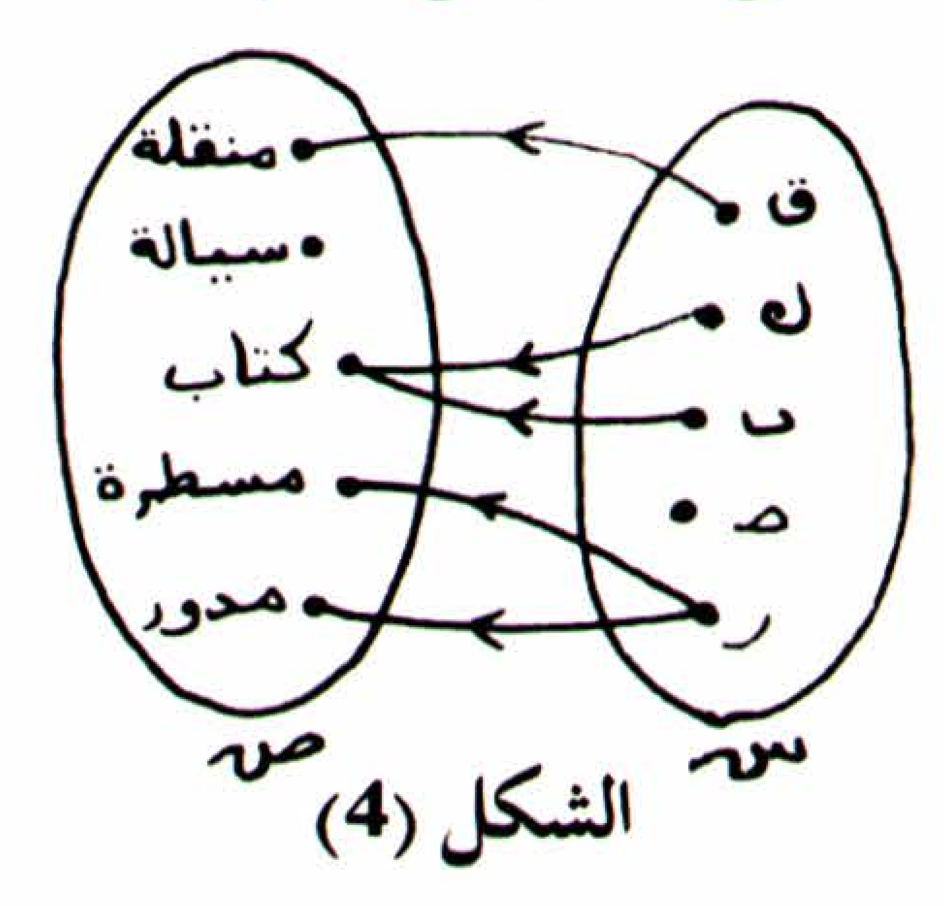
3) إذا كانت الثنائية المرتبة (س ، ص) تحقق العلاقة ع من المجموعة س إلى المجموعة ص ، فإننا نسمي س **سابقة** ص ونسمي ص **صورة** س وفق العلاقة ع .

الشكل 4 يمثل المخطط السهمي للعلاقة « .... موجود في كلمة .... »

والشكل 5 يمثل المخطط الديكارتي لها .



الشكل (5)



الشكل (4)

نتيجة :

تتعين علاقة من مجموعة إلى مجموعة بمعرفة :

- مجموعة البدء .
- مجموعة الوصول .
- البيان .

س = { 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 }

ص = { 101 ، 206 ، 33 ، 91 ، 85 }

ع علاقة من س إلى ص معرّفة بالعبارة :

« .... هو رقم آحاد .... »

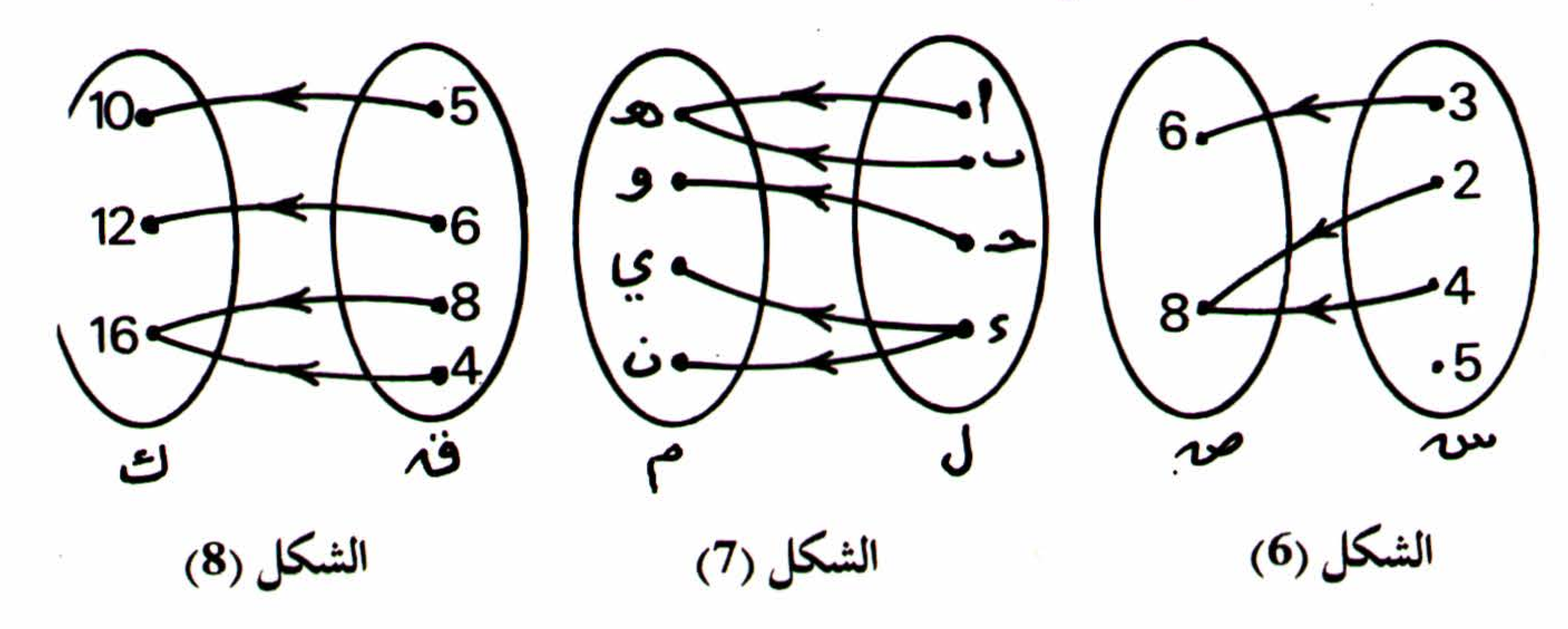
1) أكتب ج بيان العلاقة ع .

2) مثّل ج بمخطط سهمي ثم بمخطط ديكارتي

---

2 ـ التطبيق :

لاحظ الأشكال الآتية :



الشكل (8) الشكل (7) الشكل (6)

في الشكل 6 العنصر 5 من س ليس له صورة في ص .
في الشكل 7 العنصر ء من ل له صورتان في م هما ي ، ن .
في الشكل 8 **كل عنصر من ق له صورة واحدة** في ك .

• نقول إن العلاقة من ق إلى ك الممثلة في الشكل 8 هي تطبيق للمجموعة ق في المجموعة ك .

> التطبيق من المجموعة س إلى المجموعة ع هو علاقة من س إلى ع حيث كل عنصر من س له صورة وحيدة في ع .

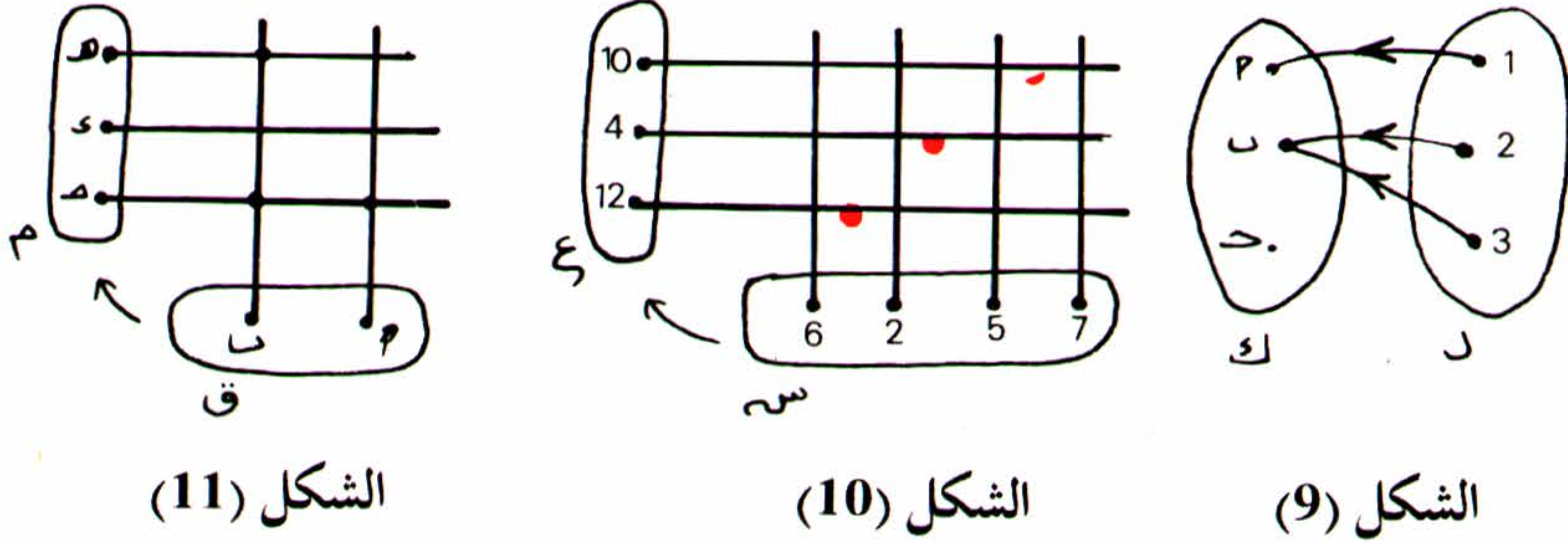
نرمز لتطبيق بأحد الرموز مثل : تا ، ها .

ونكتب : تا : س ← ع
س ↦ ع

ع هو صورة س بالتطبيق تا . تكتب أيضا ع = تا (س)

في الشكل 8 العنصر 5 من ق صورته العنصر 10 من ك بالتطبيق تا .
نكتب : تا (5) = 10 .

1) من بين العلاقات الممثلة بالأشكال الآتية عين التطبيقات .



الشكل (11)　　الشكل (10)　　الشكل (9)

2) ق = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 }

ك = { 0 ، 3 ، 6 ، 9 ، 12 }

ها تطبيق للمجموعة ق في المجموعة ك معرف كما يلي :

ها : ق ← ك

س ↤ 3 س

مثلا ها (2) = 3 × 2

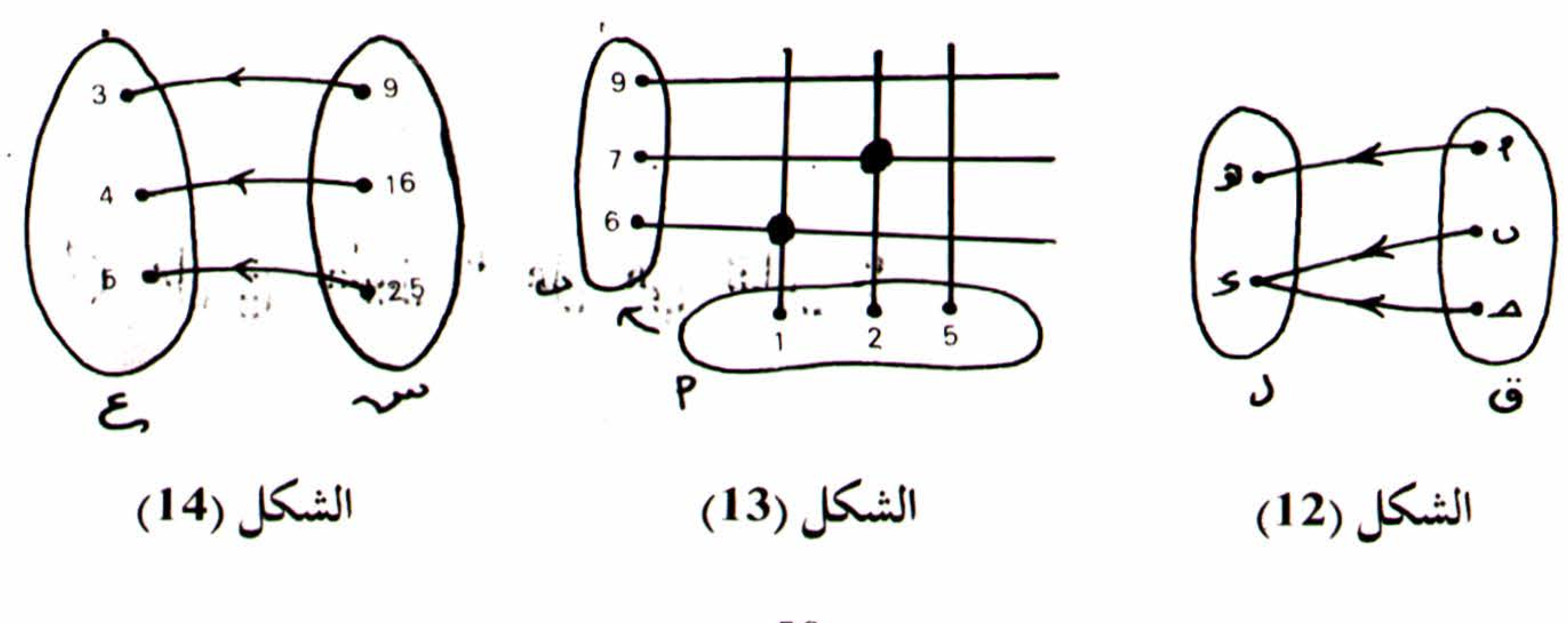
أي ها (2) = 6

1) أوجد : ها (0) ، ها (1) ، ها (3) .

2) مثل التطبيق ها بمخطط سهمي .

3 ـ التقابل :

لاحظ الأشكال الآتية :

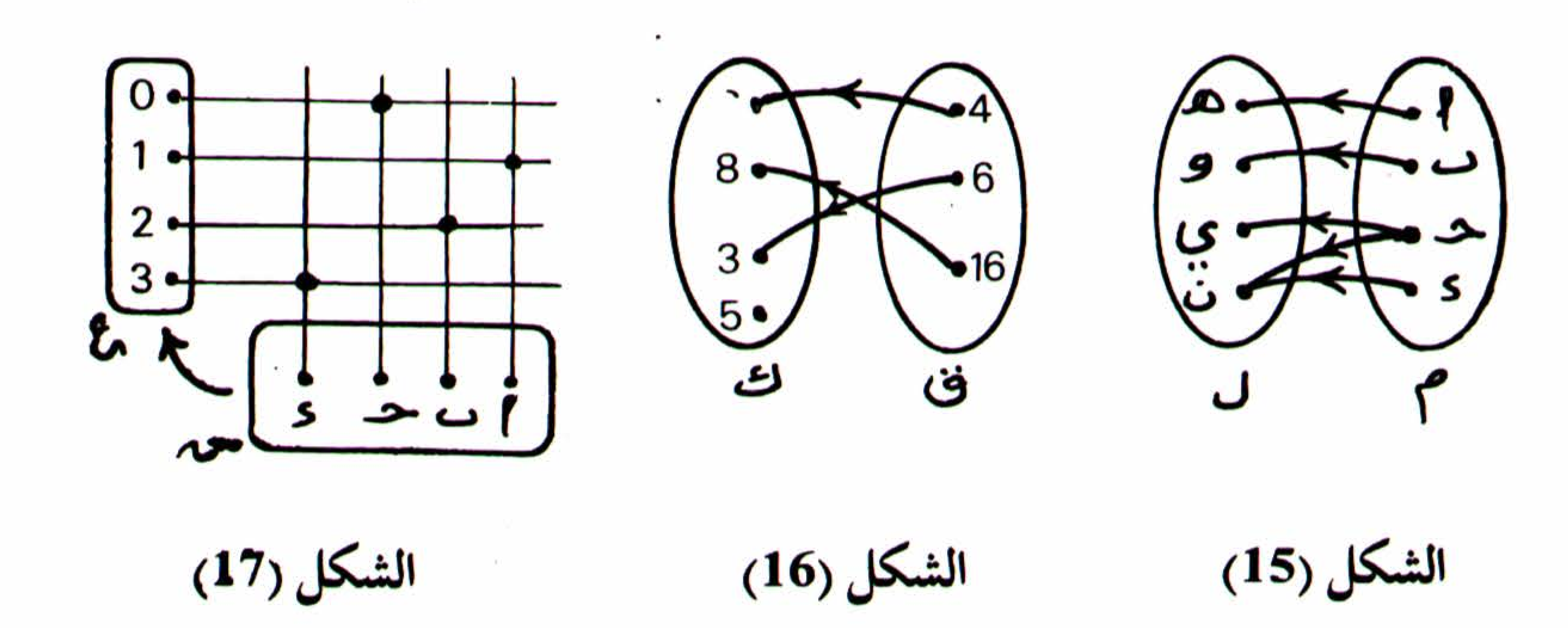


الشكل (14)　　الشكل (13)　　الشكل (12)

عين التطبيقات في الأشكال السابقة .
تجد أن الشكل 12 يمثل تطبيقاً للمجموعة ق في ل
وأن الشكل 14 أيضاً يمثل تطبيقاً للمجموعة س في ع .
في الشكل 14 لاحظ أن كل عنصر من ع هو صورة **لعنصر واحد فقط من** س .
نقول إن هذا التطبيق هو تقابل من المجموعة س إلى المجموعة ع .

> التقابل من المجموعة س إلى المجموعة ع هو تطبيق من س إلى ع حيث كل عنصر من ع هو صورة لعنصر وحيد من س .

1) من بين العلاقات الآتية عين التطبيقات ثم التقابلات :



الشكل (15) الشكل (16) الشكل (17)

2) ل = { أ ، ب ، حـ ، د } ؛ ك = { 1 ، 2 ، 3 ، 4 } .
ج = { (أ ، 3) ؛ (ب ، 2) ؛ (حـ ، 1) ؛ (د ، 1) }
ع علاقة من ل إلى ك بيانها ج .

أ) هل ع تطبيق ؟ هل هي تقابل ؟

ب) مثل العلاقة ع بمخطط سهمي ثم بمخطط ديكارتي .

العلاقة في مجموعة

1 ـ مفهوم العلاقة في مجموعة :

نشاط :

ك = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 }

تذكر أنه : إذا كان ا ، ب عددين طبيعيين فإن :

ا ضعف ب معناه ا = 2 ب

مثلاً 0 ضعف 0 لأن 0 = 2 × 0 .

6 ضعف 3 لأن 6 = 2 × 3

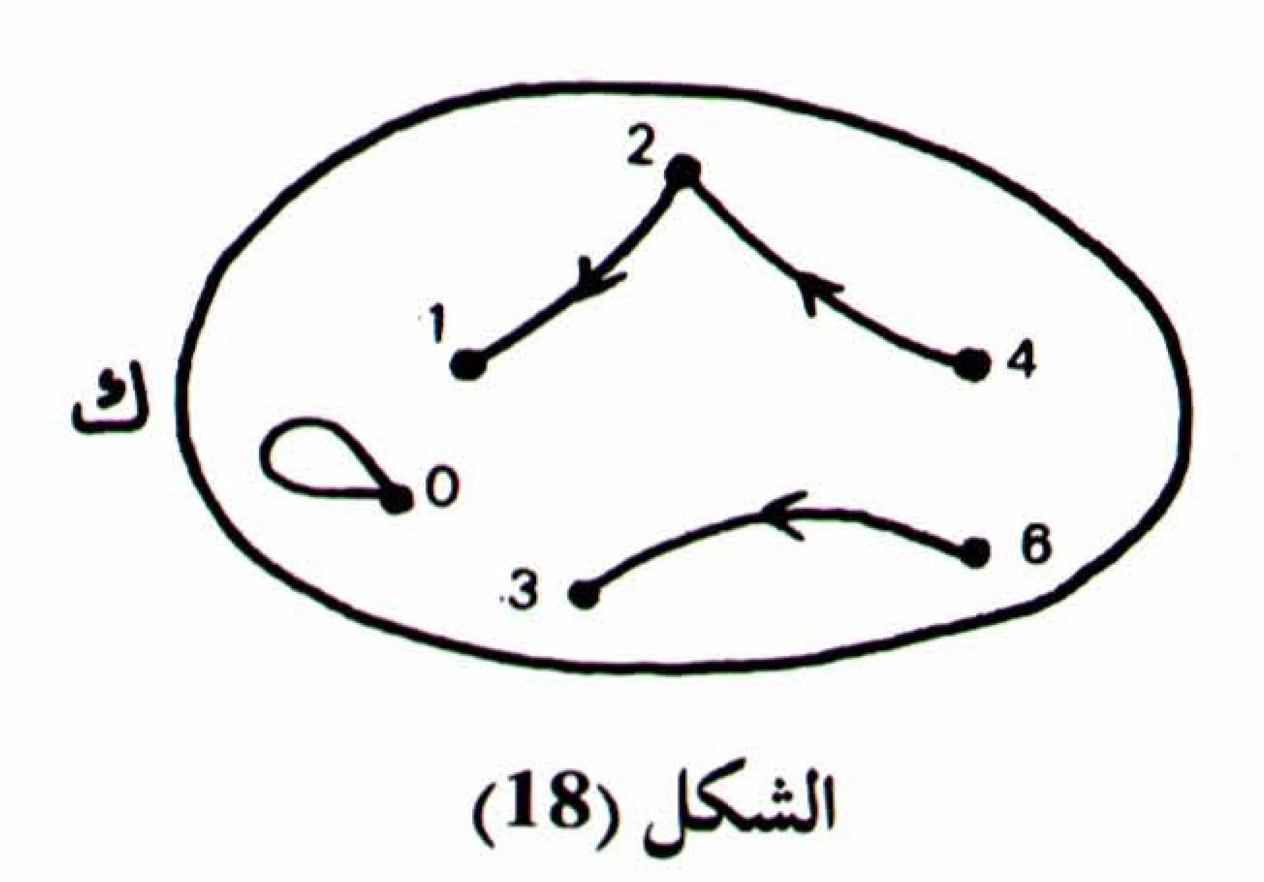
عين ج بيان العلاقة « ... ضعف ... » من ك إلى ك .

تجد :

ج = { (0 ، 0) ؛ (2 ، 1) ؛ (4 ، 2) ؛ (6 ، 3) }

• العلاقة « ... ضعف .... » من ك إلى ك تسمى **علاقة في ك**

الشكل 18 يمثل المخطط السهمي لهذه العلاقة .



الشكل (18)

كل علاقة من مجموعة س إلى س تسمى علاقة في س

مثل العلاقة السابقة بمخطط ديكارتي .

2 ـ علاقة الترتيب في ط :

• رأيت أن الأعداد الطبيعية ترتّب كما يلي :

0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < ....

وهو الترتيب الطبيعي لها .

• **العلاقة « .... أصغر من أو يساوي .... » في ط :**

إذا كان أ و ب عددين طبيعيين ، فالكتابة :

أ ⩾ ب تعني أ < ب أو أ = ب

الكتابة أ ⩾ ب تقرأ : « أ أصغر من أو يساوي ب » .

وهي تدلّ على علاقة في ط هي « .... أصغر من أو يساوي .... »

ونرمز إليها بالرمز « .... ⩾ .... » .

• **خواص العلاقة** « .... ⩾ .... » **في** ط :

ـ لاحظ أن كلاًّ من الكتابات الآتية صحيحة .

0 ⩾ 0 ؛ 1 ⩾ 1 ؛ 16 ⩾ 16 .

بصفة عامة :

مهما يكن العدد الطبيعي أ ، فإن أ ⩾ أ .

• تذكّر أن : أ < ب أو أ = ب معناه أ ⩾ ب .

مثال : إذا كان أ = 3 و ب = 7 نكتب 3 < 7 [illegible] 3 ⩾ 7 .

لاحظ أن الكتابة 7 ⩾ 3 خاطئة .

[illegible] 19 و ب = 12 نكتب 12 [illegible] 19

بصفة عامة :

إذا كان أ ، ب عددين طبيعيين مختلفين ،
فإما أ ⩽ ب وإما ب ⩽ أ

تعلم أن $2 \leqslant 5$ ؛ $5 \leqslant 11$ لاحظ أيضاً أن : $2 \leqslant 11$.

$3 \leqslant 7$ ؛ $7 \leqslant 8$ وأيضا : $3 \leqslant 8$.

بصفة عامة :

أ ، ب ، حـ ثلاثة أعداد طبيعية .
إذا كان أ ⩽ ب و ب ⩽ حـ فإن أ ⩽ حـ .

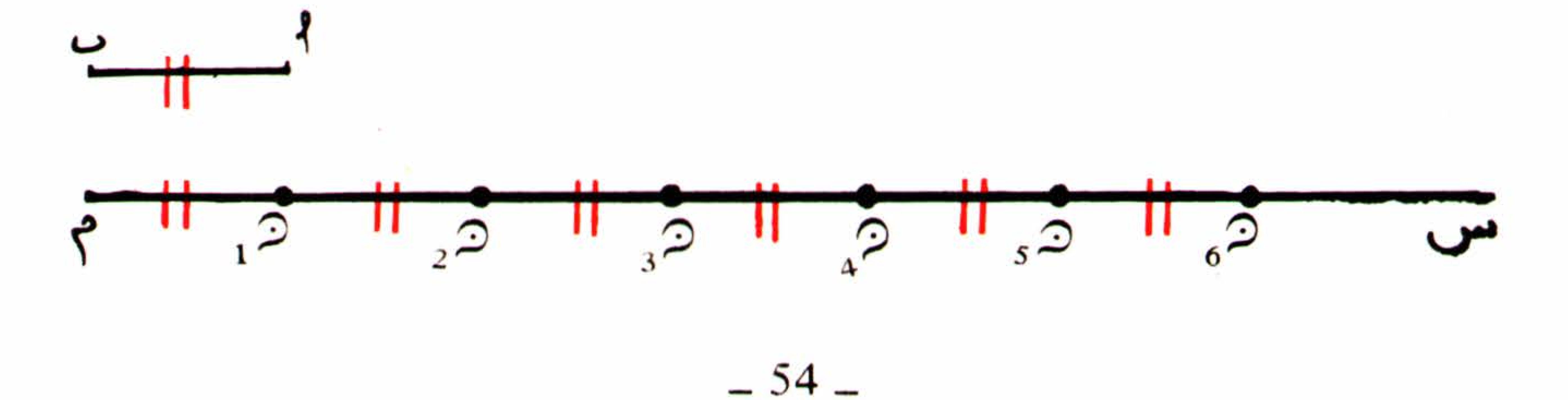
نتيجة :

العلاقة « .... ⩽ .... » في ط هي
علاقة ترتيب في ط .

3 ـ الترتيب في ط والتدريج المنتظم لنصف مستقيم :

نشاط :

لاحظ الشكل 19



النقط : م ، ه$_1$ ، ه$_2$ ، ه$_3$ ، ه$_4$ ، ه$_5$ ، ه$_6$ ، .... تعين تدريجاً منتظماً لنصف المستقيم [م س .

النقطة م هي **مبدأ** هذا التدريج والطول ا ب هو **وحدته** .

لاحظ أن :

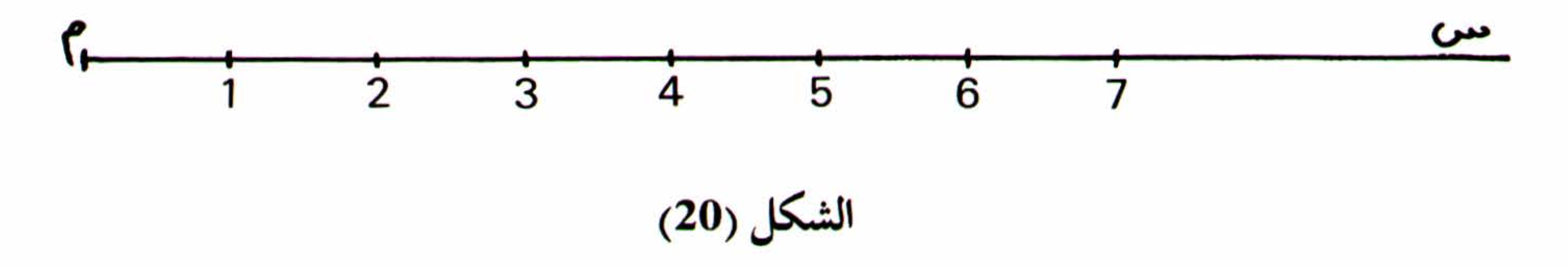
م ه$_1$ = **1** . ا ب ؛ م ه$_2$ = **2** . ا ب ؛ م ه$_3$ = **3** . ا ب ؛
م ه$_4$ = **4** . ا ب ؛ م ه$_5$ = **5** . ا ب .

بوضع ا ب = 1 نجد :

م ه$_1$ = 1 ؛ م ه$_2$ = 2 ؛ م ه$_3$ = 3 ؛ م ه$_4$ = 4 ؛ م ه$_5$ = 5

لتبسيط الشكل السابق يمكن أن نمثل النقط :

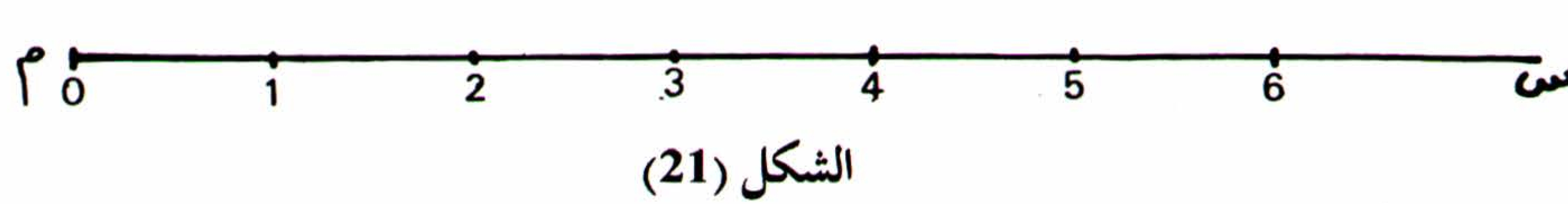
م ، ه$_1$ ، ه$_2$ ، ه$_3$ ، .... بالأعداد : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، .... على الترتيب الشكل 20



الشكل (20)

طول قطعة مستقيمة :

نشاط 1 :



الشكل (21)

في الشكل 21 لديك تدريج منتظم لنصف المستقيم [م س ، و [حـ د] قطعة مستقيمة .

عين النقطة ه من [م س بحيث [م ه] تقايس [حـ د] .

لاحظ أن : ه نقطة من التدريج تجد أن : م ه = حـ د .

فالطول حـ د **هو عدد طبيعي** .

نشاط 2 :

الشكل (22)

لديك في الشكل 22 تدريج منتظم لنصف المستقيم [م س ،
و [هـ ل] قطعة مستقيمة .

عين النقطة د′ من [م س بحيث [م د′] تقايس [هـ ل] .
لاحظ أن القطعة [م د′] أطول من القطعة [م $د_3$] . أي أن د′
ليست نقطة من التدريج وهي تقع بين النقطتين $د_3$ ، $د_4$.
فالطول هـ ل ليس عدداً طبيعياً .

نكتب : م $د_3$ > هـ ل > م $د_4$

أو : 3 > هـ ل > 4

نقول إن : 3 هو القيمة المقربة بالنقصان للطول هـ ل .
و إن : 4 هو القيمة المقربة بالزيادة للطول هـ ل .

• يمكن تعيين أعداد عشرية أقرب فأقرب إلى طول القطعة [هـ ل] .
نجد مثلاً بالنسبة إلى (الشكل 22) أن :

3,5 > هـ ل > 3,4

حيث جزأنا القطعة [$د_3$ $د_4$] إلى عشر قطع متقايسة .
لو حاولنا التدقيق أكثر فأكثر وذلك بتجزئة القطعة [$د_3$ $د_4$] إلى مئة قطعة متقايسة ، لوجدنا مثلاً :

3.48 > هـ ل > 3,47

التَّمَـــارِيـــنُ

1. بدل النقط فيما يأتي بأحد الرمزين : = ، ≠

$(2 ، 5-2) \ldots\ldots (3 ، 1+1)$ ؛ $(2 ، 5+3) \ldots (3-1 ، \frac{16}{2})$.

$\{5 ، 6\} \ldots \{\frac{10}{2} ، 6\}$ ؛ $(5-5 ، 3-3) \ldots (0 ، 0)$.

2. عين كلا من س ، ع بحيث يكون :

(س ، ع)=(5 ، 3) ؛ (9 ، ع)=(س ، 2) ؛ (س ، ع)=(7 ، 5)

(س ، 3)=(5 ، ع) ؛ {س ، ع}={6 ، 1} ؛ {س ، 4}={5 ، 4}.

3. ف = {1 ، 3 ، 5}

ل = {2 ، 4}

1) عين كلا من : ف×ل ، ل×ف . هل ف×ل ، ل×ف متساويتان ؟

2) مثِّل بمخطط سهمي كلا من : ل × ف ، ف × ل .

3) مثِّل بمخطط ديكارتي كلا من : ل × ف ، ف × ل .

4. بدل النقط بمجموعة فيما يلي لكي يكون :

1) {أ ، ب} × ... = {(أ ، 1) ، (ب ، 1)}

2) ... ×{0 ، 2}={(1 ، 0) ، (3 ، 0) ، (1 ، 2) ، (3 ، 2)}

5. 1) عيّن كلا من المجموعتين سـ ، ع إذا علمت أن :

سـ×ع = {(أ ، أ) ، (ب ، 1) ، (جـ ، 1) ، (أ ، 1) ، (ب ، أ) ، (جـ ، أ)}

2) مثّل بمخطط سهمي سـ × ع .

6. سـ = {أ ، ب ، جـ} ؛ ع = {ب ، جـ}

1) عيّن كلا من : سـ × سـ ؛ ع × ع .

2) هل أن : ع × ع ⊂ سـ × سـ .

7. سـ = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 }
ع = { 5 ، 6 ، 7 }

1) مثّل الجداء الديكارتي سـ × ع بمخطط سهمي ثم مثّل الجداء الديكارتي ع × سـ بمخطط ديكارتي .

2) بدل النقط فيما يأتي بأحد الرمزين : ∋ ، ∌

(0 ، 5) ... سـ × ع ؛ (5 ، 3) ... سـ × ع ؛
(3 ، 6) ... ع × سـ .

3) ما هو تقاطع المجموعتين سـ × ع ، ع × سـ .

8. م = { 1 ، 2 } ؛ ل = { 3 ، 2 ، 4 } ؛ ف = { 2 ، 5 ، 6 } .

1) قارن بين المجموعتين : م × (ل ∩ ف) و (م × ل) ∩ (م × ف) .

2) قارن بين المجموعتين : م × (ل ∪ ف) و (م × ل) ∪ (م × ف) .

3) عيّن الجداء الديكارتي : { 1 ، 2 } × ϕ .

9. م = { الجزائر ، دمشق ، القاهرة ، طهران ، بيروت }
ل = { لبنان ، الجزائر ، تونس ، سوريا ، المغرب ، إيران ، ليبيا }

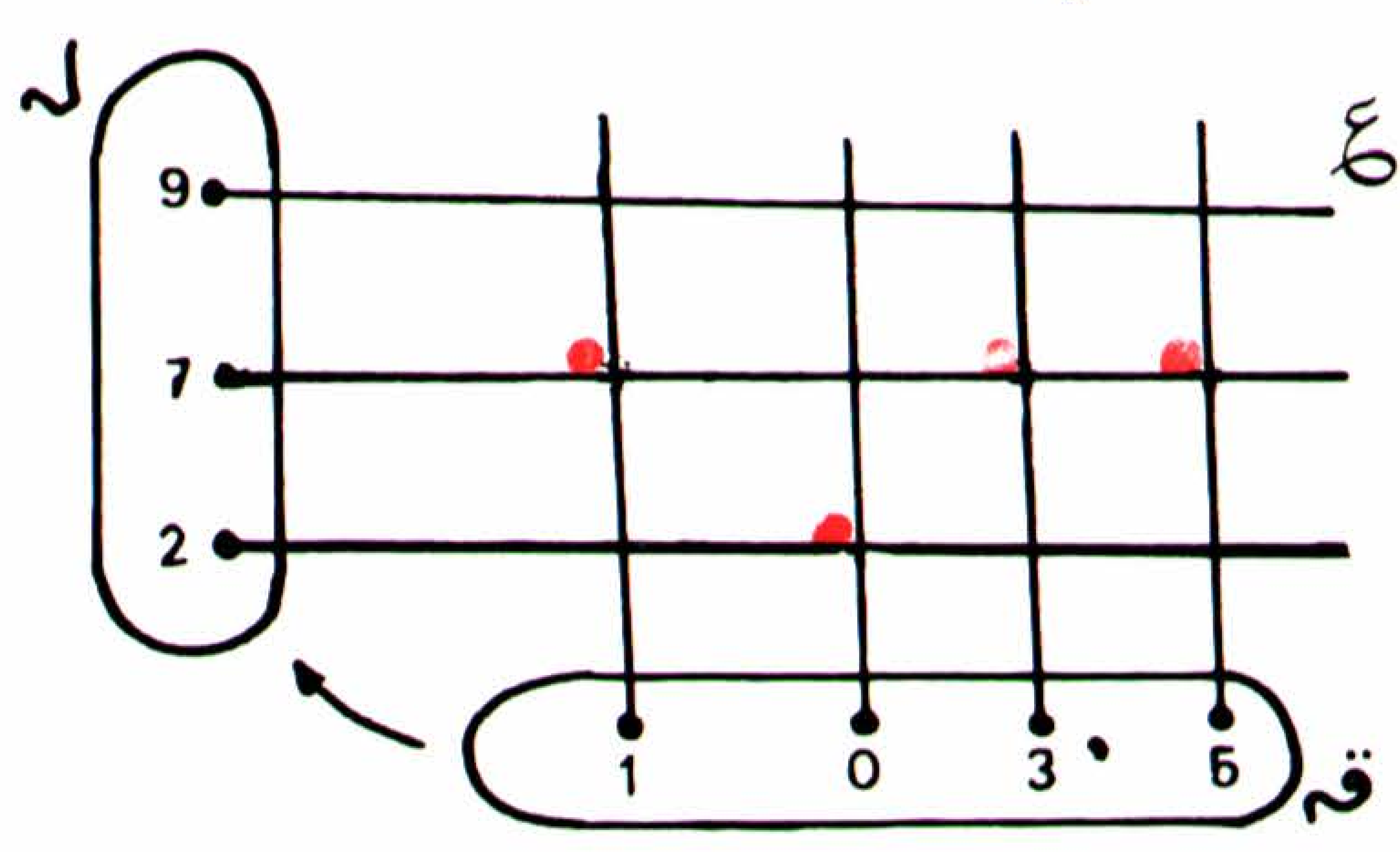
1) عيّن بيان العلاقة « ... عاصمة ... » من م إلى ل .

2) مثلها بمخطط ديكارتي ثم بمخطط سهمي .

10. إليك المخطط الديكارتي للعلاقة ع من المجموعة ف إلى المجموعة ل

1 ـ اكتب بيان العلاقة من ف إلى ل

2 ـ مثّل ع بمخطط سهمي



الشكل (19)

11. صـ = { أ ، ب ، حـ ، د } ؛ ل = { هـ ، و ، د }

ح هو بيان لعلاقة ع من المجموعة صـ إلى المجموعة ل حيث :

ح = { (ب ، د) ، (حـ ، د) ، (د ، هـ) } .

1) مثّل العلاقة ع بمخطط سهمي ثم بمخطط ديكارتي .
2) عيّن : ص × ل . هل أن : ح ⊂ ص × ل ؟
3) ح′ هو بيان لعلاقة ع′ من ل إلى ص بحيث :
ح′ = { (ى ، ب) ، (ى ، حـ) ، (هـ ، ى) }
ـ مثّل على الشكل السابق وبلون آخر العلاقة ع′ بمخطط سهمي .
ـ هل أن : ح′ ⊂ ص × ل ؟ ح′ ⊂ ل × ص ؟ ص × ل = ل × ص ؟

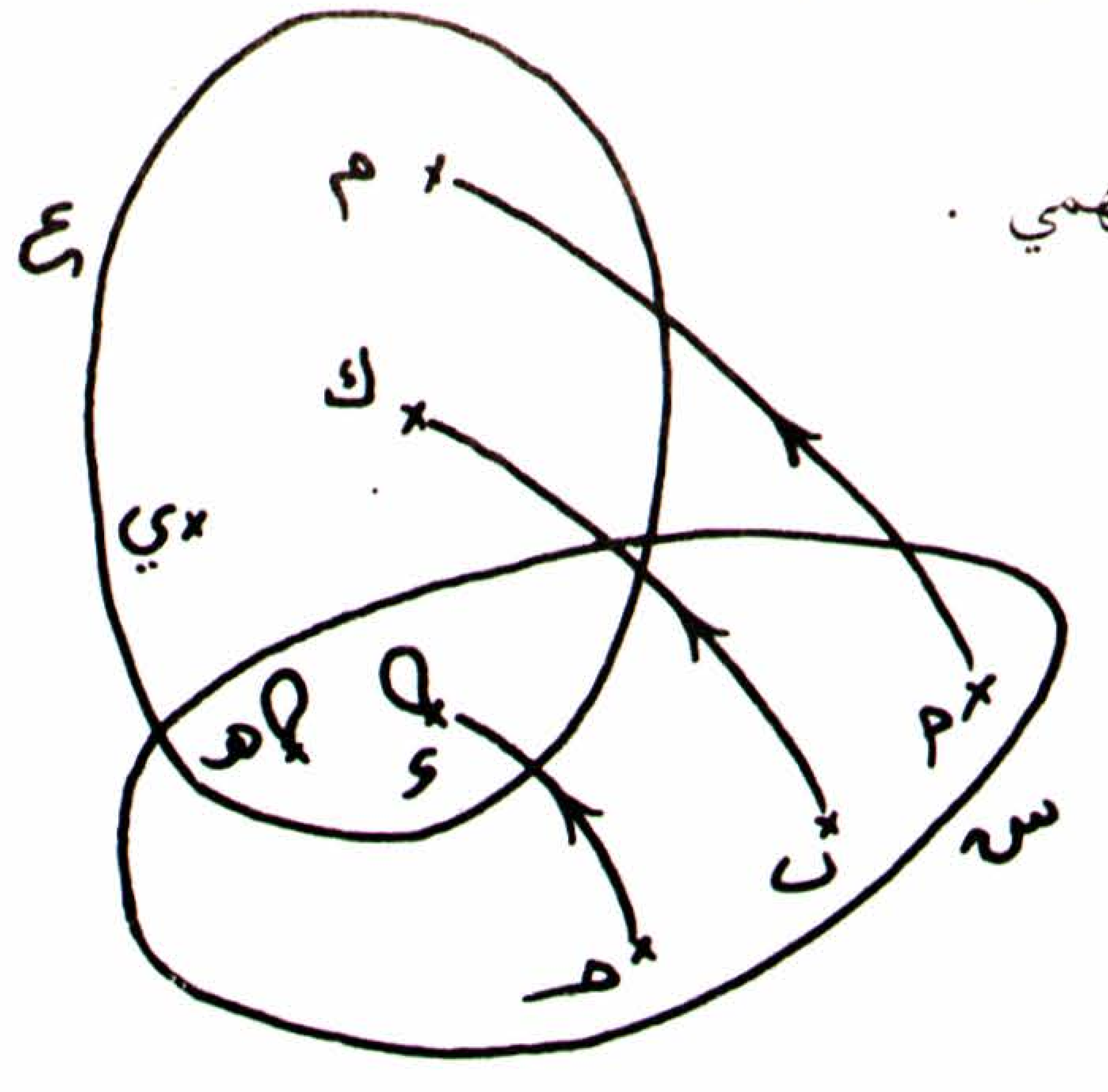
12. س = { 4 ، 6 ، 8 ، 9 ، 10 }
ع = { 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 7 }
1) ارسم المخطط السهمي للعلاقة « ... ضعف ... » من س إلى ع
2) عيّن بيانها .
3) هل العلاقة « ... ضعف ... » من س إلى ع تطبيق للمجموعة س في ع

13. م = { ضفدعة ، أرنب ، دلفين ، خفاش ، سلحفات ، سمك ، دجاجة } .
ل = { الثدييات ، الطيور ، الزواحف ، البرمائيات ، الأسماك }
1) عيّن بيان العلاقة « ... ينتمي إلى صف ... » من م إلى ل .
ومثلها بمخطط سهمي .
2) هل العلاقة « ... ينتمي إلى صف ... » من م إلى ل
تطبيق للمجموعة م في ل ؟ لماذا ؟

14. س = { أ ، ب ، حـ ، ى }
ع = { 1 ، 6 ، 7 ، 9 }
ح بيان علاقة من س إلى ع حيث :
ح = { (أ ، 6) ، (حـ ، 1) ، (ى ، 7) ، (ب ، 9) }
1) هل العلاقة تطبيق للمجموعة س في ع ؟
2) هل هي تقابل ؟
3) ارسم مخططا سهميا لهذه العلاقة .

15. و = { النخيل ، الصنوبر ، الأرنب ، الحصان ، الطير }
ك = { الجفاف ، الحرارة ، المشي ، القفز ، الطيران }
1) عيّن بيان العلاقة « ... متكيف مع ... » من و إلى ك .
2) هل هذه العلاقة تطبيق للمجموعة و في ك ؟
3) هل هي تقابل ؟ لماذا ؟
4) مثّل هذه العلاقة بمخطط سهمي .

16. لاحظ الشكل الآتي :



الشكل (20)

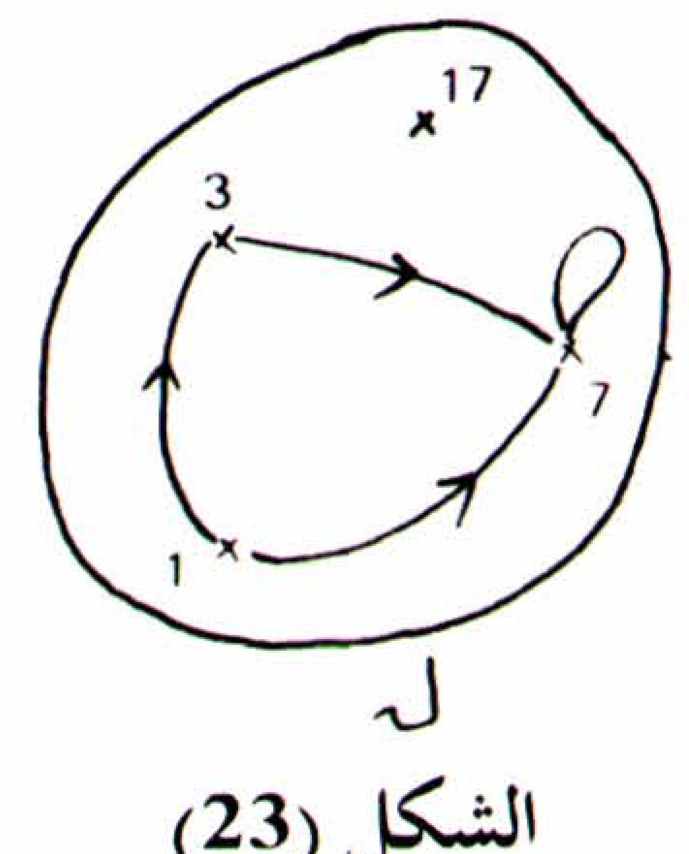
1) اكتب بيان العلاقة الممثلة في الشكل 20 .
2) هل هذه العلاقة تطبيق؟ هل هي تقابل؟

17. ل = { 0,15 ، 0,5 ، 5,5 ، 15,5 }
ك = { 0,1 ، 0,3 ، 3,1 ، 1,1 }
1) عين بيان العلاقة « ... خمس ... » من ك إلى ل .
2) مثّل هذه العلاقة بمخط سهمي .
3) هل العلاقة « ... خمس ... » من ك إلى ل تطبيق للمجموعة ك في ل ؟ هل هي تقابل ؟

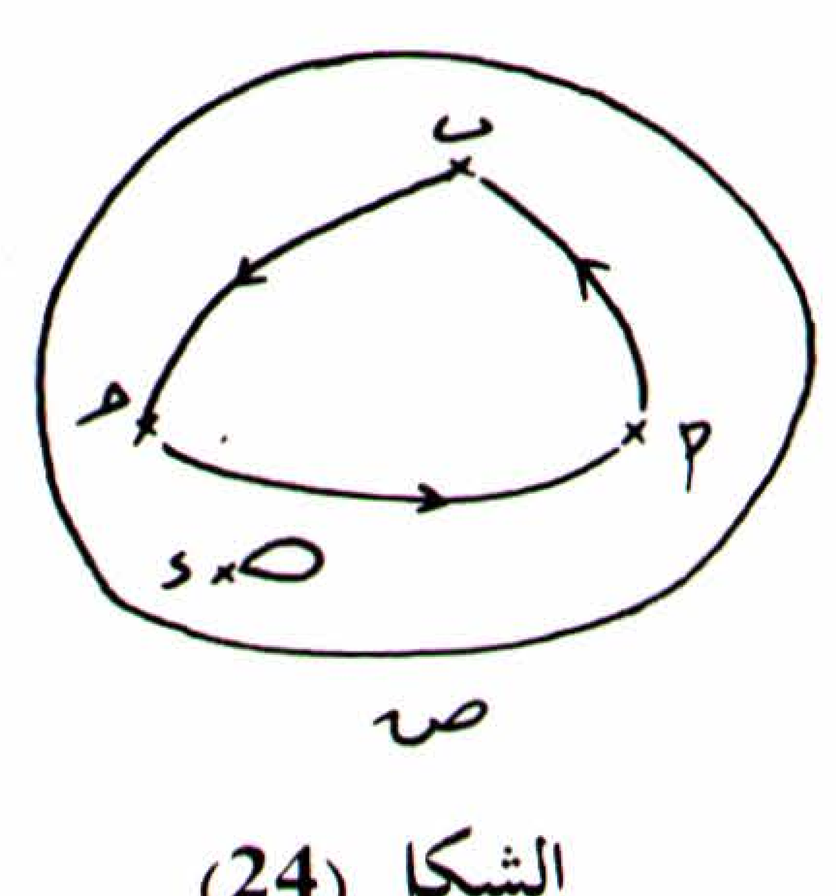
18. — هل العلاقات الممثلة في الأشكال الآتية تطبيقات ؟







الشكل (23)





الشكل (24)

19. تا تطبيق للمجموعة ط في ط يرفق بكل عدد طبيعي س العدد الطبيعي 2 س + 1 .

تا : ط ← ط

س ↤ 2 س + 1

أ) ما هي صورة كل من الأعداد الطبيعية الآتية بالتطبيق تا :

3 ، 10 ، 75 .

ب) ما هو العدد الطبيعي الذي صورته 5 . ما هو العدد الطبيعي الذي صورته 1 .

حـ) هل يوجد عدد طبيعي صورته 4 بالتطبيق تا ؟

نفس السؤال من أجل العدد 11 .

20. تا تطبيق للمجموعة ط في ط يرفق بكل عنصر من ط حاصل ضربه في 3 أي :

تا : ط ← ط

س ↤ 3 س .

1) أوجد : تا (2) . تا (3) . تا (0) . تا (1) .

2) اكمل الجدول الآتي :

س	0	1	5			9	
تا(س)				24	54		9

21. ق = { 3.14 ، 3.42 ، 13.5 ، 2.14 ، 8,5 ، 3,27 } .

ع هي العلاقة « ... له نفس الجزء الصحيح مع ... » في ق .

1) عيّن بيان العلاقة ع .

2) مثل العلاقة ع بمخطط ديكارتي .

22. س = { ا ، ب ، حـ }

ـ مثّل بمخططات سهمية كل التقابلات الممكنة في س .

ملاحظة : عدد هذه التقابلات هو 6 .

23. ارسم قطعة مستقيمة [ا ب] .

انشيء تدريجا وحدته ا ب ، ومبدؤه م لنصف مستقيم [م س .

ن$_1$ ، ن$_2$ ، ن$_3$ ، ... نقط من هذا التدريج .

1) إذا كانت وحدة الطول هي ا ب فما هو طول كل من القطعتين المستقيمتين [م ن$_4$] ، [م ن$_6$] ؟

2) إذا كانت وحدة الطول هي طول القطعة [م ن$_4$] . فما هو طول كل من القطعتين [م ن$_2$] ، [م ن$_6$] ؟

3) إذا كانت وحدة الطول هي طول القطعة [م ن$_6$] .

فما هو طول كل من القطعتين [م ن$_3$] ، [م ن$_{15}$] ؟

24. إليك الشكل الآتي :

م ا ب حـ د هـ ل

1) تحقق أن : [ا ب] ∩ [ب حـ] = { ب } = [ب ب] .

وأن : [ا ب] ∪ [ب حـ] = [ا حـ]

2) احسب الأطوال وقارن النتيجتين في كل حالة من الحالات الآتية :

طول [ا ب] + طول [حـ ب] و طول ([ا ب] ∩ [ب حـ]) +

طول ([ا ب] ∪ [ب حـ]) .

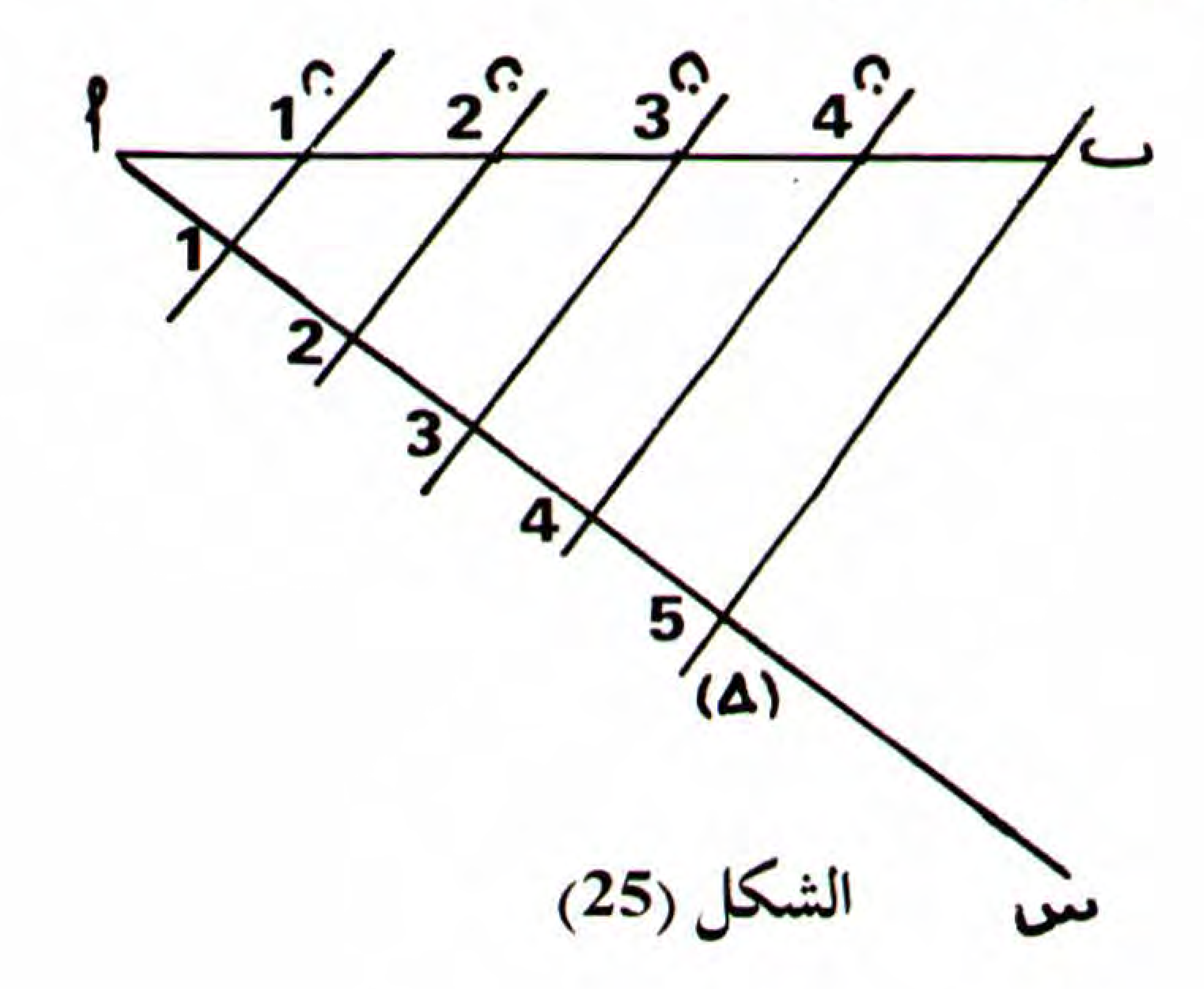
طول [ا د] + طول [حـ د] و طول ([ا د] ∩ [حـ د]) +

طول ([ا د] ∪ [حـ د]) .

طول [حـ ل] + طول [د هـ] و طول ([حـ ل] ∩ [د هـ]) +

طول ([حـ ل] ∪ [د هـ]) .

25. [أب] قطعة مستقيمة ، لتقسيم هذه القطعة إلى خمس قطع متجاورة ومتقايسة نتبع الخطوات الآتية :



الشكل (25)

- ارسم نصف مستقيم [أس بحيث : ب ∉ [أس .
- انشيء تدريجا منتظما لنصف المستقيم [أس باختيار وحدة .
- ارسم المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة ب ونقطة من التدريج المقابلة للعدد 5 .
- ارسم المستقيمات التي كل منها يوازي (Δ) ويشمل نقطة من التدريج . توافق أحد الأعداد 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، تقطع هذه الموازيات المستقيم (أب) في النقط ه$_1$ ، ه$_2$ ، ه$_3$ ، ه$_4$.
- تحقق باستعمال المدور أن القطع المستقيمة [أه$_1$] ، [ه$_1$ه$_2$] ، [ه$_2$ه$_3$] [ه$_3$ه$_4$] . [ه$_4$ب] متقايسة .

باتباع الطريقة السابقة :

- قسم القطعة [أب] إلى ثلاثة قطع متجاورة ومتقايسة .
- قسم القطعة [أب] إلى سبع قطع متجاورة ومتقايسة .

5 الأوضاع النسبية لمستقيمين

1 ـ التقاطع والتوازي :

مستقيمان متقاطعان	مستقيمان متوازيان	
(ق) (ك) أ	(ل) (لَ)	(م) (مَ)
$\{أ\} = (ك) \cap (ق)$	$(ل) = (لَ) \cap (ل)$ $(لَ) = (لَ) \cap (ل)$ (ل) و (لَ) متطابقان	$\phi = (مَ) \cap (م)$ (م) و (مَ) منفصلان

(ق) و (ك) مستقيمان متقاطعان معناه
لهما نقطة مشتركة وحيدة

المستقيمان المتوازيان هما إما متطابقان واما منفصلان

إذا كان (Δ) و (Δ') مستقيمين متوازيين فإننا نكتب : $(\Delta) \parallel (\Delta')$. ونقرأ (Δ) يوازي (Δ').

ملاحظة : المستقيمان المنفصلان **متوازيان تماما**

أنشطة

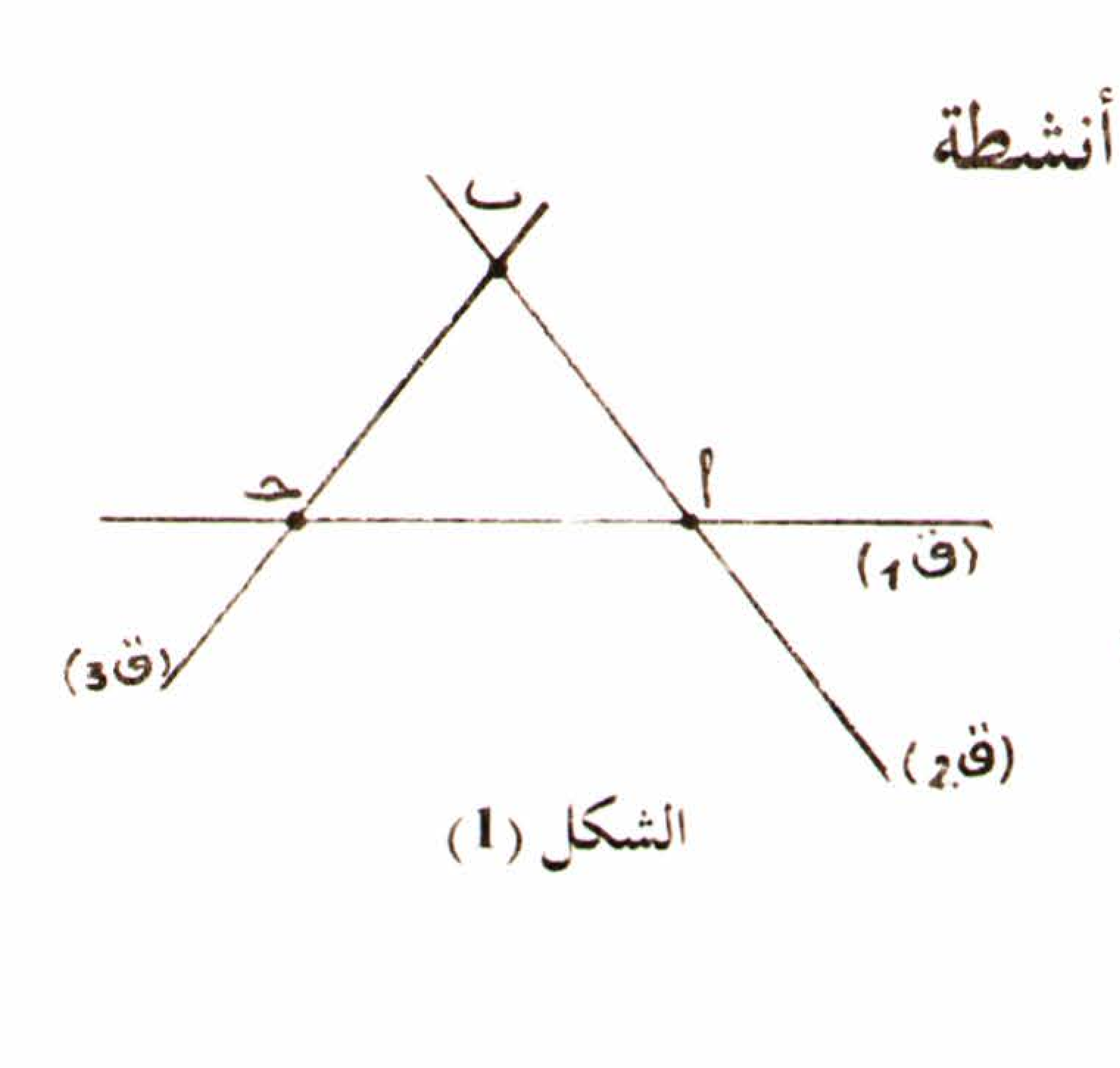
نشاط 1 :

اليك الشكل 1

عين المجموعات التالية :

$(ق_1) \cap (ق_2)$ ؛ $(ق_1) \cap (ق_3)$

$(ق_2) \cap (ق_3)$.



الشكل (1)

نشاط 2 :

اكمل ما يلي :

$(ل) \cap (ق) = \ldots$

$(ل) \cap (ك) = \ldots$

$(ق) \cap (ك) = \ldots$

$(ق) \cap (ق) = \ldots$

$(ك) \cap (ك) = \ldots$

$(ل) \cap (ل) = \ldots$

الشكل (2)

اذكر المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتقاطعة

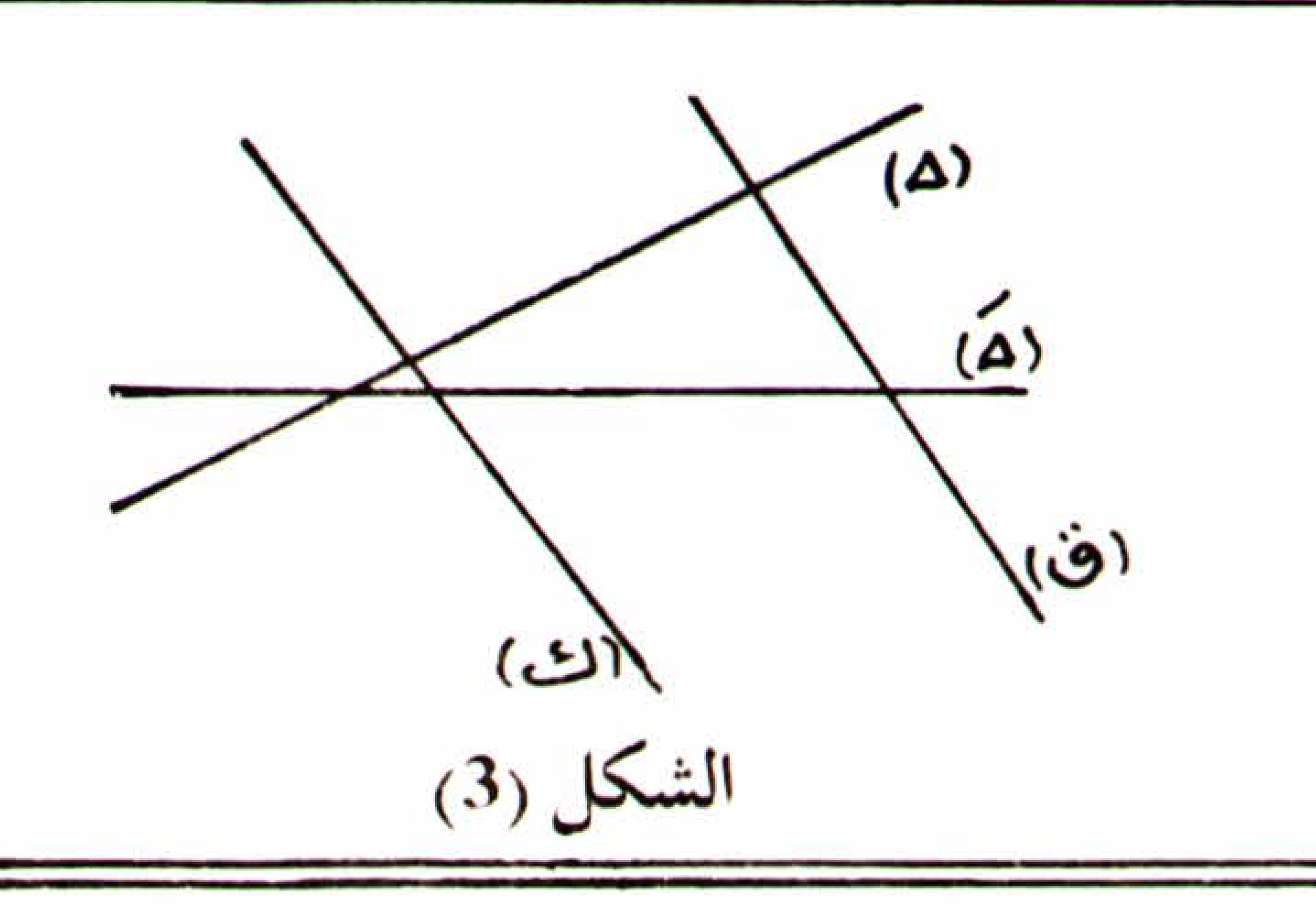
نتيجة :

إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين ، فإنه يقطع الآخر .

إليك الشكل 3

عين المستقيمات المتقاطعة

والمستقيمات المتوازية

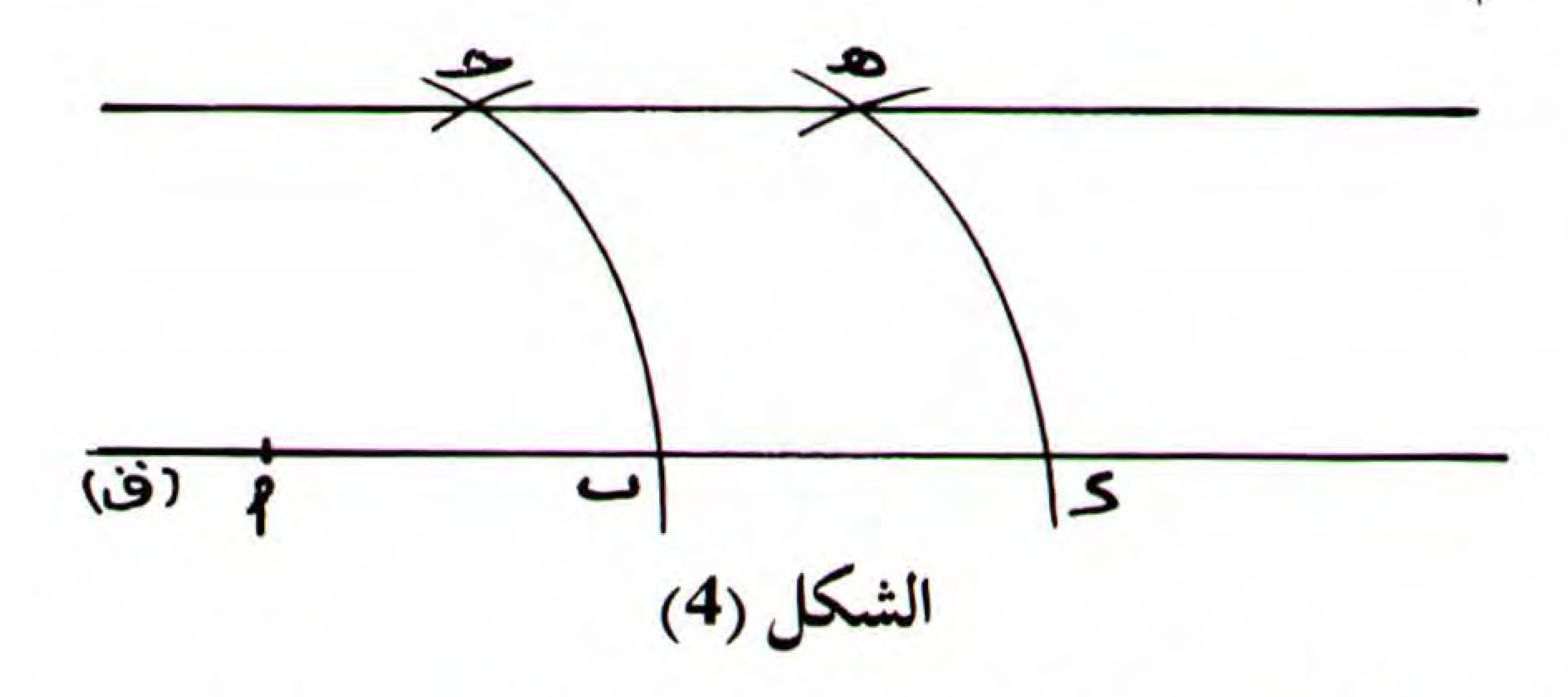


الشكل (3)

2 ـ التــوازى :

1. إنشاء مستقيم يوازي مستقيما معلوما :

(ق) مستقيم ، أ ∈ (ق)



الشكل (4)

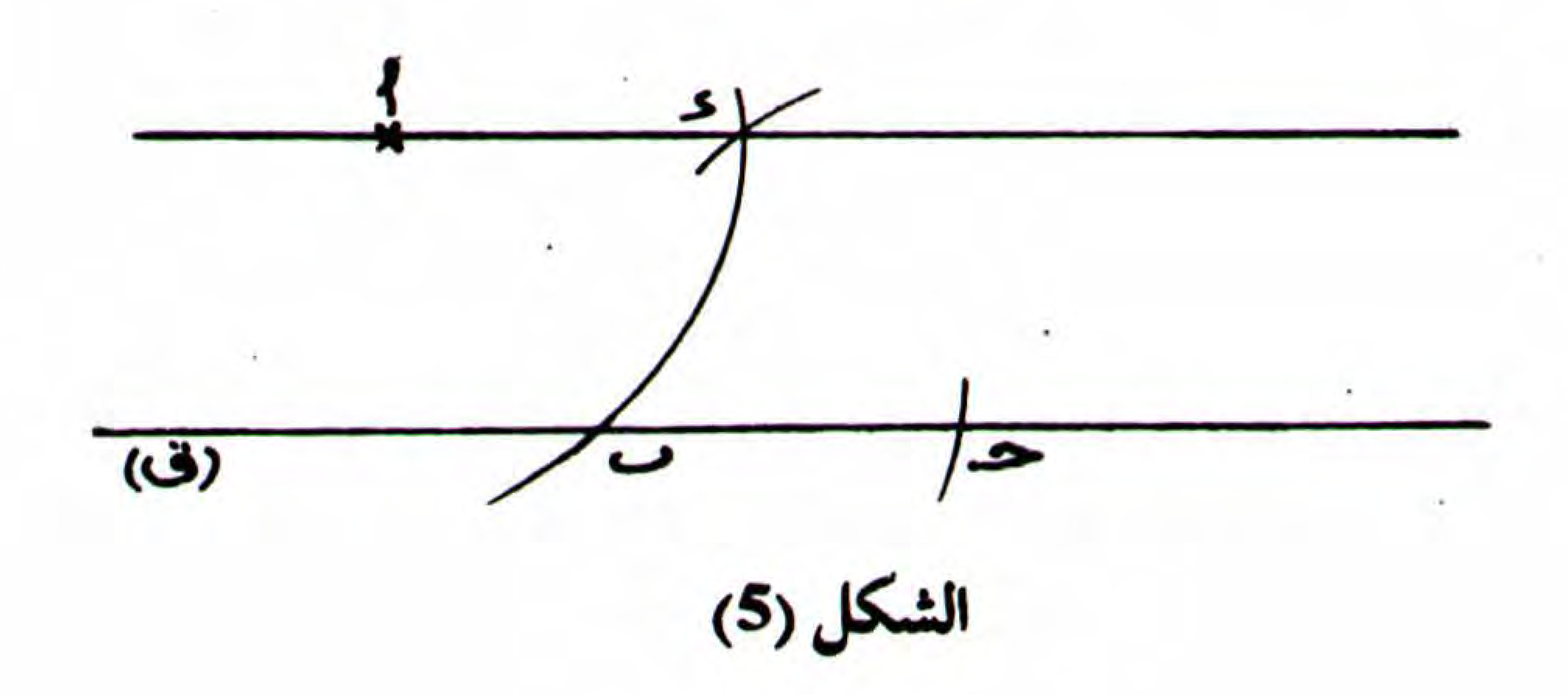
- ارسم قوس دائرة مركزها أ تقطع (ق) في النقطة ب .
- بنفس الفتحة للمدور ارسم قوس دائرة مركزها ب تقطع القوس السابقة في نقطة حـ وتقطع (ق) في النقطة ء .
- بنفس الفتحة ارسم قوس دائرة مركزها ء وتقطع الدائرة التي مركزها ب في النقطة هـ .

ـ **إن المستقيم (حـ هـ) يوازي المستقيم (ق) .**

لاحظ أنك إذا غيرت فتحة المدور الأولى تحصل على مستقيم آخر يوازي (ق).

2. انشاء مستقيم يوازي مستقيما معلوما ويشمل نقطة معلومة :

الحالة الأولى : (ق) مستقيم ، أ ∉ (ق) .



الشكل (5)

- ارسم قوس دائرة مركزها أ تقطع (ق) في نقطة ب .
- بنفس الفتحة للمدور ، ارسم قوس دائرة مركزها ب تقطع (ق) في حـ.
- بنفس فتحة المدور ، ارسم قوس دائرة مركزها حـ تقطع الدائرة التي مركزها ب في نقطة ء .

إن المستقيم (أ ء) يوازي (ق) ويشمل النقطة المعلومة أ

ـ هل يوجد مستقيم آخر يشمل أ ويوازي (ق) ؟

يوجد مستقيم وحيد يوازي تماما (ق) ويشمل النقطة أ

الحالة الثانية :

(ق) مستقيم ، أ ∋ (ق)

كم مستقيما يوازي (ق) ويشمل أ ؟

الشكل (6)

يوجد مستقيم وحيد يوازي (ق) ويشمل أ هو (ق) نفسه

خلاصة :

يوجد مستقيم وحيد يوازي مستقيما معلوما ويشمل نقطة معلومة

3 ـ العلاقة « ... يوازي ... » في مجموعة مستقيمات المستوي :

نشاط :

س هي مجموعة المستقيمات (ق) ، (ق′) ، (ل) ، (ل′) ، (ك) من نفس المستوى حيث :

(ق) ∩ (ق′) = { أ } ؛ (ق) // (ل) ؛ (ق) // (ك) ؛

(ق) // (ل′) ؛

• عين بيان العلاقة

« ... يوازي ... » في المجموعة س

(ق) (ك) (ه) (ل) (لَ) أ

بصفة عامة :

س هي مجموعة مستقيمات المستوي .

• كل مستقيم يوازي نفسه ، أي : (ه) // (ه).

• إذا كان المستقيم (ه) يوازي المستقيم (ك) ، فإن المستقيم (ك) يوازي المستقيم (ه) . أي :
إذا كان (ه) // (ك) فإن (ك) // (ه) .

• إذا كان المستقيم (ه) يوازي المستقيم (ك) وكان المستقيم (ك) يوازي المستقيم (ل) ، فإن المستقيم (ه) يوازي المستقيم (ل) . أي :
إذا كان (ه) // (ك) و (ك) // (ل) فإن (ه) // (ل) .

• إذا كانت المستقيمات ($ق_1$) ، ($ق_2$) ، ($ق_3$) ، ... متوازية فنقول إن لها **نفس المنحى** .

3 ـ التعامد :

نشاط :

ارسم مستقيما (س س′) على ورقة ، م ∈ (س س′)

اطوِ الورقة بحيث ينطبق [م س على [م س′ تحصل بأثر الطي على مستقيم (ق) يقطع (س س′) في النقطة م .

الشكل (8)

المستقيم (ق) **يعامد** المستقيم (س س)

نقول إن (ق) ، (س س′) **متعامدان** ونكتب (ق) ⊥ (س س′)

إنشاء مستقيم يعامد مستقيما معلوما :

(ق) مستقيم

طبق أحد ضلعي الزاوية القائمة للكوس على المستقيم (ق) . عين نقطتين مثل م ، ه

إن المستقيم (م ه) يعامد المستقيم (ق)

الشكل (9)

إنشاء مستقيم يعامد مستقيما ويشمل نقطة معلومة :

(ق) مستقيم ، أ نقطة

الحالة الأولى : أ ∉ (ق)

طبق أحد ضلعي الزاوية القائمة للكوس على المستقيم (ق) بحيث يشمل ضلع الزاوية القائم الآخر النقطة أ ، عيّن نقطة أخرى مثل ب

المستقيم (أ ب) يعامد المستقيم (ق)

هل يوجد مستقيم آخر يشمل أ ويعامد (ق) ؟ لا .

الشكل (10)

يوجد مستقيم وحيد يعامد مستقيما معلوما ويشمل نقطة معلومة

الحالة الثانية : أ ∋ (ق)

طبق أحد ضلعي الزاوية القائمة للكوس على المستقيم (ق) بحيث ينطبق رأس الزاوية القائمة على النقطة أ عين نقطة أخرى مثل ح .

المستقيم (أ ح) يعامد المستقيم (ق)

تحقق أن كل مستقيم يعامد (ق). ويشمل النقطة أ هو مستقيم ينطبق على (أ ح).

الشكل (11)

خلاصة :

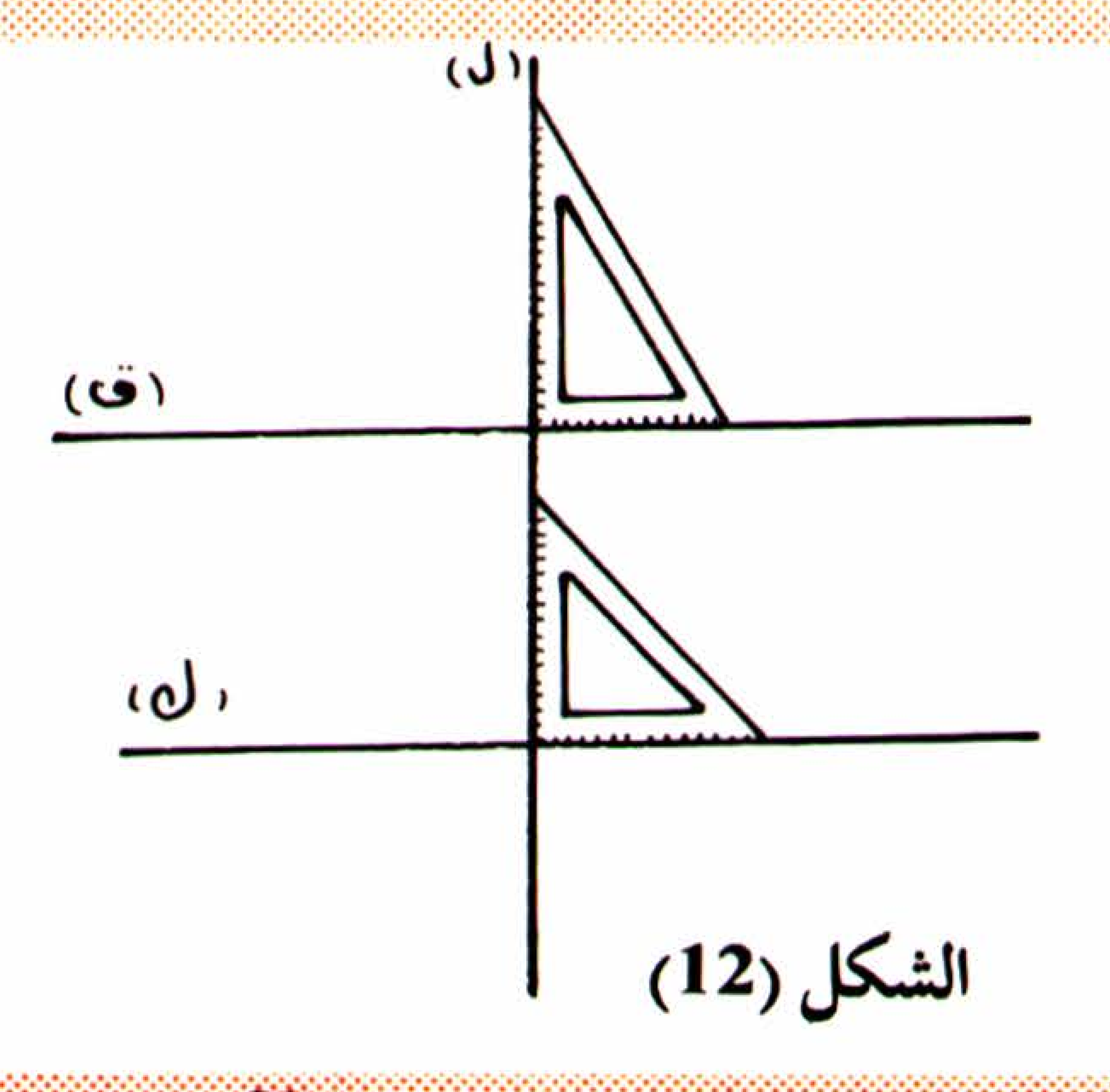
يوجد مستقيم وحيد يعامد مستقيما معلوما ويشمل نقطة منه.

التعامد والتوازي :

(ق) ، (ك) مستقيمان متوازيان

ارسم مستقيما (ل) يعامد (ق) .

تحقق بالكوس أن المستقيم (ل) يعامد المستقيم (ك) .



الشكل (12)

نتيجة :

المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين يعامد الآخر.

العلاقة « ... يعامد ... » في مجموعة مستقيمات المستوى :

م هي مجموعة المستقيمات (ل) ، (ق) ، (ك) ، (Δ) بحيث :

(ل) ⊥ (ك) ، (ق) ⊥ (Δ) ، (ق) // (ك)

ارسم شكلا لهذه المعلومات .

ما هو وضع المستقيم (ل) بالنسبة إلى كل من المستقيمين (ق) ، (△) ؟

• عين بيان العلاقة « ... يعامد ... » في م .

بصفة عامة :

نسمي س مجموعة مستقيمات المستوي .

لدينا الخواص الآتية :

• كل مستقيم من س لا يعامد نفسه .

• إذا كان المستقيم (ف) يعامد المستقيم (ك) فإن المستقيم (ك) يعامد المستقيم (ف) .

أي : إذا كان (ف) ⊥ (ك) فإن (ك) ⊥ (ف) .

• إذا كان المستقيم (ف) يعامد المستقيم (ك) وكان المستقيم (ك) يعامد مستقيما (ل) فإن المستقيم (ف) يوازي المستقيم (ل) .

أي : إذا كان (ف) ⊥ (ك) وكان (ك) ⊥ (ل)

فإن (ف) // (ل) .

---

1) أرسم مستطيلا وعين كلا من المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة فيه ، هل قطراه متعامدان ؟

2) ارسم مربعا وارسم قطريه ، عين كلا من المستقيمات المتعامدة والمستقيمات المتوازية فيه .

التَّمَارِينُ

1 ـ لاحظ الشكل ثم أكمل بأحد الرموز :

∋ ، ∌ . ⊃ ، ⊅

أ ... (ق) ؛ ب ... (ق) ؛ حـ ... (ق)

أ ... (ل) ؛ ب ... (ل) ؛ حـ ... (ل)

أ ... (ك) ؛ ب ... (ك) ؛ حـ ... (ك)

الشكل (13)

{أ ، ب} ... (ق) ، {أ ، ب} ... (ك) ، {أ ، ب} ... (ل)

{أ ، حـ} ... (ق) ، {أ ، حـ} ... (ك) ، {أ ، حـ} ... (ل)

{ب ، حـ} ... (ق) ، {ب ، حـ} ... (ك) ، {ب ، حـ} ... (ل)

{أ ، ب ، حـ} ... (ق) ، {أ ، ب ، حـ} ... (ك) ، {أ ، ب ، حـ} ... (ل)

2 ـ لاحظ الشكل ثم اكمل باستعمال

احدى الكلمتين « صحيح » ، « خطأ »

أ∈(ق) ... ، ب∈(ك) ...

حـ∈(ل) ...

{أ ، ب} ⊃ (ق) ... ،

{أ ، حـ} = (ك) ...

{أ ، د ، حـ} ⊃ (Δ) ... ،

{هـ} ⊃ (Δ) ∩ (ل) ...

{ب ، هـ ، حـ ، أ} ⊃ (ك) ...

{د} ⊃ (Δ) ∩ (ق) ...

الشكل (14)

3 ـ 1) ارسم أربعة مستقيمات (ق) ، (ق′) ، (Δ) ، (Δ′) متقاطعة مثني مثني . ما هو عدد نقط التقاطع ؟

2) نفس السؤال بالنسبة للمستقيمات (ق) ، (ق′) ، (Δ) ، (Δ′) ، (ل) المتقاطعة مثني مثني .

4 ـ أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، (Δ') مستقيم يوازي (أ ب) ويقطع المستقيم (ب حـ) في النقطة هـ ، كما يقطع (أ ء) في النقطة و .

• هل المضلعان أ ب هـ و ، حـ ء و هـ متوازيا أضلاع ؟ لماذا ؟

5 ـ ارسم أربعة مستقيمات (ق) ، (Δ) ، (ل) ، (ك) بحيث يكون :

(ق) // (Δ) ، (ل) // (ك) ، (ق) $\cap$ (ل) = { أ }

ما هو عدد نقط تقاطع هذه المستقيمات ؟

6 ـ ارسم مستقيمين (ق) ، (Δ) بحيث يكون : (ق) $\cap$ (Δ) = { أ } .

ب نقطة من (ق) مختلفة عن أ . و حـ نقطة من (Δ) مختلفة عن أ .

1) ارسم المستقيم (Δ') الموازي للمستقيم (Δ) والذي يشمل النقطة ب .

2) ارسم المستقيم (ق′) الموازي للمستقيم (ق) والذي يشمل النقطة حـ .

3) ء نقطة تقاطع (Δ') و (ق′) .

ما هو عدد المستقيمات المنفصلة التي يمكن تعيينها باستعمال النقط الأربع أ ، ب ، حـ ، ء ؟

4) من بين هذه المستقيمات عيّن المتوازية منها والمتقاطعة .

7 ـ أ ، ب ، حـ ، ء أربع نقط بحيث لا تكون كل ثلاث نقط منها على استقامة واحدة .

ارسم مستقيما (ك) يشمل أ ويوازي المستقيم (حـ ء) ثم ارسم مستقيما (ك′) يشمل ب ويوازي المستقيم (أ حـ) ، ثم ارسم مستقيما (ك″) يشمل ء ويوازي المستقيم (أ حـ) .

• هل المستقيم (ك″) يقطع المستقيم (ك) ؟ لماذا ؟

• هل المستقيم (ك″) يقطع المستقيم (ك′) ؟ لماذا ؟

8 ـ أ ، ب ، حـ ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة

ارسم المستقيمات التي يشمل كل منها احدى هذه النقط ويتعامد مع المستقيم المعين بالنقطتين الباقيتين

لاحظ ان للمستقيمات الثلاثة الناتجة نقطة مشتركة .

9 ـ ارسم مستقيمين متقاطعين وغير متعامدين (و) ، (و′)
ارسم مستقيما (Δ) عموديا على (و) ، ثم ارسم مستقيما (Δ') عموديا على (و′)
تحقق أن المستقيمين (Δ) ، (Δ') غير متعامدين
تحقق أن المستقيمين (Δ) ، (Δ') غير متوازيين

10 ـ (و) ، (و′) ، (Δ) ، (Δ') ، (ك) هي خمسة مستقيمات مختلفة في المستوي ، توجد في الكتابات الآتية أخطاء.
صحح هذه الأخطاء (توجد عدة حلول).

(و) // (Δ) ، (و′) ⊥ (Δ) ،
(Δ') // (و′) ، (و) // (و′) ،
(ك) ⊥ (Δ') ، (ك) ⊥ (و)

11 ـ (و) ، (و′) ، (Δ) ،
(Δ') ، (ل) ، (ل′)
ستة مستقيمات في المستوي .
يعطيك الجدول المجاور
معلومات عن هذه المستقيمات .

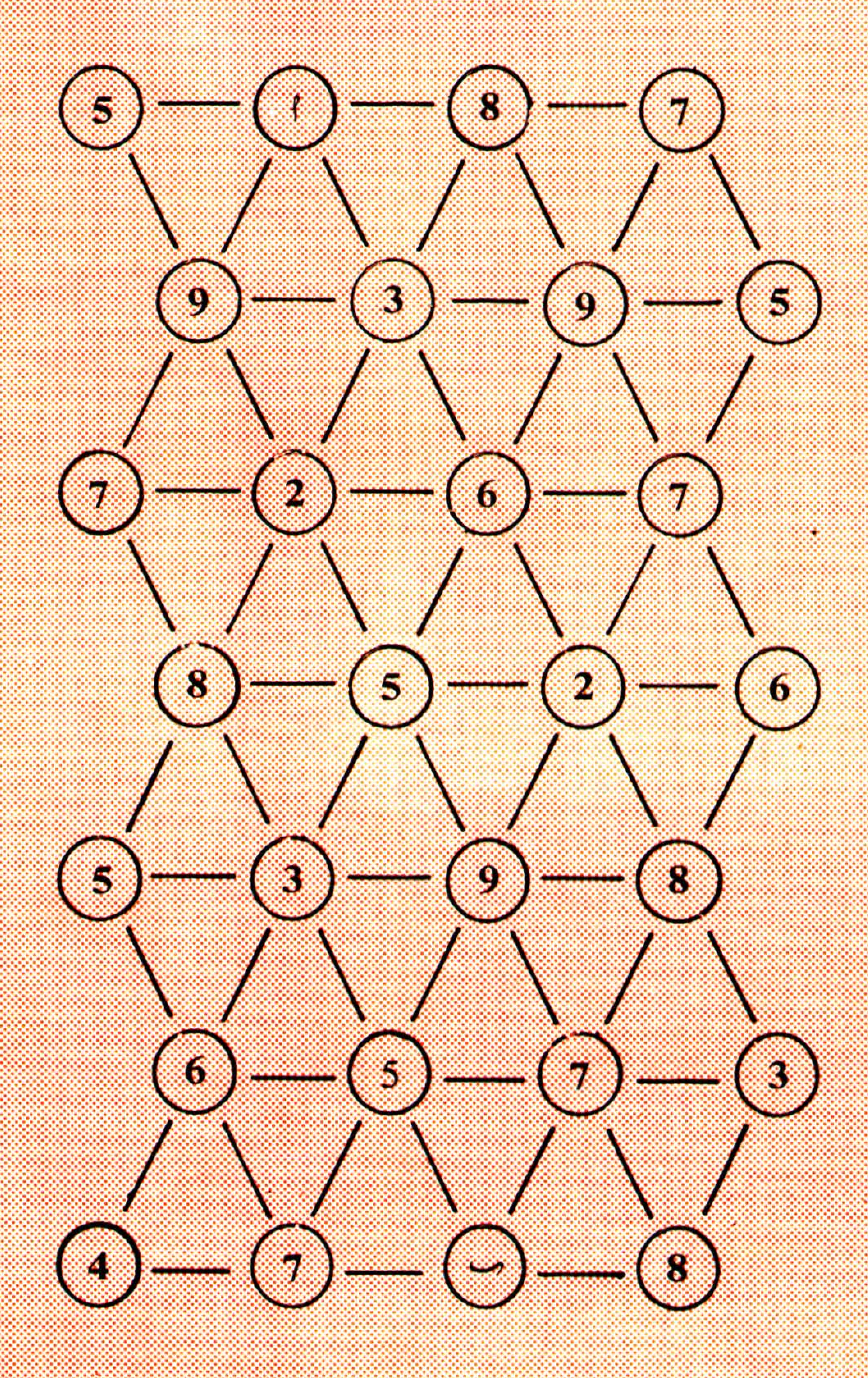
	(و)	(و′)	(Δ)	(Δ')	(ل)	(ل′)
(و)		⊥				
(و′)			⊥			
(Δ)				//		
(Δ')					⊥	
(ل)						//
(ل′)						

1) اكمل الجدول .

2) أرسم شكلا يناسب المعلومات الموجودة في الجدول .

3) عين بيان العلاقة « ... ليس عموديا على ... » في المجموعة
{(و) ، (و′) ، (Δ) ، (Δ') ، (ل) ، (ل′)} .

تسلية حسابية



انتقل من الحرف أ لتصل إلى الحرف ب مروراً بالأرقام المدوّنة وذلك باستعمال الرقم مرّة واحدة فقط ومسجلا بذلك المجموع 44 .

6 الجمع والطرح في ط

الجمع في ط

1 ـ مجموع عددين طبيعيين :

نشاط (1) :

ـ اختر مجموعتين منفصلتين س ، ع حيث : عدد عناصر س هو 3 ، وعدد عناصر ع هو 5 .

ـ عيّن س ∪ ع ثم مثّل كلا من س ، ع ، س ∪ ع .

لاحظ أن عدد عناصر س ∪ ع هو 8 .

نقول إن العدد الطبيعي 8 هو مجموع العددين الطبيعيين 3 ، 5

نكتب : $8 = 3 + 5$

3 ، 5 هما **حدّا المجموع** .

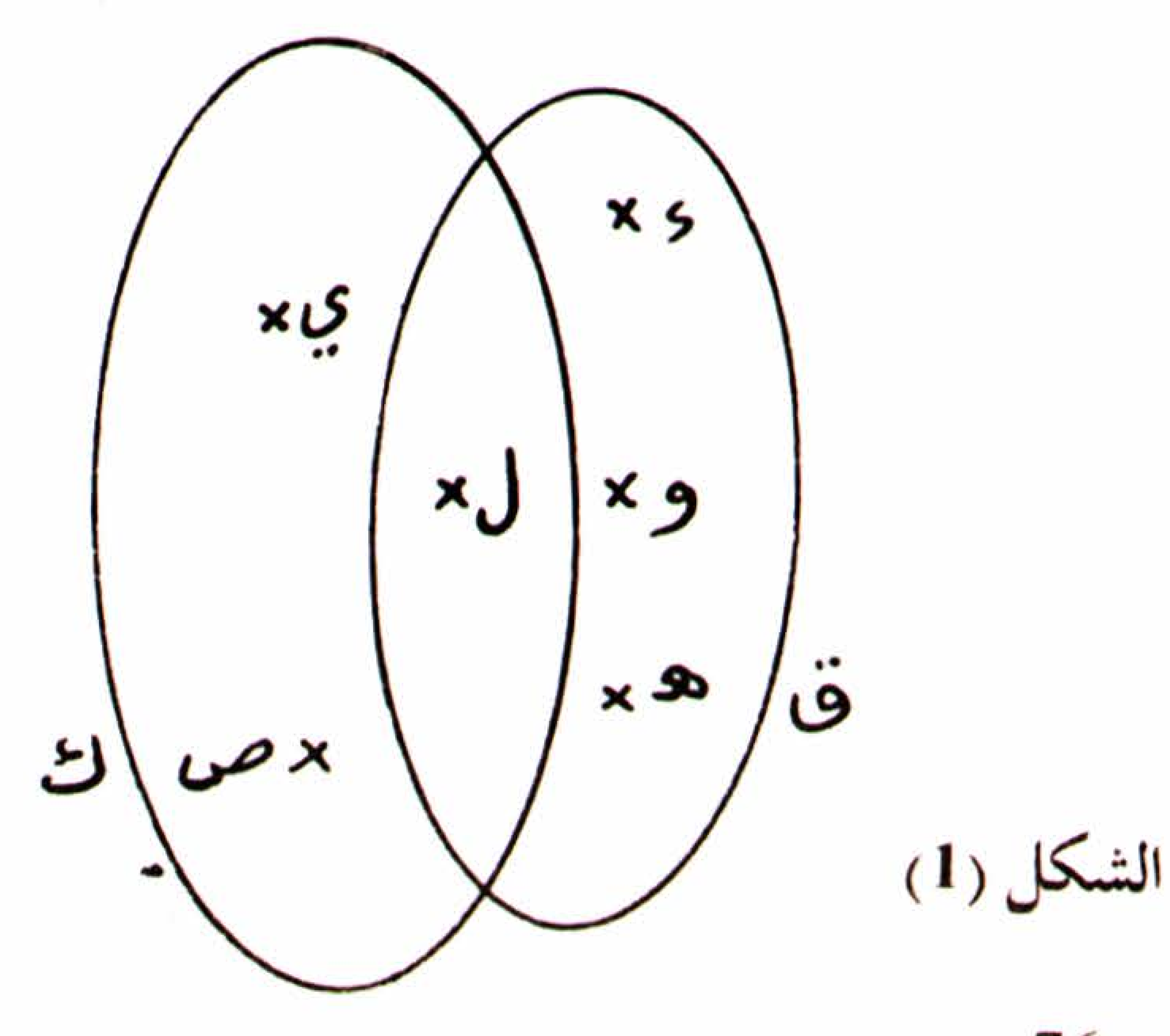
أ ، ب هما عددا عناصر المجموعتين المنفصلتين س ، ع .
م عدد عناصر المجموعة س ∪ ع يسمى مجموع العددين الطبيعيين أ ، ب .
ونكتب : م = أ + ب

أ ، ب هما جدا المجموع م .

نتيجة : مجموع أي عددين طبيعيين هو عدد طبيعي .

نشاط (2) :

لاحظ الشكل (1)



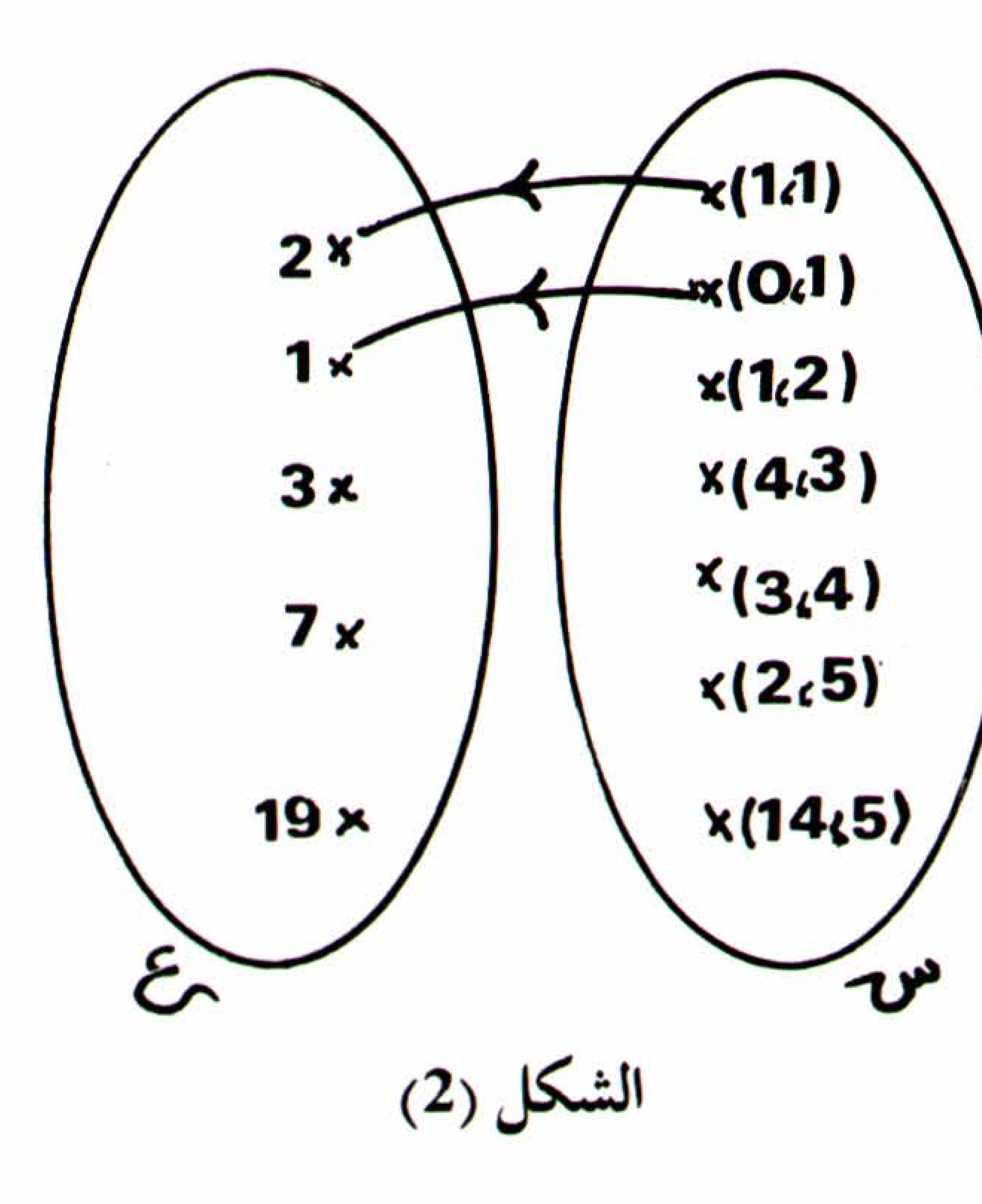
الشكل (1)

ـ هل عدد عناصر (ه ∪ ك) هو مجموع عددي عناصر كل من ه و ك ؟

ـ تحقق أن : مجموع عددي عناصر المجموعتين (ه ∪ ك) ، (ه ∩ ك) يساوي مجموع عددي عناصر المجموعتين ه ، ك .

2 ـ الجمع في ط :

لديك في الشكل (2) :



الشكل (2)

س مجموعة جزئية من ط × ط .

ع مجموعة جزئية من ط .

ارفق بكل ثنائية مرتبة (أ ، ب) من س المجموع (أ + ب) من ع

مثلا : (1 ، 1) ⟵ 2

(0 ، 1) ⟵ 1

هل المخطط الناتج يمثل تطبيقا ؟ هل هو تقابل ؟

لاحظ أنك أرفقت كل ثنائية مرتبة (أ ، ب) من س بعدد طبيعي وحيد هو مجموعها أ + ب .

> الجمع في ط هو العملية التي ترفق بكل عددين طبيعيين أ و ب مجموعهما أ + ب .

---

1) احسب ذهنيا ناتج ما يلي :

$17 + 21$ ؛ $47 + 74$ ؛ $48 + 97$ ؛ $34 + 571$ ؛ $123 + 38$ ؛ $618 + 1432$ ؛ $1521 + 2134$.

2) اكمل الجدول الآتي :

+	0	1	2	3	4	5
0	0					
1		2		4		
2			4			
3		4		6	7	
4				7	8	
5						10

3 ـ خواص الجمع في ط :

1 ـ التبديل

ـ احسب وقارن النتيجتين في كل مما يلي :

31 + 75 ، 75 + 31 ثم 217 + 785 ، 785 + 217 .

ثم 4398 + 1406 ، 1406 + 4398 .

بصفة عامة :

مهما يكن العددان الطبيعيان ا ، ب فإن ا + ب = ب + ا

الجمع في ط **تبديلي** .

2 ـ التجميع

ـ احسب وقارن النتيجتين في كل مما يلي :

(63 + 51) + 39 ، 63 + (51 + 39)

ثم (72 + 314) + 3119 ، 72 + (314 + 3119) .

بصفة عامة :

مهما تكن الأعداد الطبيعية ا ، ب ، حـ
فإن (ا + ب) + حـ = ا + (ب + حـ)

الجمع في ط **تجميعي** :

نكتب أيضا : (ا + ب) + ح = ا + ب + ح

ا + (ب + ح) = ا + ب + ح

ملاحظة هامة حول استعمال الأقواس في الحساب :

لاجراء سلسلة من العمليات في عبارة تتضمن أقواسا نعطي الأولوية لحساب ما بداخل الأقواس .

مثال (1) : ا = 35 + (12 + 7) .

ا = 35 + 19 أي ا = 54 .

مثال (2) : ب = (30 + 8) + 31 + (15 + 25)

ب = 38 + 31 + 40

يمكن حساب ب بطريقتين كالآتي :

ب = (38 + 31) + 40 أي ب = 69 + 40 أي ب = 109

ب = 38 + (31 + 40) أي ب = 38 + 71 أي ب = 109

3 ـ العنصر الحيادي

ـ أحسب وقارن كلاّ مما يلي :

12 + 0 ، 0 + 12 ثم 0 + 315 ، 315 + 0 ، 0 + 0 .

بصفة عامة :

مهما يكن العدد الطبيعي ا فإن ا + 0 = 0 + ا = ا

العدد الطبيعي 0 هو **العنصر الحيادي** بالنسبة إلى الجمع في ط

ـ أكمل الجدول التالي :

أ	ب	جـ	أ+ب	أ+جـ	ب+جـ	(أ+ب)+جـ	أ+(ب+جـ)
13		8			13		
	8			11	15		
3		0					27
	11		46	52			

4 ـ الجمع والمساواة :

نشاط (1) :

س = { أخضر ، أبيض ، أحمر } ؛ ع = { ى ، هـ ، و }

ص هي مجموعة حروف كلمة « مدرسة » .

ـ لاحظ أن للمجموعتين س ، ع نفس عدد العناصر .

ـ قارن بين مجموع عددي عناصر المجموعتين س ، ص ومجموع عددي عناصر المجموعتين ع ، ص .

نتيجة :

> أ ، ب ، جـ أعداد طبيعية .
> إذا كان أ = ب فإن أ + جـ = ب + جـ

نشاط (2) :

ق ، ك ، ل ، م هي مجموعات حروف الكلمات :

« علم » ، « نور » ، « نبوة » ، « عظمة » .

ـ لاحظ أن لكل من المجموعتين ق ، ك معا والمجموعتين ل ، م معا نفس عدد العناصر .

ـ قارن بين مجموع عددي عناصر ق ، ل ومجموع عددي عناصر ك ، م .

نتيجة :

ا ، ب ، حـ ، ء أعداد طبيعية .
إذا كان ا = ب ، حـ = ء فإن ا + حـ = ب + ء

5 ـ الجمع والترتيب :

نشاط (1) :

ـ لاحظ أن : $11 \geqslant 7$

ـ احسب $7 + 5$ ، $11 + 5$ ثم قارن $7 + 5$ و $11 + 5$

ا ، ب ، حـ أعداد طبيعية .
إذا كان ا ⩾ ب فإن ا + حـ ⩾ ب + حـ

نشاط (2) :

ـ لاحظ أن : $21 \geqslant 18$ و $16 \geqslant 13$

ـ احسب : $18 + 13$ ، $21 + 16$ ثم قارن بين
$18 + 13$ و $21 + 16$

ا ، ب ، حـ ، ء أعداد طبيعية .
إذا كان ا ⩾ ب وكان حـ ⩾ ء فإن ا + حـ ⩾ ب + ء

ضع مكان النقط إحدى الكلمتين « صحيح » ؛ « خطأ »

1) $3 = 3$ ... ؛ $8 + 3 = 5 + 3$ ... ؛ $4 + 3 = 5 + 2$ ... ؛
$11 + (4 + 3) = 14 + (5 + 2)$ ... ؛ $7 + 6 = 2 + 11$ ... ؛
$7 + (5 + 6) = (2 + 11) + 5$ ... ؛

2) $21 \geqslant 13$ ... ؛ $5 + 21 \geqslant 16 + 13$ ... ؛ $2 + 21 \geqslant 9 + 13$ ... ؛
$5 + 21 \geqslant 5 + 13$ ... ؛ $32 \geqslant 31$ ... ؛ $14 + 32 \geqslant 14 + 31$ ... ؛
$11 \geqslant 11$ ... ؛ $3 + 11 \geqslant 2 + 11$ ... ؛ $18 \geqslant 14$ ... ؛
$29 \geqslant 17$ ... ؛
$17 + 18 \geqslant 29 + 14$ ... ؛ $29 + 18 \geqslant 14 + 17$ ...

الطرح في ط

1 ـ فرق عددين طبيعيين :

نشاط : يتكون قسم من 36 تلميذا منهم 19 ذكرا .

ـ ما هو عدد الإناث ؟

إنه العدد 17 .

العدد الطبيعي **17** يسمى فرق العددين الطبيعيين 36 ، 19 بهذا الترتيب.

نكتب : $17 = 36 - 19$

لاحظ أن : $19 + \mathbf{17} = 36$

أ ، ب عددان طبيعيان حيث ب ⩽ أ .
فرق العددين أ ، ب هو العدد الطبيعي ف حيث : ب + ف = أ

أ ، ب عددان طبيعيان حيث ب ⩽ أ
ف = أ − ب معناه ب + ف = أ

أ ، ب هما حدّا الفرق ف .

ملاحظات هامة :

1) أ عدد طبيعي : أ − أ = 0 ، أ − 0 = أ

2) أ ، ب عددان طبيعيان مختلفان .

إذا كان (أ − ب) ∈ ط فإن (ب − أ) ∉ ط .

مثلا : $(18 - 15) \in$ ط و $(15 - 18) \notin$ ط .

في الحالات الآتية ، عوّض س بعدد طبيعي إن أمكن :

3 + س = 7 ؛ 132 + س = 157 ؛ 365 + س = 365 ؛

13 + س = 12 ؛ 27 − س = 27 ؛ س − 25 = 36 ؛

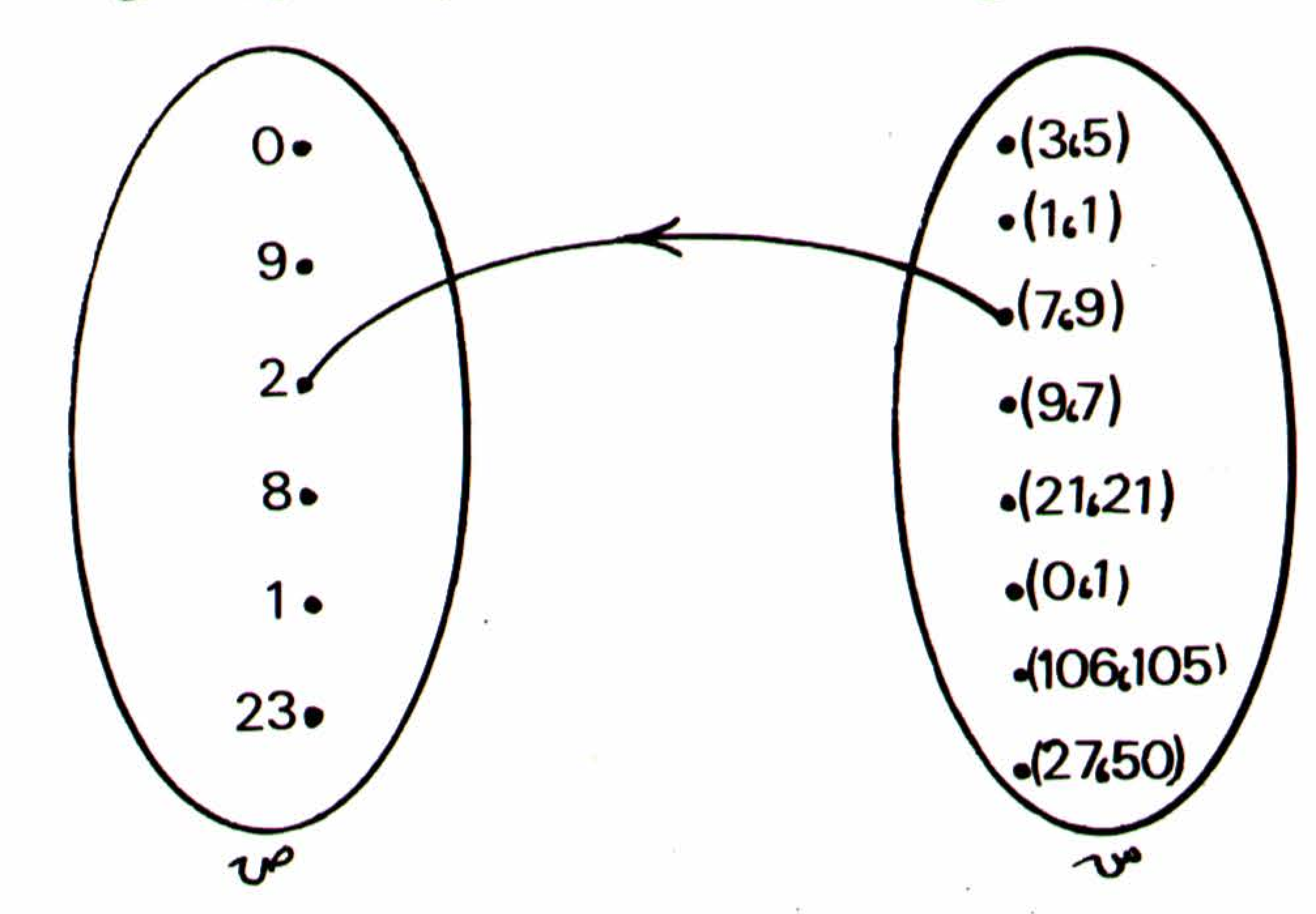
723 − 596 = س .

---

2 ـ الطرح في ط :

نشاط :

س مجموعة جزئية من ط × ط ؛ ص مجموعة جزئية من ط .



ـ ارفق كل ثنائية مرتبة (أ ، ب) من س بالفرق (أ ـ ب) في ص إن أمكن :

مثلا : (9 ، 7) ↤ 2

ـ هل المخطط الناتج يمثل تطبيقا من س إلى ص ؟

> الطرح في ط هو العملية التي ترفق بكل عددين طبيعيين أ ، ب حيث ب ⩽ أ فرقهما (أ ـ ب) .

3 ـ تقنيات في الحساب :

1 ـ إضافة عدد طبيعي لحدّي فرق عددين طبيعيين :

- احسب 16 − 7 و (16 + 4) − (7 + 4) ثم قارن بين النتيجتين

تجد أن : 16 − 7 = (16 + 4) − (7 + 4) .

- قارن بين : 211 − 77 و (211 + 23) − (77 + 23) .

تجد أن : 211 − 77 = (211 + 23) − (77 + 23) .

بصفة عامة :

> أ ، ب ، حـ ثلاثة أعداد طبيعية حيث ب ⩽ أ
>
> أ − ب = (أ + حـ) − (ب + حـ)

تلاحظ أن : **فرق عددين طبيعيين لا يتغير إذا أضيف نفس العدد الطبيعي إلى حدّي هذا الفرق .**

2 ـ طرح عدد طبيعي من حدّي فرق عددين طبيعيين .

• احسب 23 − 16 و (23 − 9) − (16 − 9) ثم قارن بين النتيجتين .

تجد أن : 23 − 16 = (29 − 9) − (16 − 9)

• قارن بين 745 − 537 و (745 − 48) − (537 − 48) .

تجد أن : 745 − 537 = (745 − 48) − (537 − 48) .

بصفة عامة :

> أ ، ب ، حـ ثلاثة أعداد طبيعية حيث ب ⩽ أ ، حـ ⩽ ب
>
> أ − ب = (أ − حـ) − (ب − حـ)

تلاحظ أن : **لا يتغير فرق عددين طبيعيين إذا طرح من حدّيه نفس العدد الطبيعي .**

3 ـ إضافة فرق إلى عدد طبيعي .

• احسب : 17 + (13 − 9) و (17 + 13) − 9 ثم قارن بين النتيجتين .

تجد أن : 17 + (13 − 9) = (17 + 13) − 9 .

• قارن بين : 2107 + (293 − 147) و (2107 + 293) − 147

تجد أن : 2107 + (293 − 147) = (2107 + 293) − 147

بصفة عامة :

أ ، ب ، حـ ثلاثة أعداد طبيعية حيث حـ ⩽ ب

أ + (ب − حـ) = (أ + ب) − حـ

ملاحظة : يمكن حذف الأقواس كالآتي :

(أ + ب) − حـ = أ + ب − حـ

يمكنك حساب أ + ب − حـ بطريقتين :

أ + ب − حـ = (أ + ب) − حـ

أ + ب − حـ = أ + (ب − حـ)

احسب بطريقتين كلا مما يلي :

$11 + 15 - 8$ ؛ $78 + 43 - 17$ ؛ $101 + 93 - 43$.

---

4 ـ أنشطة :

- **النشاط الأول** : أ ، ب ، حـ أعداد طبيعية حيث ب + حـ ⩽ أ

ـ قارن بين أ − (ب + حـ) ، (أ − ب) − حـ في الحالات الآتية :

أ = 26 ، ب = 14 ، حـ = 5

أ = 103 ، ب = 42 ؛ حـ = 29

أ = 1986 ؛ ب = 1406 ؛ حـ = 329 .

ـ ماذا نستنتج في كل حالة ؟

- **النشاط الثاني** : أ ، ب ، حـ أعداد طبيعية حيث ب + حـ ⩽ أ ، حـ ⩽ ب .

ـ قارن بين أ − (ب + حـ) ، (أ − ب) − حـ ، (أ + حـ) − ب مثنى مثنى في الحالات الآتية :

أ = 79 ؛ ب = 46 ؛ حـ = 55

أ = 985 ؛ ب = 514 ؛ حـ = 273

ـ ماذا تستنتج في كل حالة ؟

النشاط الثالث : أ ، ب ، حـ أعداد طبيعية حيث حـ ⩽ ب ⩽ أ .

ـ قارن بين ب − حـ ، أ − حـ في الحالات الآتية :

أ = 179 ؛ ب = 86 ؛ حـ = 47

أ = 1985 ؛ ب = 1406 ؛ حـ = 354 .

ـ هل لديك : ب − حـ ⩽ أ − حـ ؟

التمارين

1. س ، ع مجموعتان . أكمل الجدول الآتي :

عدد عناصر س	عدد عناصر ع	عدد عناصر س ∪ ع	عدد عناصر س ∩ ع
20	15	...	5
10	20	30	...
30	...	32	7
...	26	48	0

2. 1) عيّن مجموعة الثنائيات المرتبة (س ، ع) من **ط** × **ط**

حيث : س + ع = 5

2) عيّن مجموعة الثنائيات المرتبة (س ، ع) من **ط** × **ط**

حيث : س + ع = 0 .

3. ما هي الثنائيات المرتبة (س ، ع) من الأعداد الطبيعية ذات رقمين حيث :

س + ع = 25 .

4. اذكر في كل مرّة خواص عملية الجمع في **ط** التي اعتمدنا عليها لكتابة كل من المساويات التالية :

(23 + 18) + (7 + 2) = (23 + 18) + (2 + 7) .

23 + 18 + (2 + 7) = 23 + (18 + 2) + 7 .

23 + (18 + 2) + 7 = 23 + 7 + (18 + 2) .

أوجد العدد (23 + 18 + 2 + 7) .

5. احسب ذهنيا :

2 + 4 + 6 + 8 + 10 ؛ 1 + 3 + 3 + 5 + 7 + 9 .

9 + 17 + 23 ؛ 13 + 31 + 16 ؛ 17 + 23 + 35 .

16 + 35 + 44 ؛ 23 + 28 + 45 ، 4 + 15 + 26

127 + 38 + 45 ؛ 104 + 205 + 403 .

6. أكمل ما يلي :

. 38 + 5.6 73.	1.34 + .26. 92.1	.23. + 56.8 6.12
13. .25 + .9.4 2405	.7.84 9672. + 5.8.6 174925	456. 89.8 + 60. 14100
.8.2 + .4.4. 37015	95.60 .958. + 6.736 2062.5	.7.84 9672. + 518.6 23.616

7. لاحظ جيّدا متتالية الأعداد :

1 ، 4 ، 7 ، 10 ، 13 ، ...

1) أكمل هذه المتتالية حتي تحصل على 10 أعداد .

2) احسب عندئذ مجموع العددين الأول والعاشر ، ثم مجموع الثاني والتاسع ، ومجموع الثالث والثامن ، والرابع والسابع والخامس والسادس .

3) أوجد مجموع الأعداد العشرة .

8. ل = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9 }

ع هي مجموعة صور عناصر ل بالتطبيق تا للمجموعة ل في المجموعة ع الذي يرفق بكل عنصر س من ل

العنصر س + 8 من ع

1) عيّن المجموعة ع .

2) تحقّق أن تا تقابل للمجموعة ل في المجموعة ع .

9. أكمل المربع الآتي بأعداد من 1 إلى 25 بحيث يكون مجموع الأعداد من نفس السطر أو من نفس العمود هو 65 .

11		17	10	23
24	12			6
	25	13		19
20		21		
3				15

ـ تحقق أن مجموع أعداد كل قطر هو أيضا 65 .

• المربع الناتج يسمى مربعا سحريا

10. لمؤسسة بلدية أربع حافلات دخلها اليومي كما هو مبين في الجدول الآتي :

	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الدخل الأسبوعي
الحافلة 1	1915	1157	1008	1443	1259	1854	
الحافلة 2	1823	1214	1166	1352	1104	1526	
الحافلة 3	1974	1327	1208	1196	1341	1379	
الحافلة 4	1926	1430	1167	1285	1426	2003	
المجموع							

1) ما هو الدخل الأسبوعي لكل حافلة ؟

2) ما هو الدخل اليومي للحافلات الأربع ؟

3) احسب الدخل الاجمالي الأسبوعي بطريقتين .

11. س = { أ / أ ∈ ط وَ أ < 20 }
ع = { أ / أ ∈ ط وَ أ عدد زوجي وَ أ ⩽ 12 }
1) تحقّق أن : ع ⊂ س
2) عيّن : م$_{س}^{ع}$

أوجد عدد عناصر م$_{س}^{ع}$ ماذا تلاحظ ؟

12. أوجد ، إذا أمكن عددا طبيعيا س بحيث :
1) 48 + س = 73
2) 54 + س = 102
3) 17 + س = 14

13. أوجد خمس ثنائيات مرتبة (س ، ع) من ط × ط في كل من الحالات الآتية .
1) س − ع = 7 ؛ 2) س − ع = 0 ؛ 3) س − ع = 5 .

14. 1) ل هي مجموعة الثنائيات المرتبة (س ، ع) من ط × ط حيث يتألف كل من العددين س ، ع من رقم واحد و س − ع = 6 .
عيّن المجموعة ل .
2) ق هي مجموعة الأعداد الطبيعية التي يتألف كل منها من رقمين حيث الفرق بين رقم العشرات ورقم الآحاد هو 6
ـ عيّن المجموعة ق .
3) قارن بين عددي عناصر كلا من ل ، ق .

15. احسب ذهنيا الفروق التالية :
21 − 9 ؛ 35 − 27 ؛ 45 − 13 ؛ 52 − 29 ؛ 79 − 34 .
168 − 92 ؛ 108 − 16 .

16. اكمل ما يلي :

21 − ... = 13 ؛ 94 − ... = 62 ؛ ... − 34 = 26

... − 17 = 28 ؛ ... − 42 = 0 ؛ ... − 58 = 58

67 − ... = 67 ؛ 450 − 58 = ... ؛ 197 − 145 = ...

17. عين في كل حالة من الحالات الآتية العدد الطبيعي س :

1) س − 15 = 32 ؛ 2) 17 + س = 44 ؛ 3) 31 − س = 19

4) 34 − س = س .

18. أكمل ما يلي :

4.7.	8.6.5	987.5
− 17.2	− .5.7.	− ..65.
.623	5.8.9	11.11
...67	98765	..8.4
− 217..	− 43210	− 64.3.
10404	.....	27879

19. أكمل ما يلي :

(61 + 5) − (... + 5) = ... − 37

(... + 8) − (27 + ...) = 45 − ...

(786 − ...) − (... − 123) = ... − 357 .

20. احسب بطريقتين كلا من الأعداد التالية :

45 + (63 − 27) ؛ 145 − (135 − 117) ؛

(437 − 154) − 36 .

21. أكمل باحدى الاشارتين + ، − ما يلي :

1) 15 − س + ع = 15 ... (س ... ع) ؛

2) أ ... (7 − ب) = أ + 7 ... ب

3) أ ... (27 ... س) = أ ... 27 − س .

22. صحح الأخطاء في كل حالة من الحالات الآتية :

1) $3 + (7 - 15) = (3 + 7) - 15$.

2) $5 - (8 - 14) = (5 - 8) + 14$.

3) $3 - (9 - 27) = (3 - 9) - 27$.

23. س = { 45 ، 27 ، 38 ، 42 }

1) عيّن المجموعة س × س .

2) هل يمكنك أن ترفق بكل عنصر (ا ، ب) من س × س الفرق (ا − ب) ؟

3) عيّن ل مجموعة الثنائيات المرتبة (ا ، ب) من س × س حيث يكون الفرق (ا − ب) موجودا .

4) عيّن البيان ج للعلاقة « ... ≥ ... » في س .
قارن بين ل ، ج .

24. س = { ا / ا ∈ ط ، ا زوجي و ا < 19 }
ع = { ا / ا ∈ ط ، ا مضاعف 3 و ا < 19 } .

1) عيّن ل مجموعة عناصر ع التي لا تنتمي إلى س .

2) تحقّق أن عدد عناصر ل هو فرق عدد عناصر ع و عدد عناصر (س ∩ ع) على الترتيب .

3) تحقّق أن : س ∩ ل = φ و س ∪ ل = س ∪ ع .

4) قارن بين مجموع عددي عناصر س ، ع ومجموع عددي عناصر (س ∪ ع) ، (س ∩ ع) .

25. اجر العمليات التالية بأسرع ما يمكن :

1988	4708	9703	72871
+ 6891	+ 5393	− 7974	− 56075

26. محاسب يسجل المعاملات المالية (بالدنانير) خلال شهر في جدول كالآتي :

	الدخل	الصرف	الفرق
الأسبوع الأول	185431	103420	
الأسبوع الثاني	79432	57321	
الأسبوع الثالث	87137	67531	
الأسبوع الرابع	94529	70432	
المجموع			

ـ أكمل الجدول .

1.27) احسب م مجموع العددين 748 ، 214 ، ثم احسب الفرق ف بين 748 و 214 .

2) احسب م − ف ثم تحقّق أن م − ف هو ضعف 214

3) احسب م + ف ثم تحقّق أن م + ف هو ضعف 748 .

4) إذا كان مجموع عددين طبيعيين هو 24 والفرق بينهما هو 10 . ما هما هذان العددان ؟

1.28) أوجد العددين الطبيعيين س ، ع حيث :

س + ع = 15 و س − ع = 9 .

2) ـ عيّن عددين طبيعيين متتالين مجموعهما 29 .

ـ هل يوجد عددان طبيعيان متتاليان مجموعهما 30 ؟ لماذا ؟

29. أكمل الجدول التالي :

الشخصيات	سنة الميلاد	سنة الوفاة	فترة الحياة بالسنوات
الرسول محمد (ص)	570	632	...
ابن سينا	980	...	57
ابن خلدون	...	1406	74
الأمير عبد القادر	1807	1883	...
مصطفى بن بولعيد	1917	...	39

30. في أحد الأسواق العامة توجد خمس نقاط للبيع .
وفي نهاية اليوم دفع كل واحد إلى متصرف هذه الوحدة 1758 دج ،
9374 دج ، 79591 دج ، 238 دج ، 970 دج .
ـ ما هو ثمن مبيع هذه الوحدة في نهاية اليوم ؟

31. لدى تاجر مبلغ مالي 7353 دج ، اشترى بضاعة بثمن 2931 دج ،
وصرف مبلغ 1703 دج للتكاليف .
ـ ما هو المبلغ المتبقي معه ؟

32. عمرُ أم 47 سنة . ولدت بنتا عندما كانت تبلغ من العمر 29 سنة وبعد سنتين ولدت صبيًّا .
1) ما هو عمر كل من الطفل والبنت ؟
2) كم كان عمر الأم وعمر طفلها عندما كان عمر البنت 16 سنة ؟
3) كم يكون عمر الأم وعمر ابنتها عندما يصبح عمر الابن 32 سنة ؟

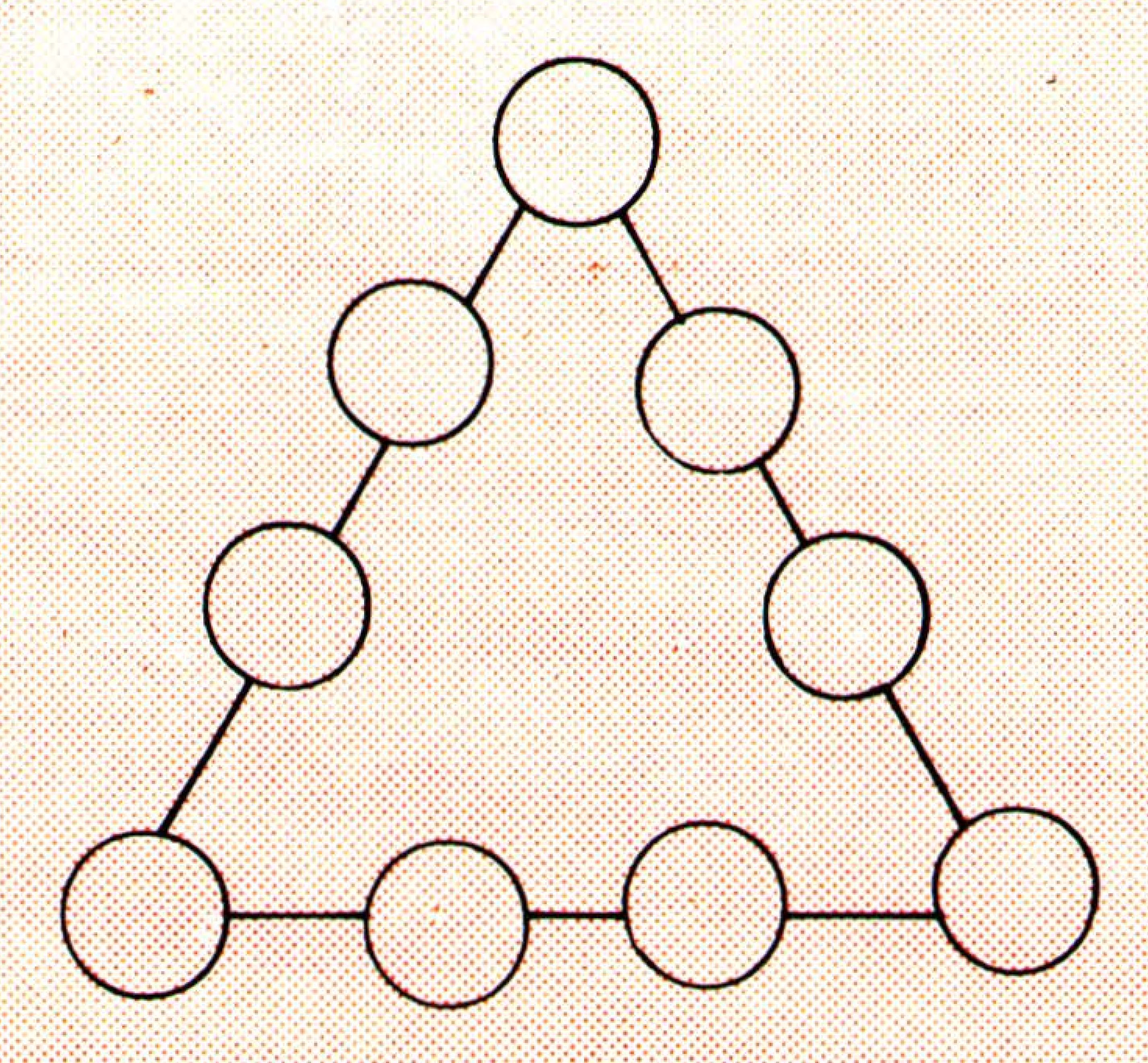
33. لجدّ ثلاثة أولاد أعمارهم : 48 سنة ، 43 سنة ، 37 سنة .
وله أربعة أحفاد ، عمر الأول 19 سنة وعمر الثاني 17 سنة وعمر الرابع 9 سنوات .
1) ما هو عمر الجدّ إذا علمت أنه كان قد بلغ من العمر 39 سنة عندما ولد طفله الثالث ، وكان قد بلغ 63 سنة من العمر عندما ولد حفيده الثالث ؟
2) ما هو عمر الحفيد الثالث ؟
3) كم كان عمر الجد عند ولادة كل ولد من الأولاد ؟

34. عمر محمد 17 سنة وعمر أبيه 42 سنة .
1) احسب فرق سنيهما .
2) كم يصبح سن كل منهما بعد 8 سنوات ؟
احسب حينئذ فرق سنيهما .
3) كم كان سن كل منهما قبل 6 سنوات ؟
وكم كان فرق سنيهما عندئذ ؟
• لاحظ النتائج السابقة ؟ ماذا نستنتج ؟
4) عندما ولد محمد كم كان عمر أبيه ؟
كيف يمكنك إيجاد هذه النتيجة دون حساب جديد .

تسلية حسابية

1 ـ المثلث العددي :

لاحظ الشكل :



ضع في كل دائرة رقما من الأرقام التسعة التي تختلف عن الصفر بحيث يكون مجموع أرقام كل ضلع يساوي 20

2

يعطي أب لابنه 150 دج ويعطي أب آخر لابنه 100 دج .

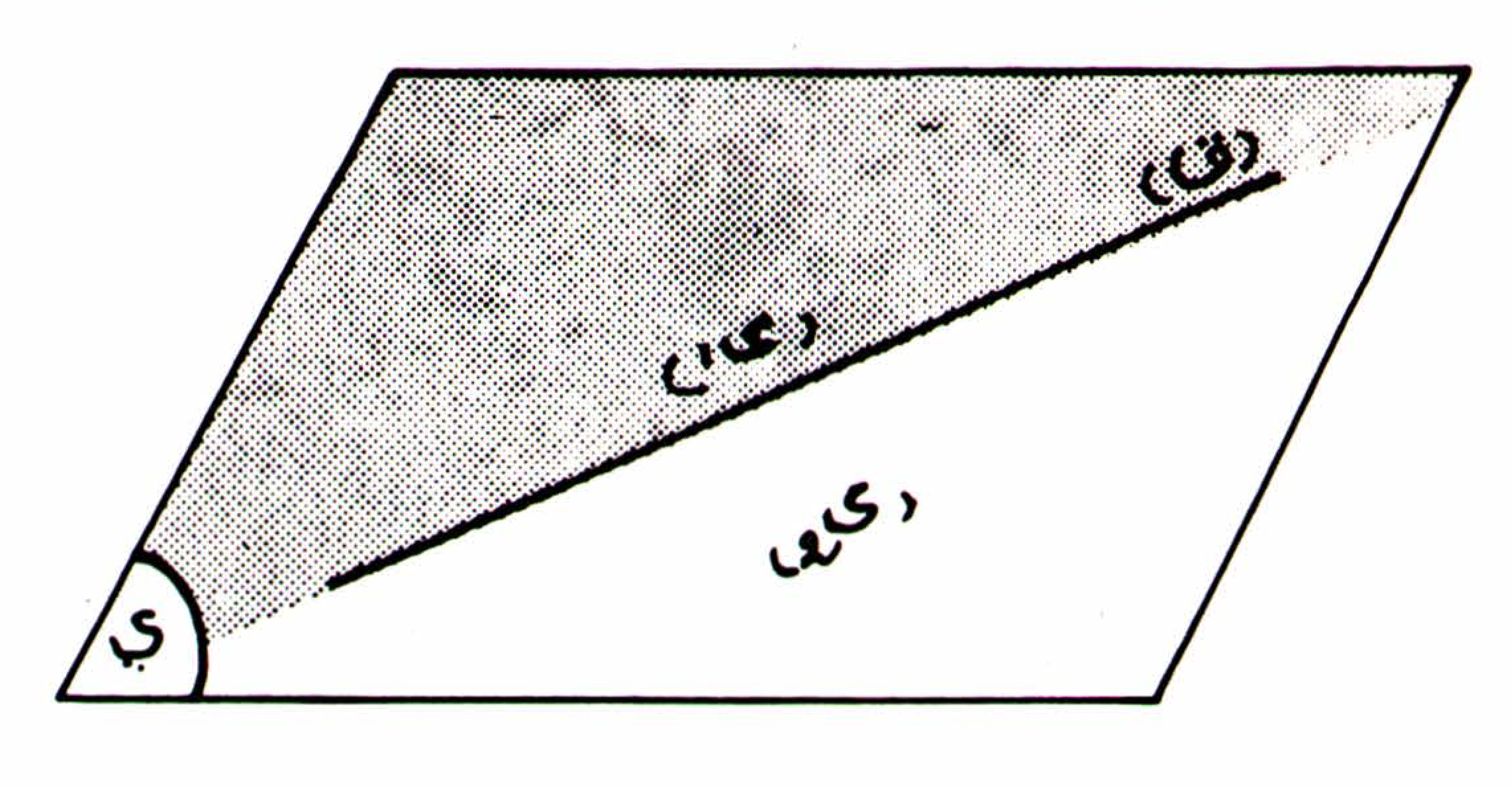
ارتفع رصيدا الابنين بمقدار 150 دج .

ـ كيف تفسر هذه الوضعية ؟

7 الزاوية ـ الشريط

1 ـ نصف المستوى :

ـ لاحظ الشكل (1)



الشكل (1)

ـ كل نقطة من المستوي (ي) تنتمي إلى إحدى المجموعات :

- مجموعة نقط المستقيم (ق).
- مجموعة نقط الجزء ($ي_1$) من المستوي .
- مجموعة نقط الجزء ($ي_2$) من المستوي .

ـ كل من المجموعتين (ق) U ($ي_1$) ؛ (ق) U ($ي_2$) تسمى نصف مستو حدّه (ق) .

---

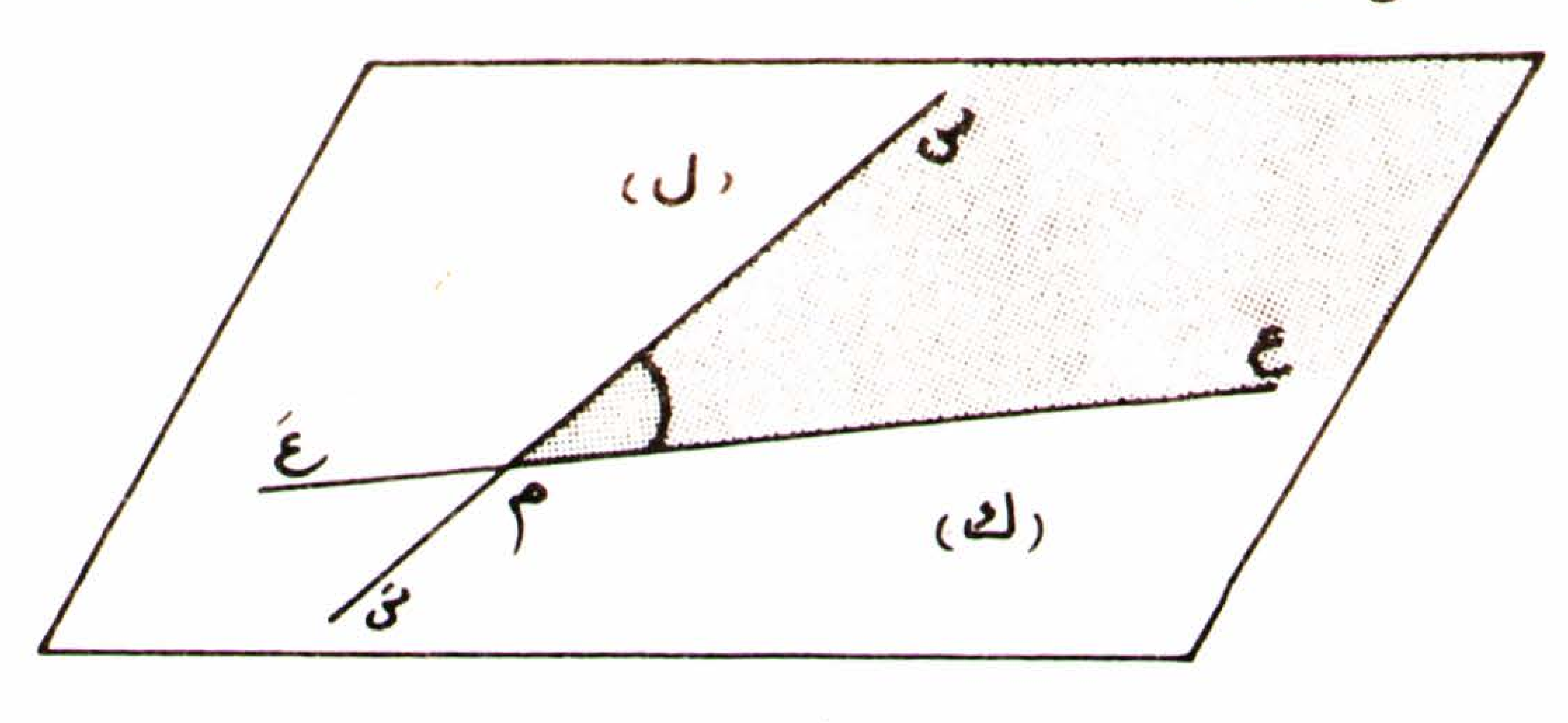
1) تحقق أن المجموعة { (ق) ، ($ي_1$) ، ($ي_2$) } هي تجزئة للمستوي (ي).

2) تحقق أن كل نصف مستو هو مجموعة محدّبة .

---

2 ـ الزاوية :

لاحظ الشكل (2) .



الشكل (2)

(ك) نصف مستو حدّه (سَ س) .

(ل) نصف مستو حدّه (عَ ع) .

المجموعة (ك) ∩ (ل) تسمى **زاوية ناتئة رأسها** م ، **ضلعاها**

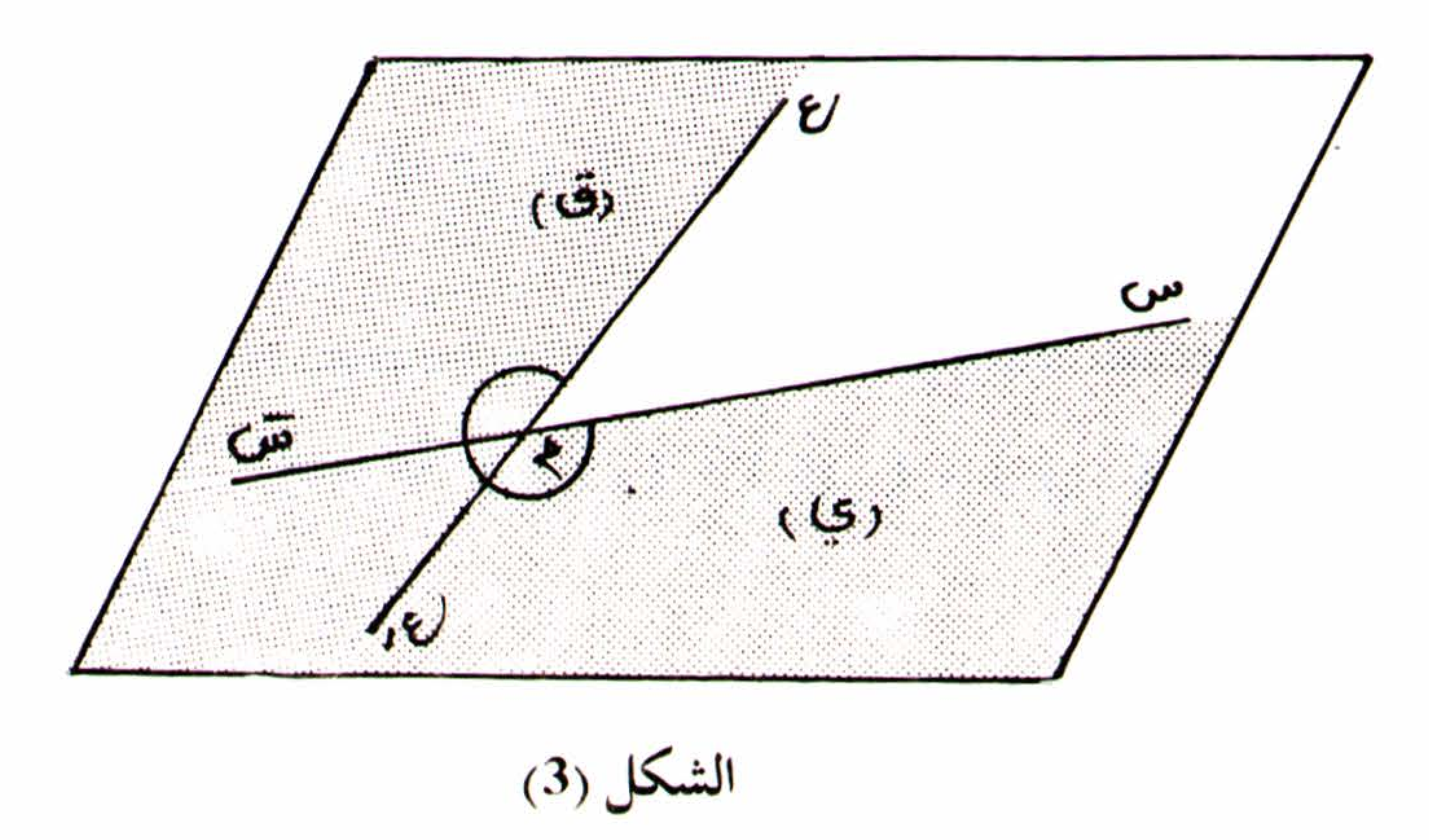
[م س ، [م ع .

نرمز لهذه الزاوية الناتئة بالرمز [**م س ، م ع**] .

الزاوية الناتئة هي تقاطع نصفي مستويين حداهما متقاطعان.

- تحقق أن الزاوية الناتئة هي مجموعة محدبة .

ـ انظر الشكل (3)



الشكل (3)

(ى) نصف مستو حدّه (س′ س)

(ق) نصف مستو حدّه (ع′ ع)

المجموعة (ي) ∪ (ق) تسمى **زاوية منعكسة** . رأسها م وضلعاها [م س ، [م ع نرمز لها أيضا بالرمز [م س ، م ع] .

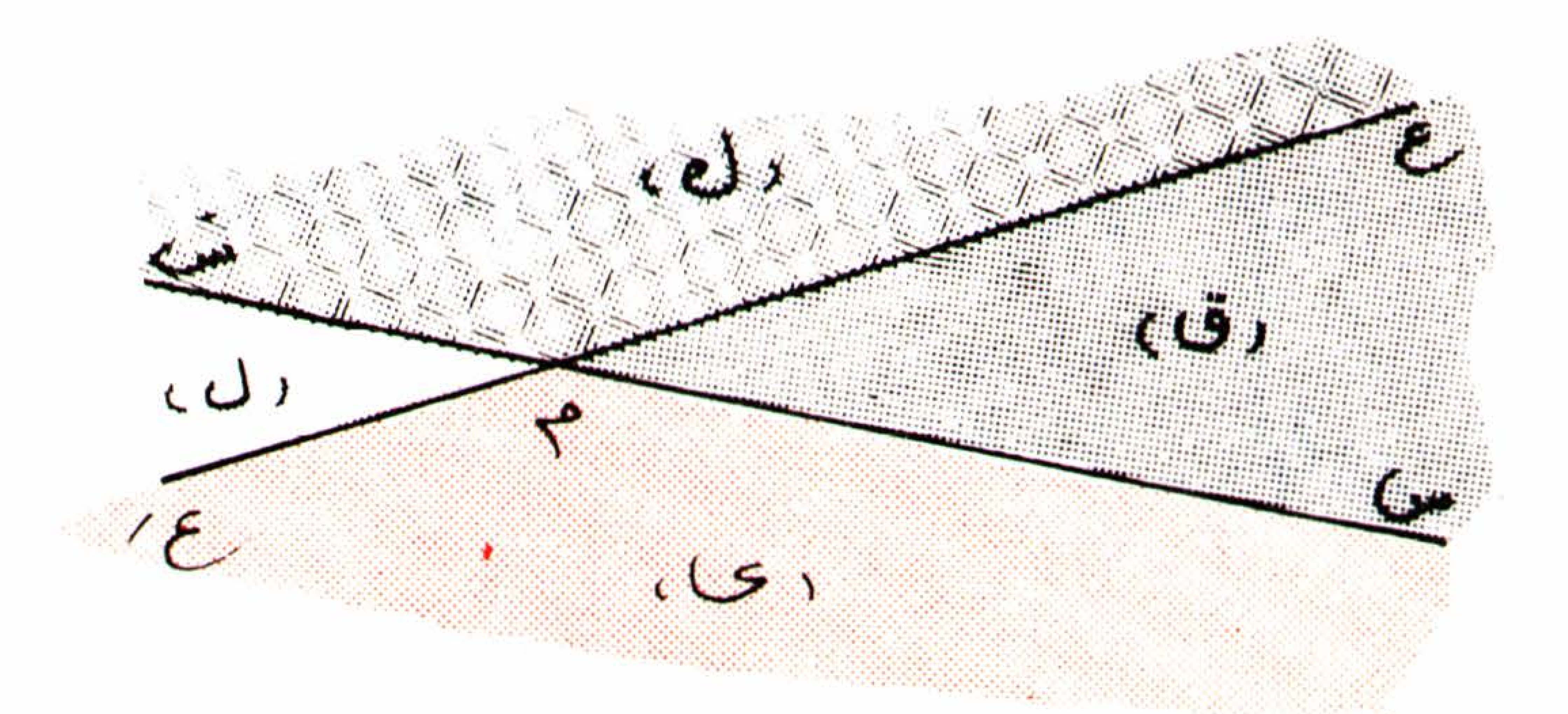
الزاوية الناتئة هي مجموعة محدّبة .

ملاحظة :

1) فيما يأتي عندما نذكر زاوية [م س ، م ع] نقصد بها الزاوية الناتئة .

2) الكتابتان [م س ، م ع] ، [م ع ، م س] تعيّنان نفس الزاوية .

هل المجموعة {[م س ، [م ع ، [م س′ ، [م ع′ ، (ق) ، (ك) ، (ل) ، (ي) } هي تجزئة للمستوي ؟ كما في الشكل (4) .

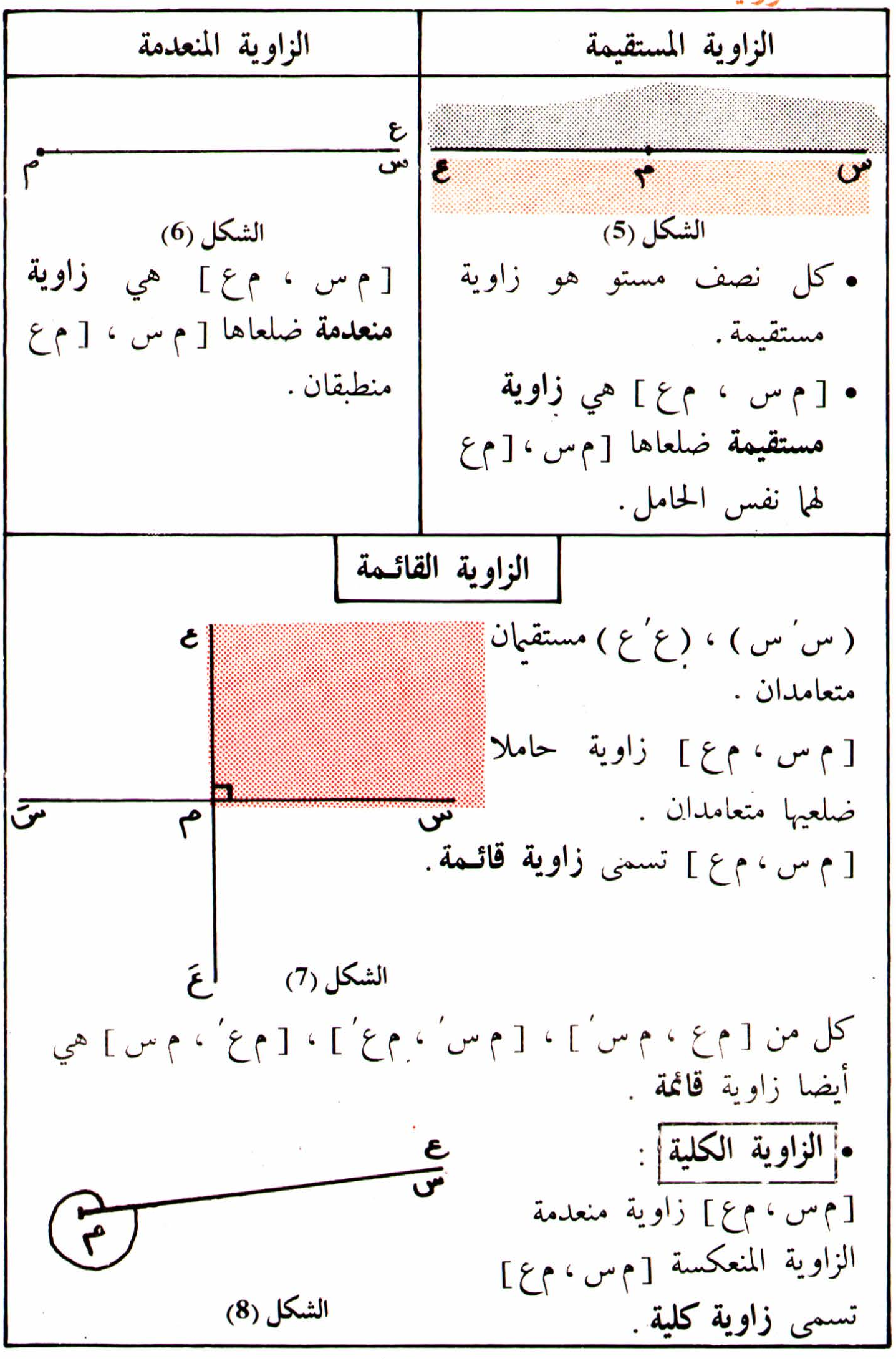


الشكل (4)

– عيّن باستخدام الرمز ∪ كل الزوايا الناتئة وكل الزوايا المنعكسة في هذا الشكل .

---

3 ـ الزوايا الخاصة :



الزاوية المستقيمة

الشكل (5)

- كل نصف مستو هو زاوية مستقيمة.
- [م س ، م ع] هي **زاوية مستقيمة** ضلعاها [م س ، [م ع لهما نفس الحامل.

الزاوية المنعدمة

الشكل (6)

[م س ، م ع] هي **زاوية منعدمة** ضلعاها [م س ، [م ع منطبقان.

الزاوية القائـمة

(س′س) ، (ع′ع) مستقيمان متعامدان.

[م س ، م ع] زاوية حاملا ضلعيها متعامدان.

[م س ، م ع] تسمى **زاوية قائـمة**.

الشكل (7)

كل من [م ع ، م س′] ، [م س′ ، م ع′] ، [م ع′ ، م س] هي أيضا زاوية **قائمة**.

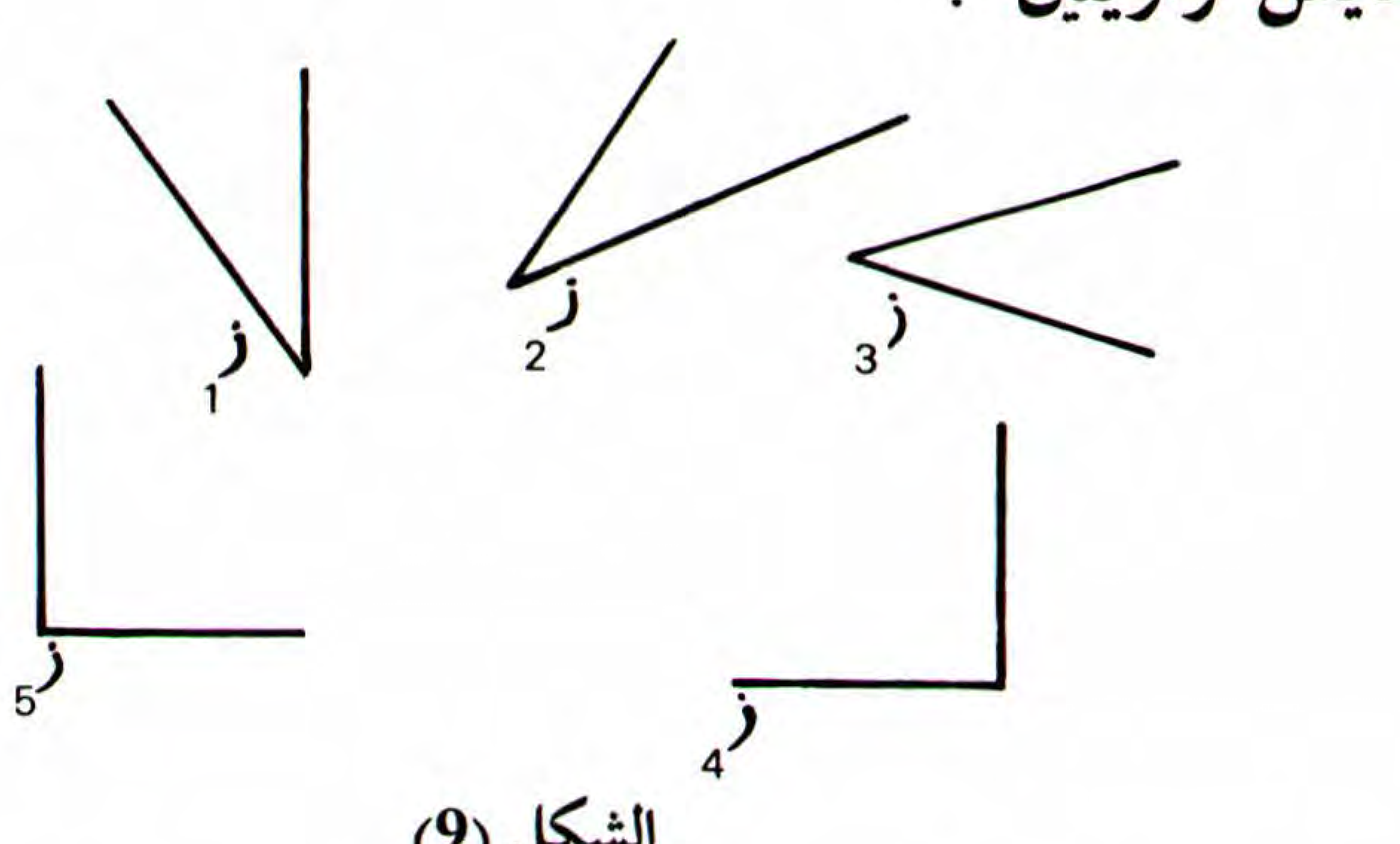
- **الزاوية الكلية** :

[م س ، م ع] زاوية منعدمة الزاوية المنعكسة [م س ، م ع] تسمى **زاوية كلية**.

الشكل (8)

4 ـ الزوايا المتقايسة :

1) تقايس زاويتين :



الشكل (9)

لديك في الشكل (9) عدة زوايا . عيّن المتقايسة منها .

تتقايس زاويتان إذا أمكن تطبيق إحداهما على الأخرى .

نقول إن للزاويتين المتقايستين **نفس القيس** .

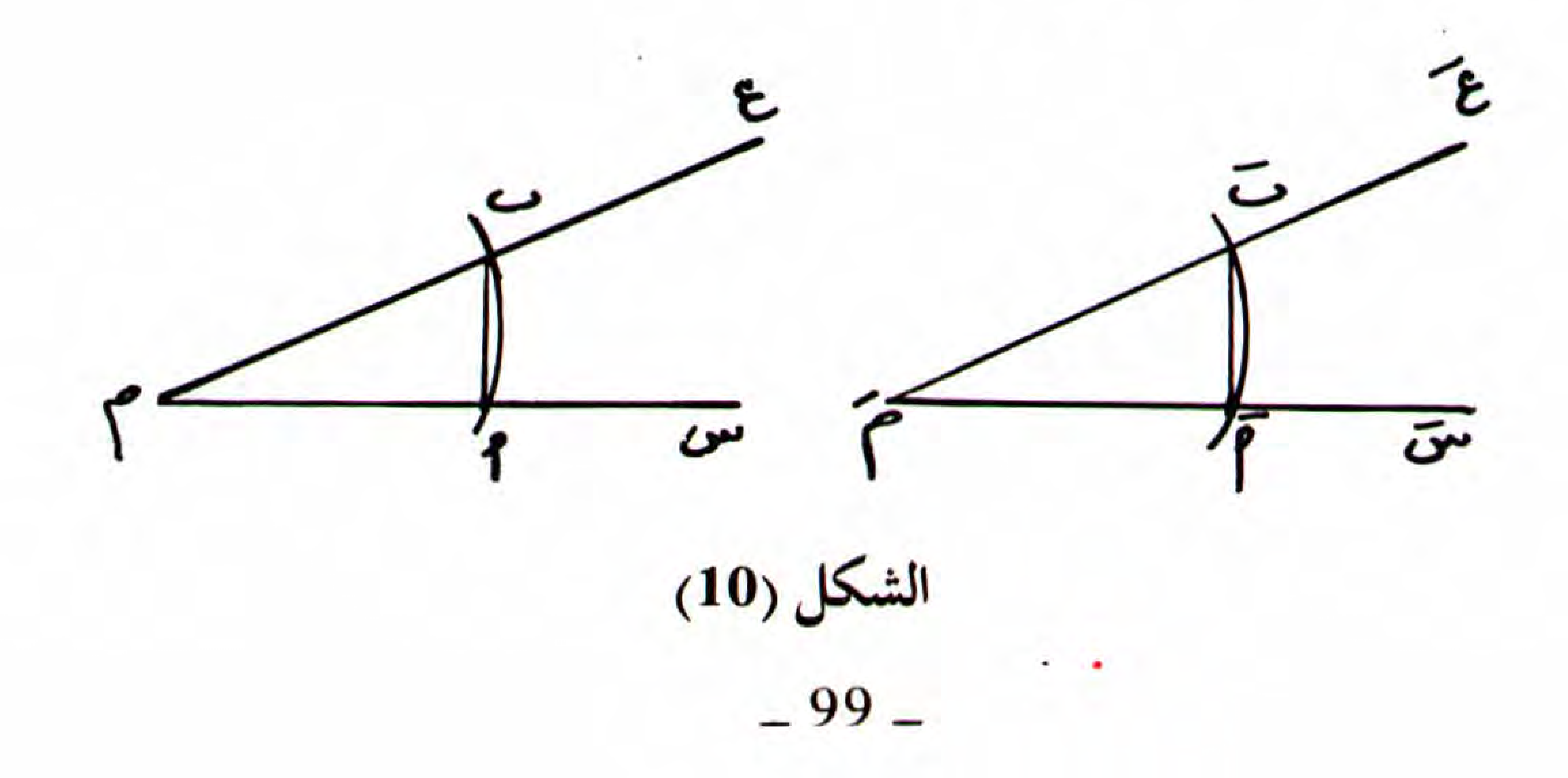
نرمز لقيس الزاوية [م س ، م ع] بالرمز $\widehat{\text{س م ع}}$ أو بالرمز $\widehat{\text{ع م س}}$

- كل الزوايا القائمة متقايسة .
- قيس زاوية هو عدد .

2) إنشاء زاوية تقايس زاوية معلومة (باستعمال المدور) :

نشاط :

لدينا الزاوية [م س ، م ع] .



الشكل (10)

ـ عيّن نقطة مَ من المستوي . ارسم نصف مستقيم [مَ سَ .
ـ ركّز المدور في النقطة م . وارسم قوسا تقطع [م س ، [م ع في النقطتين أ ، ب على الترتيب .
ـ بنفس الفتحة ارسم قوس دائرة مركزها مَ تقطع [مَ سَ في النقطة أَ .
ـ عيّن بالمدور الطول أ ب . بنفس الفتحة ارسم قوس دائرة مركزها أَ تقطع قوس الدائرة التي مركزها مَ في النقطة بَ .
ـ ارسم نصف المستقيم [مَ عَ الذي يشمل بَ .
• تحقق أن الزاويتين [م س ، م ع] ، [مَ سَ ، مَ عَ] متقايستان .
بهذه الطريقة يتمّ إنشاء زاوية تقايس زاوية معلومة .

3) الزوايا المتقابلة بالرأس :

(س سَ) ، (ع عَ) مستقيمان متقاطعان في النقطة م .
ـ لوّن كلاّ من [م س ، م ع] ، [م سَ ، م عَ] .
ـ لاحظ أن لهاتين الزاويتين نفس الرأس م .

عَ س م سَ ع

الشكل (11)

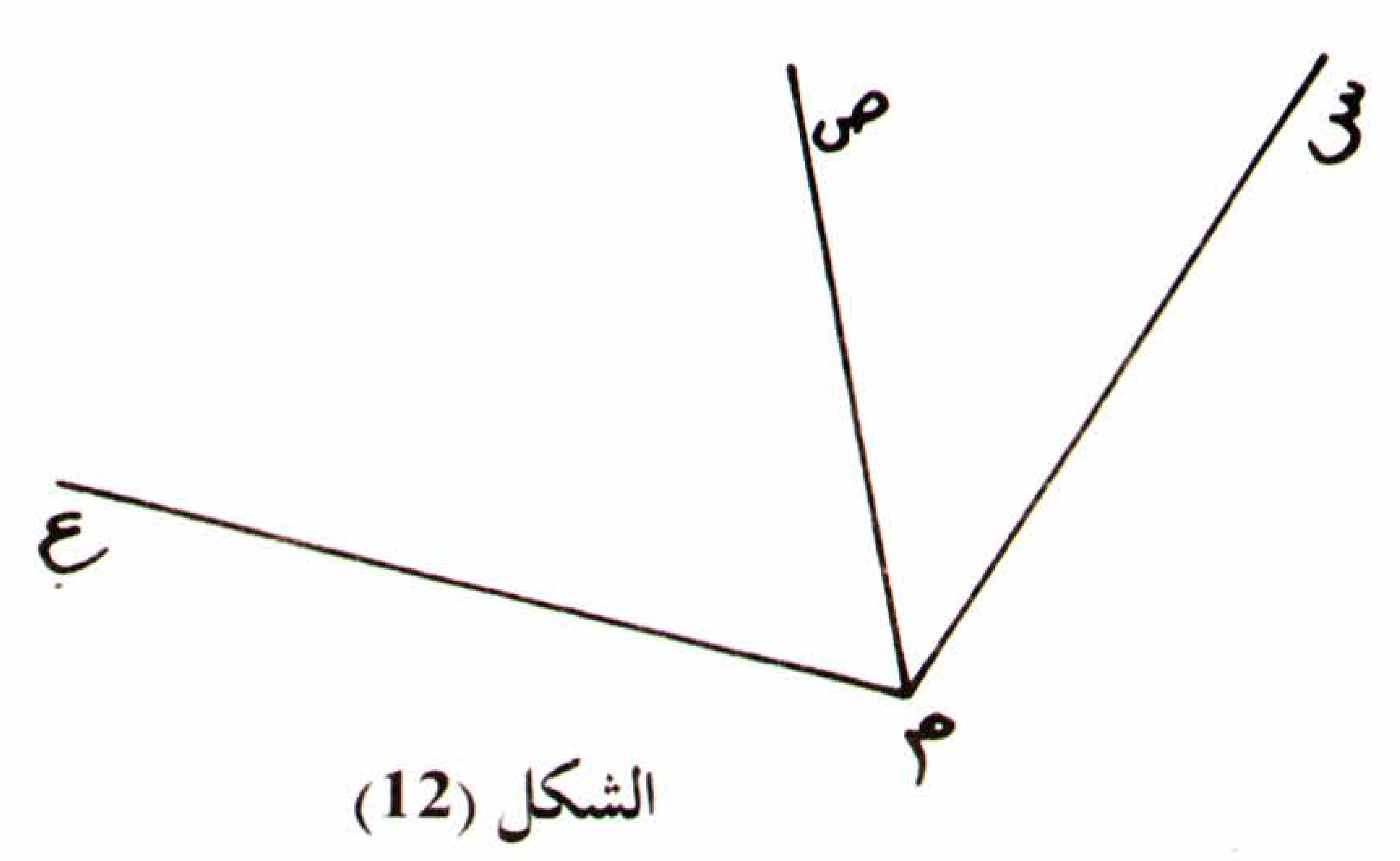
وأن للضلعين [م س ، [م سَ نفس الحامل . وكذلك للضلعين [م ع ، [م عَ نفس الحامل .
نقول إن الزاويتين [م س ، م ع] ، [م سَ ، م عَ] **متقابلتان بالرأس** .
ـ تحقق أنهما متقايستان .

نتيجة :

الزاويتان المتقابلتان بالرأس متقايستان .

5 ـ الزوايا المتجاورة ـ منصف زاوية :

نشاط (1) : إليك الشكل (12)



الشكل (12)

ـ عيّن : [م س ، م ص] ∩ [م ص ، م ع]

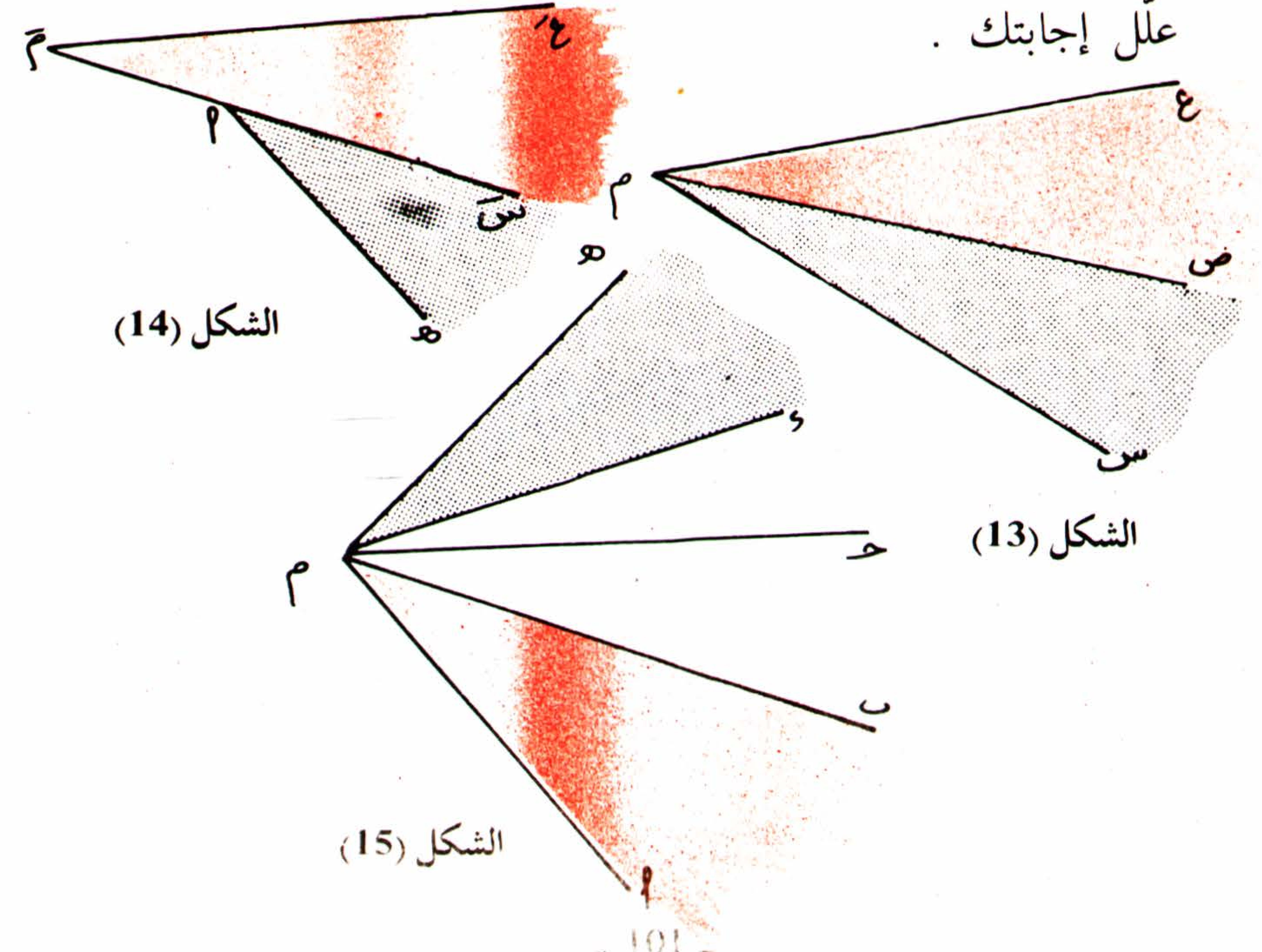
ـ لاحظ أن : [م ص] ⊂ [م س ، م ع]

وأن للزاويتين [م س ، م ص] ، [م ص ، م ع] نفس الرأس م

نقول إن الزاويتين [م س ، م ص] ، [م ص ، م ع] **متجاورتان** .

ـ عيّن في كل من الأشكال الآتية . الزوايا المتجاورة .

علّل إجابتك .



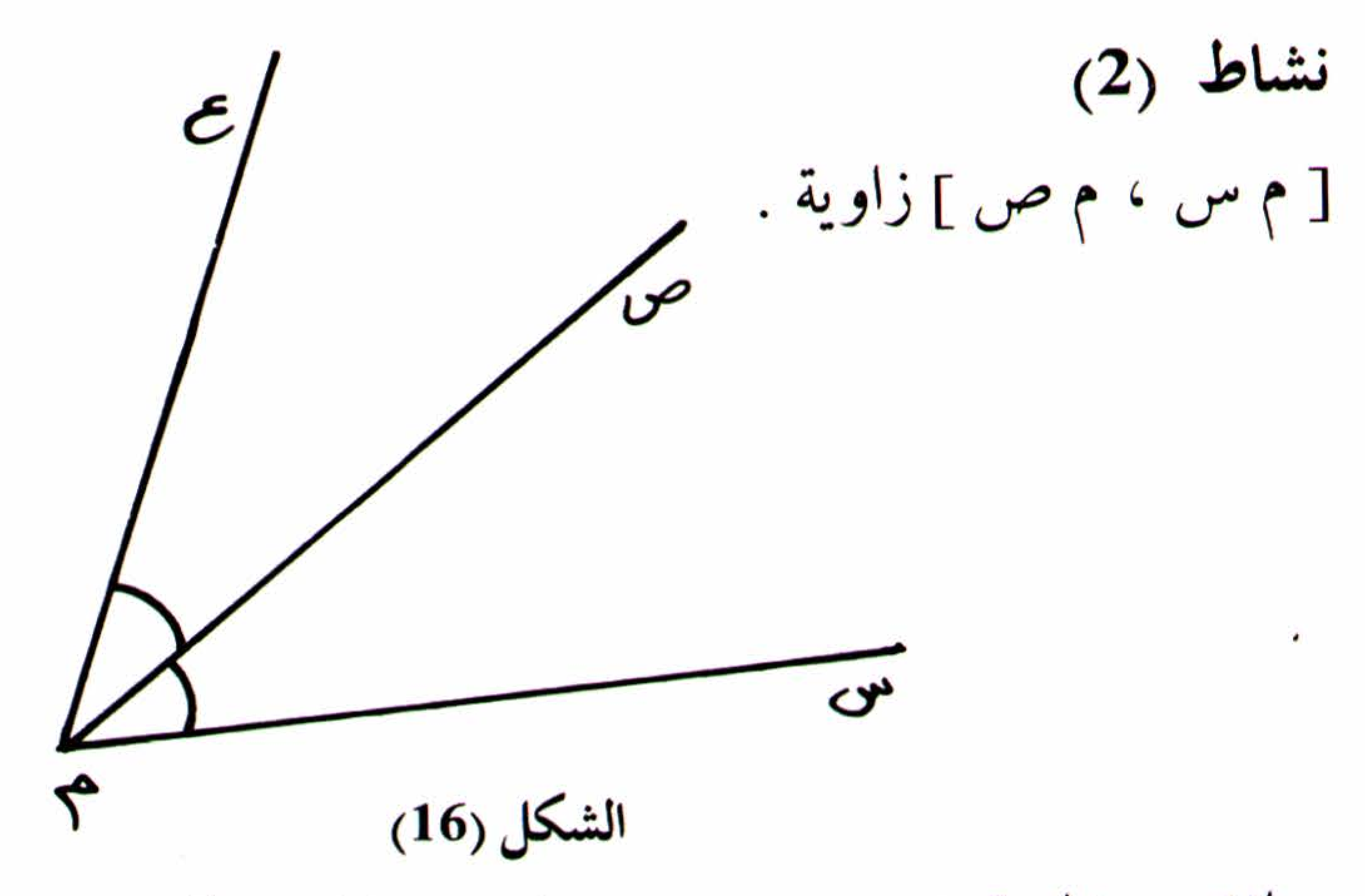
الشكل (14)

الشكل (13)

الشكل (15)

نشاط (2)

[م س ، م ص] زاوية .



الشكل (16)

- انشيء زاوية [م ص ، م ع] مجاورة ومقايسة للزاوية [م س ، م ص] الضلع [م ص يسمى **منصف** الزاوية [م س ، م ع] .

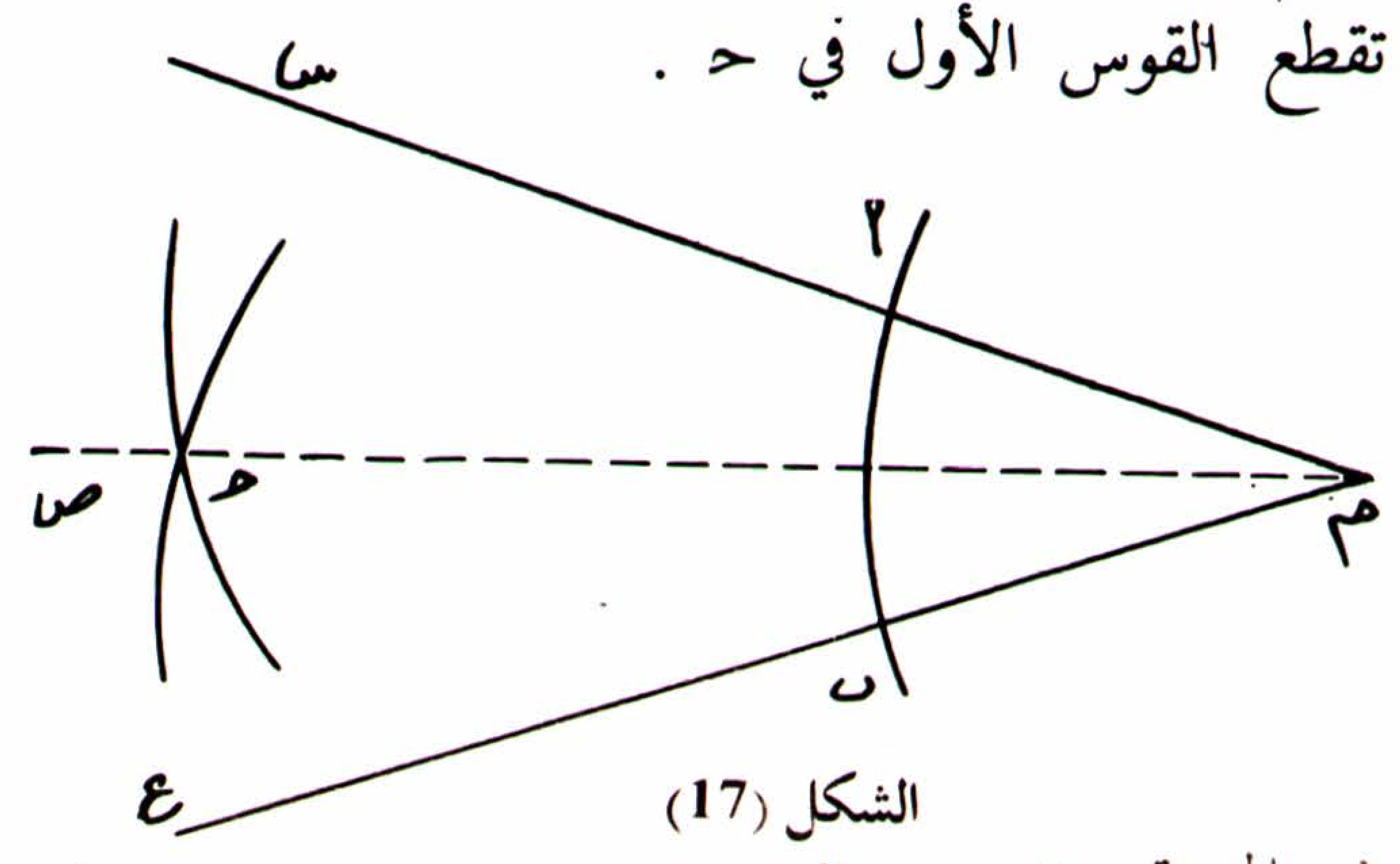
منصف زاوية [م س ، م ع] هو نصف مستقيم [م ص بحيث تكون الزاويتان [م س ، م ص] و [م ص ، م ع] متجاورتين ومتقايستين

إنشاء منصف زاوية :

[م س ، م ع] زاوية .

نشاط (3) :

- ارسم دائرة مركزها م تقطع [م س ، [م ع في النقطتين ا ، ب .
- ارسم قوس دائرة مركزها ا ثم ارسم بنفس الفتحة قوس دائرة مركزها ب تقطع القوس الأول في حـ .

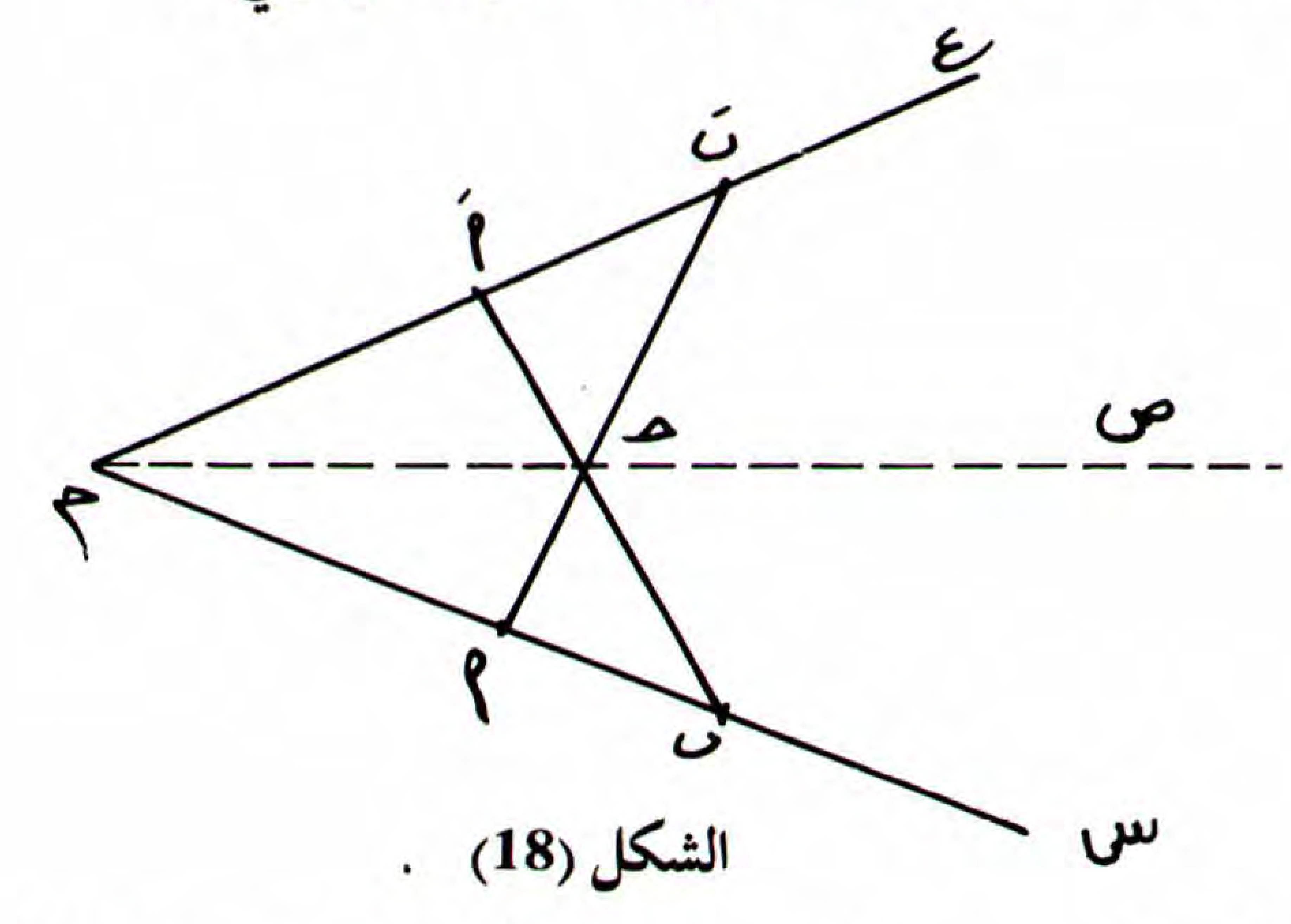


الشكل (17)

نصف المستقيم [م ص الذي يشمل حـ هو **منصف الزاوية** [م س ، م ع]

نشاط (4) :

يمكنك إنشاء منصف زاوية بطريقة أخرى كما يلي :



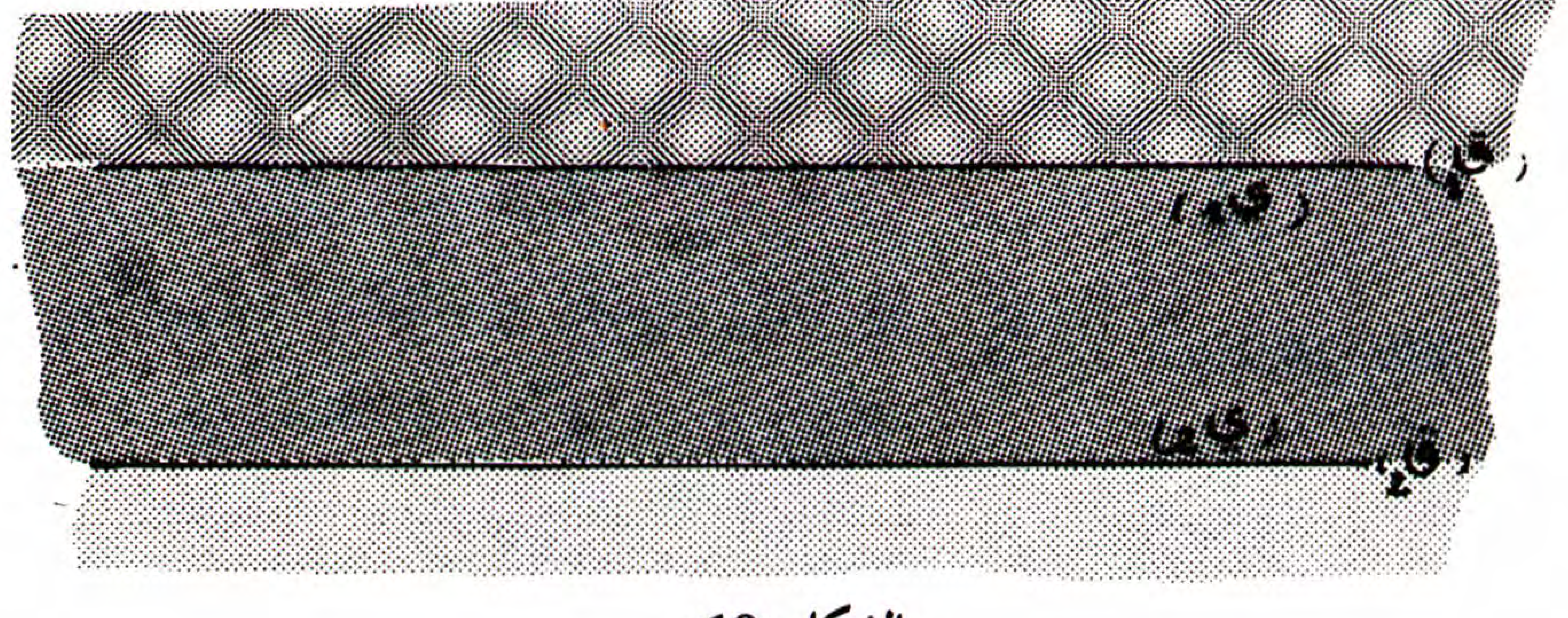
الشكل (18) .

ـ عيّن نقطتين أ ، ب على [م س ، عيّن على [م ع النقطتين أ′ ، ب′
بحيث : م أ = م أ′ ، م ب = م ب′ .
القطعتان [أ ب′] ، [أ′ ب] تشتركان بنقطة حـ .
نصف المستقيم [م ص الذي يشمل حـ هو منصف الزاوية
[م س ، م ع]

6 ـ الشريط :

نشاط (1) :

(ق$_1$) ، (ق$_2$) مستقيمان متوازيان :



الشكل (19)

لوّن بالأخضر ($ي_2$) نصف المستوي العلوي الذي حده ($ق_2$) .
لوّن بالأصفر ($ي_1$) نصف المستوي السفلي الذي حده ($ق_1$) .
الجزء المشترك بين ($ي_1$) ، ($ي_2$) يسمى شريطا حداه المستقيمان ($ق_1$) ، ($ق_2$) .
نرمز لهذا الشريط بالرمز [$ق_1$ ، $ق_2$] .

---

1) ارسم شريطين متقاطعين .
ـ ما هو الشكل الناتج من تقاطعهما ؟
ـ متي يكون تقاطعهما مربعا ؟

2) (س سَ) ، (ع عَ) مستقيمان متوازيان تماماً .
(ص صَ) مستقيم يقطع (س سَ) في النقطة ا . ويقطع (ع عَ) في النقطة ب .
بين على الشكل جميع الزوايا المتقايسة . وكذا جميع الزوايا المتجاورة .

نشاط (2) :

المسافة بين نقطة ومستقيم :

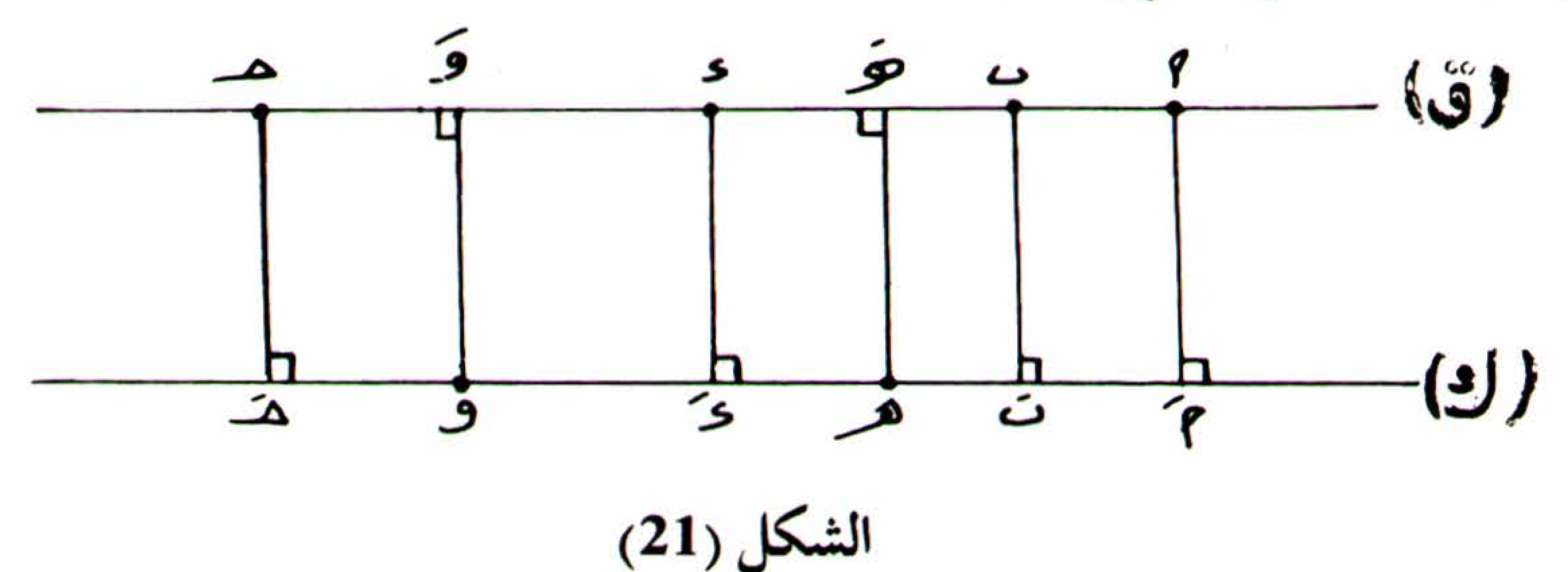
(ل)
م
(ق)
هـ

الشكل (20)

(ق) مستقيم ، م نقطة لا تنتمي إلى (ق).
• ارسم من النقطة م العمود (ل) على (ق).
هـ هي نقطة تقاطع (ل) و (ق)
الطول م هـ يسمى المسافة بين النقطة م والمستقيم (ق)
• **ملاحظة** : النقطة هـ تسمى **المسقط العمودي** للنقطة م على (ق).

نشاط (3) : عرض الشريط :

[ق ، ك] شريط .



الشكل (21)

ا ، ب ، حـ ، ء نقط من (ق) .

هـ ، و نقطتان من (ك) .

عين اَ ، بَ ، حـَ ، ءَ المساقط العمودية على (ك) لكلّ من ا ، ب ، حـ ، ء على الترتيب .

ثم عين هـَ ، وَ المسقطين العموديين على (ق) لكل من النقطتين هـ ، و على الترتيب .

تحقق بالمدور أن القطع :

[ااَ] ، [ببَ] ، [حـحـَ] ، [ءءَ] ، [هـهـَ] ، [ووَ]

متقايسة .

طول هذه القطع يسمى **عرض الشريط** [ق ، ك] .

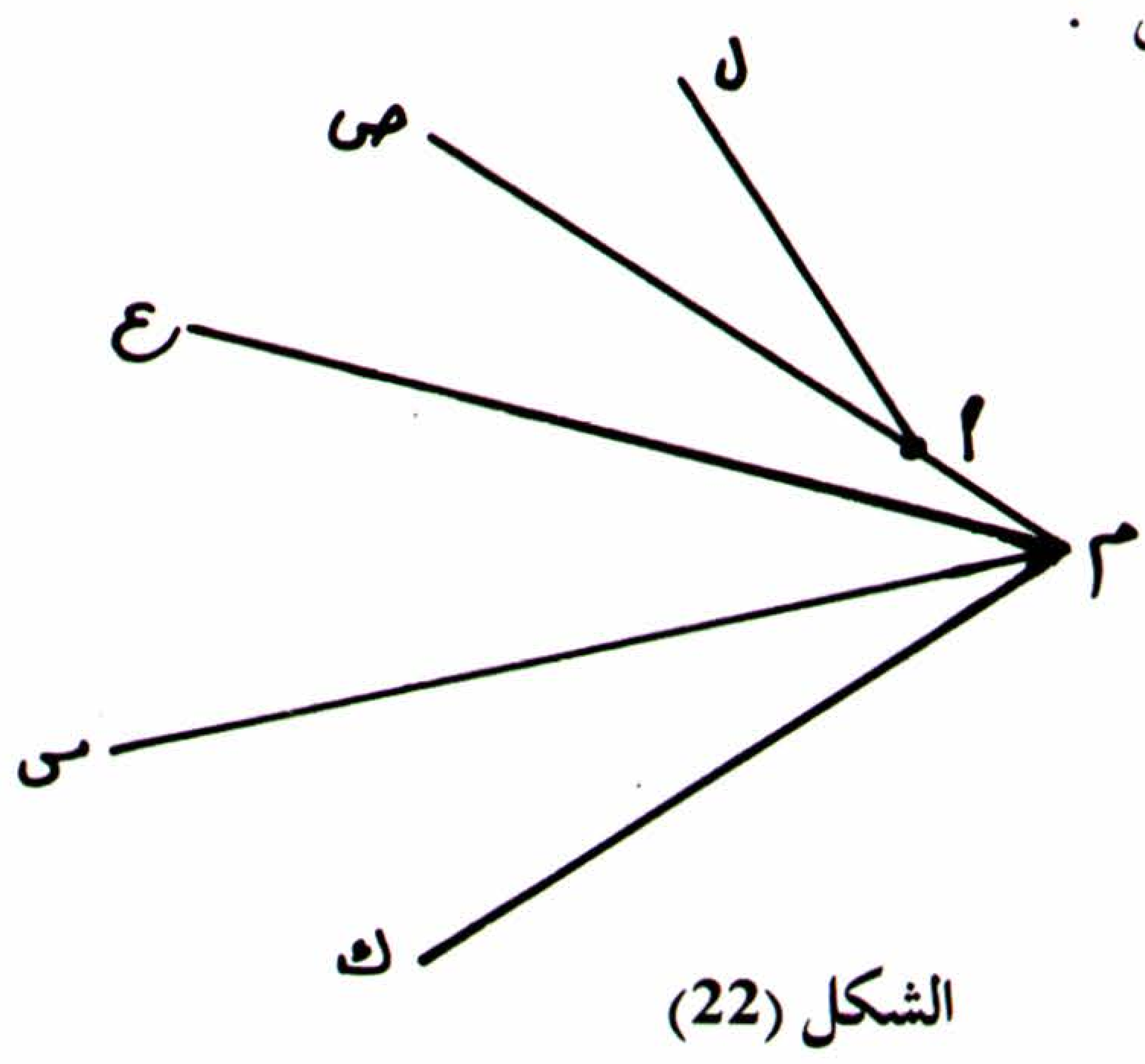
التَّمَـــارِيـــنُ

1. م نقطة من المستوي .

[م س ؛ [م ع ؛ [م ص أنصاف مستقيمات .

أذكر جميع الزوايا في الشكل .

2. لاحظ الشكل :



الشكل (22)

ما هي الزوايا المتجاورة من بين الزوايا الآتية :

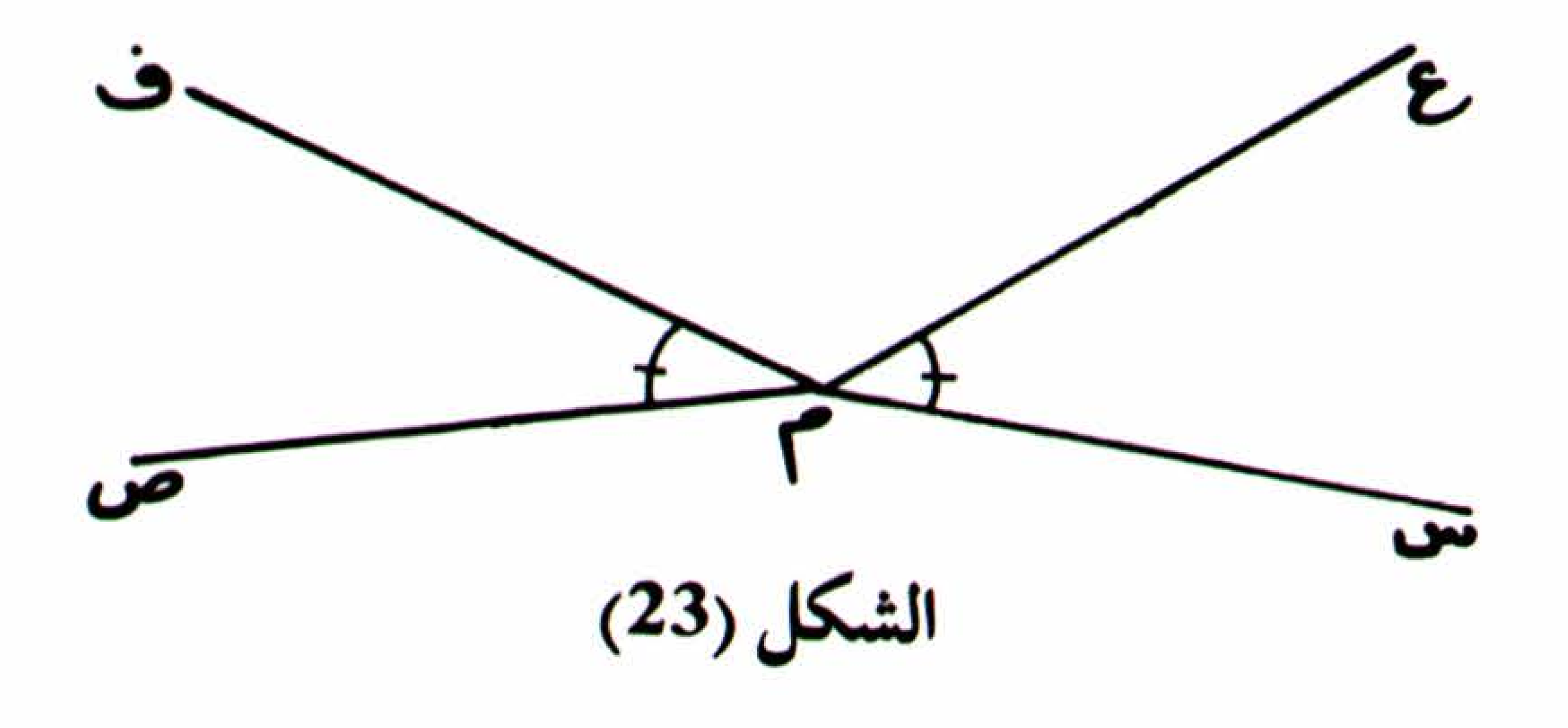
[م س ، م ع] ؛ [م ص ، م ع] ثم [م ص ، م س] ؛ [م س ، م ع] ثم [م ص ، م ع] ؛ [ا ص ، ا ل] ثم [م ك ، م ع] ؛ [م ع ، م ص] ثم [م س ، م ك] ؛ [م س ، م ص] .

3. ارسم شريطين [ق، ق′]، [△، △′] بحيث يكون المستقيمان (△)، (ق) متعامدين .

1) ما هي المجموعة [△ ، △′] ∩ [ق ، ق′] ؟

2) إذا كان (△) يقطع (ق) و (ق′) في النقطتين ا ، ب على الترتيب ، و (△′) يقطع (ق) و (ق′) في النقطتين حـ ، ء على الترتيب .
تحقق بالمدور أن : ا حـ = ب ء و أن حـ ء = ا ب .

4. [م س ، [م ع ، [م ص ، [م ف أربعة أنصاف مستقيمات بحيث [م س ، م ع] تقايس [م ص، م ف] (أنظر الشكل)



الشكل (23)

أنشىء المنصف [م ل للزاوية [م ع ، م ف] .
بين أن [م ل هو أيضاً منصف للزاوية [م س ، م ص] المنعكسة

5. ارسم مستقيمين (س س′) ، (ع ع′) متقاطعين في م .

1) عين كلاًّ من [م س ، م ع] ∩ [م س′ ، م ع′] ،
[م ع ، م س′] ∪ [م س′ ، م ع′] .

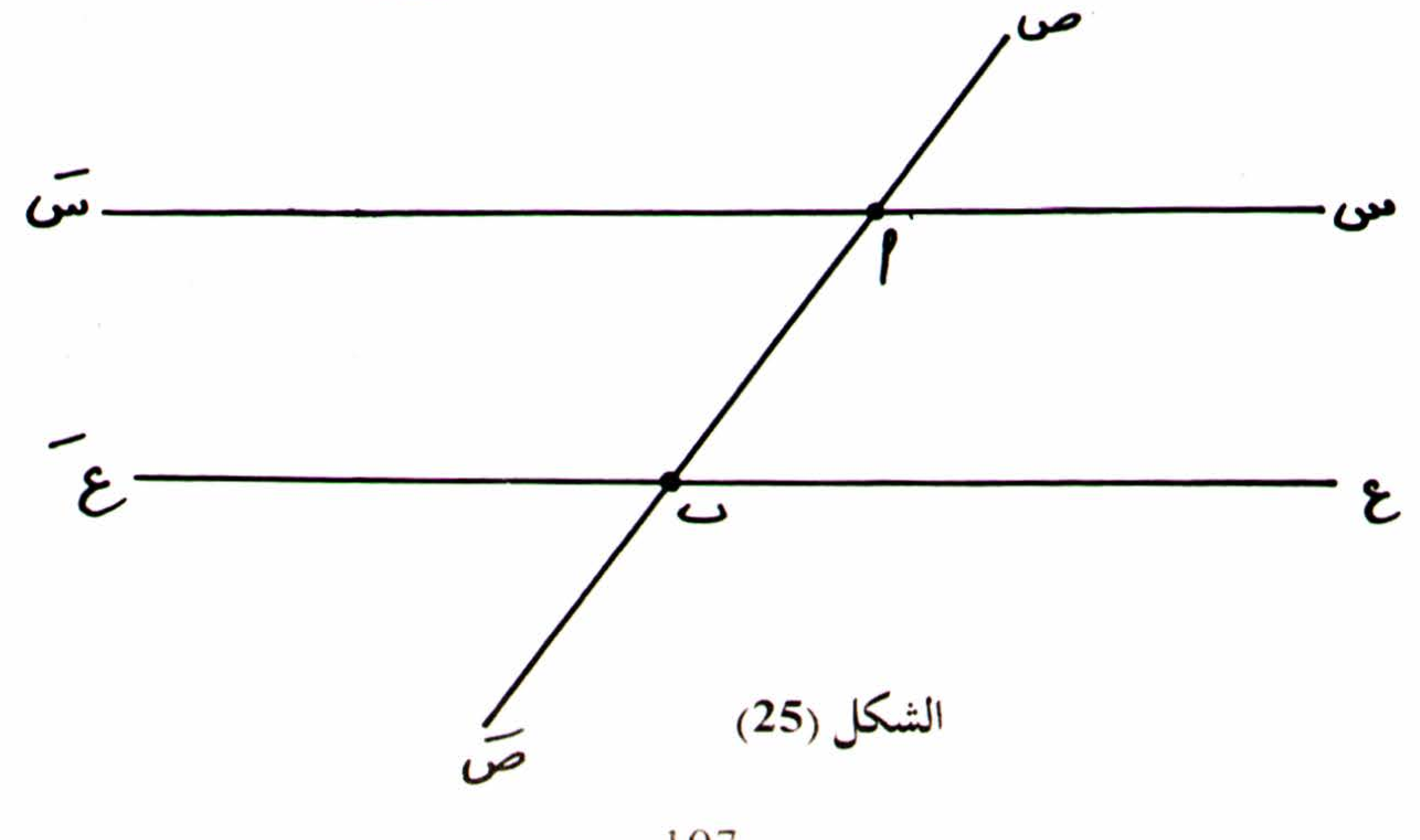
2) عين كلاًّ من :
[م س′ ، م ع] ∩ [م س ، م ع′] و [م س ، م ع′] ∪ [م ع′ ، م س′] .

3) تحقق بالورق الشفاف أن :
[م س ، م ع] تقايس [م سَ ، م ع′] .
[م ع ، م س′] تقايس [م س ، م ع′]

6. من بين الزوايا الموجودة في الشكل 24
عين الزوايا المتجاورة .

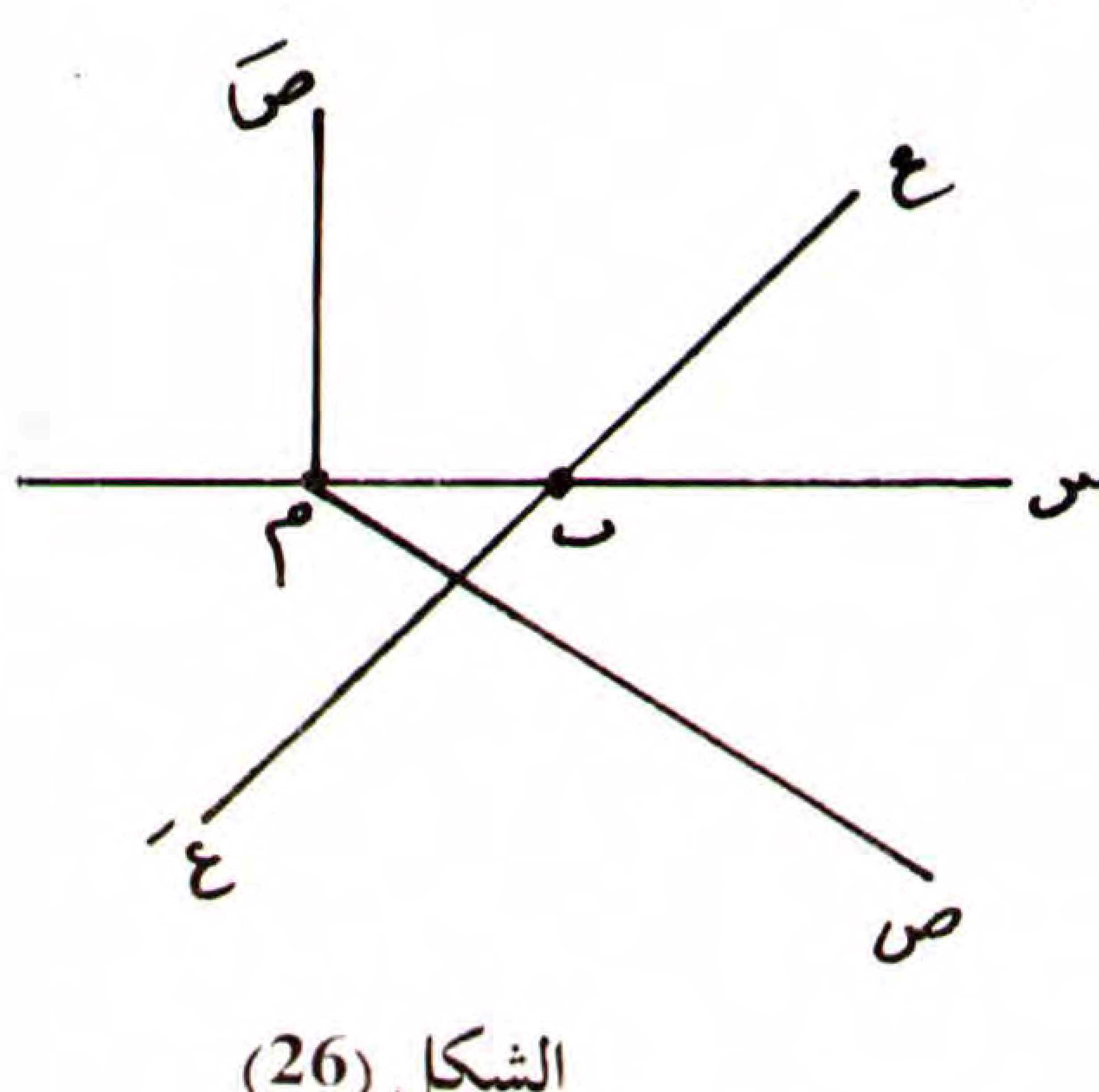
الشكل (24)

7. من بين الزوايا الموجودة في الشكل 25
عين الزوايا المتقايسة منها علما بأن (س س′) // (ع ع′)



الشكل (25)

8. لاحظ الشكل 26



الشكل (26)

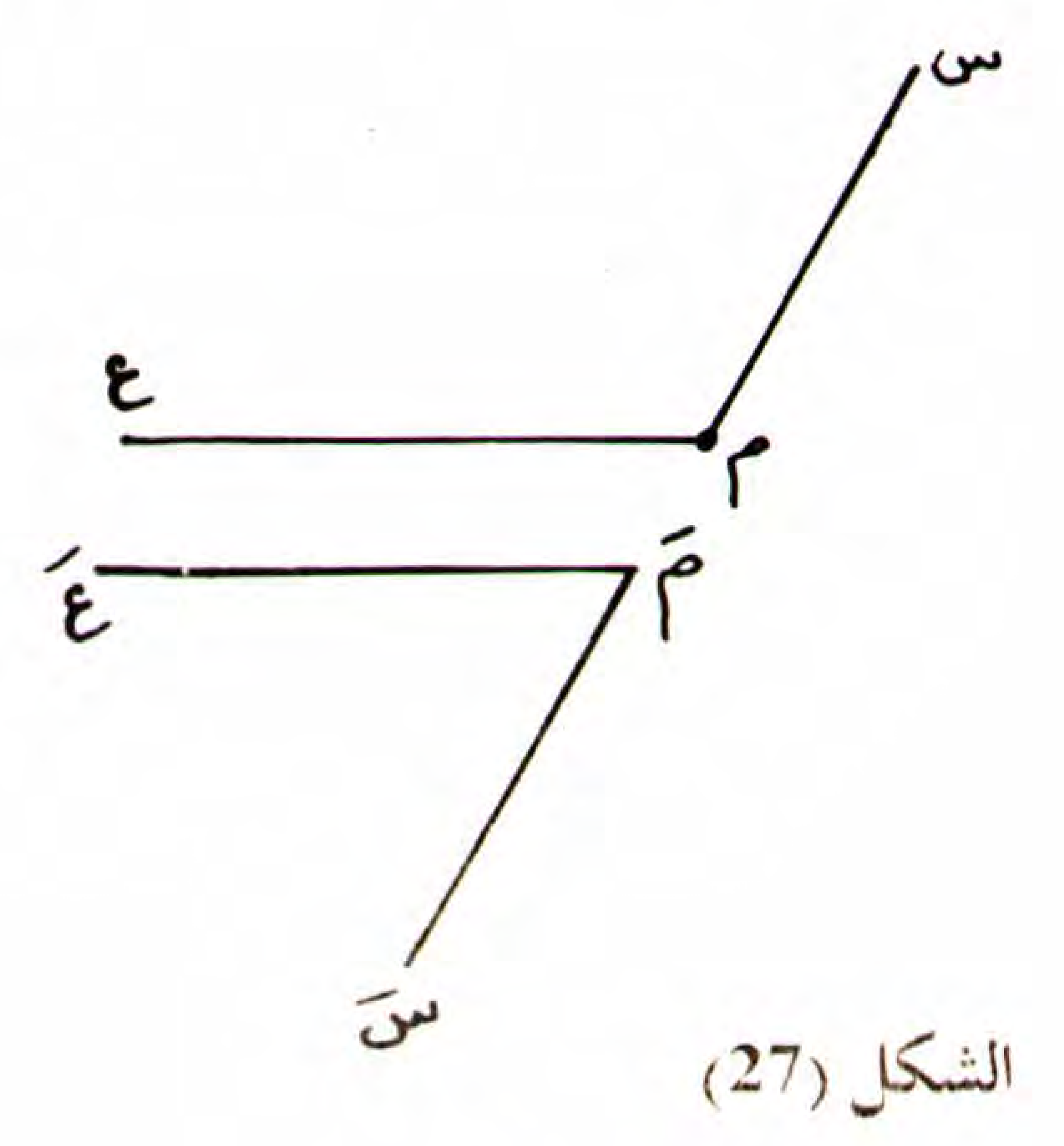
اكتب الزوايا المتجاورة .

اكتب الزوايا المتقابلة بالرأس .

- هل [م ص ، م س] ، [م س ، م صَ] متقابلتان بالرأس ؟
  وهل هما متجاورتان ؟
- هل [م س ، م صَ] ، [م صَ ، م سَ] متقايستان ؟
- ماذا تقول عن الزاويتين [ب س ، ب ع] ، [ب عَ ، ب سَ] ؟

9. باستعمال المدور والمسطرة ، أنشىء زاويتين متجاورتين إحداهما تقايس [م س ، م ع] ، والأخرى تقايس [مَ سَ ، مَ عَ] .

أنشيء منصف كل من هاتين الزاويتين المتجاورتين ثم تحقق بالكوس أن المنصفين متعامدان



الشكل (27)

8 الضرب في ط

1 ـ جُداء عددين طبيعيين :

نشاط :

اختر مجموعتين س ، ع عددا عناصرهما هو 4 و 3 على الترتيب .

عين الجداء الديكارتي س × ع .

لاحظ أن عدد عناصر (س × ع) هو 12

نقول إن العدد الطبيعي 12 هو **جُداء العددين الطبيعيين** 4 ، 3 .

نكتب : $12 = 4 \times 3$ أو $12 = 4 . 3$

3.4 هما عاملا الجداء .

ا ، ب هما عددا عناصر المجموعتين س ، ع على الترتيب

حـ عدد عناصر المجموعة س × ع يسمى **جُداء العددين الطبيعيين** ا ، ب ونكتب

حـ = ا . ب أو حـ = ا ب

العددان الطبيعيان ا ، ب هما عاملا الجداء حـ

نتيجة : جداء أي عددين طبيعيين هو عدد طبيعي

2 ـ الضرب في ط :

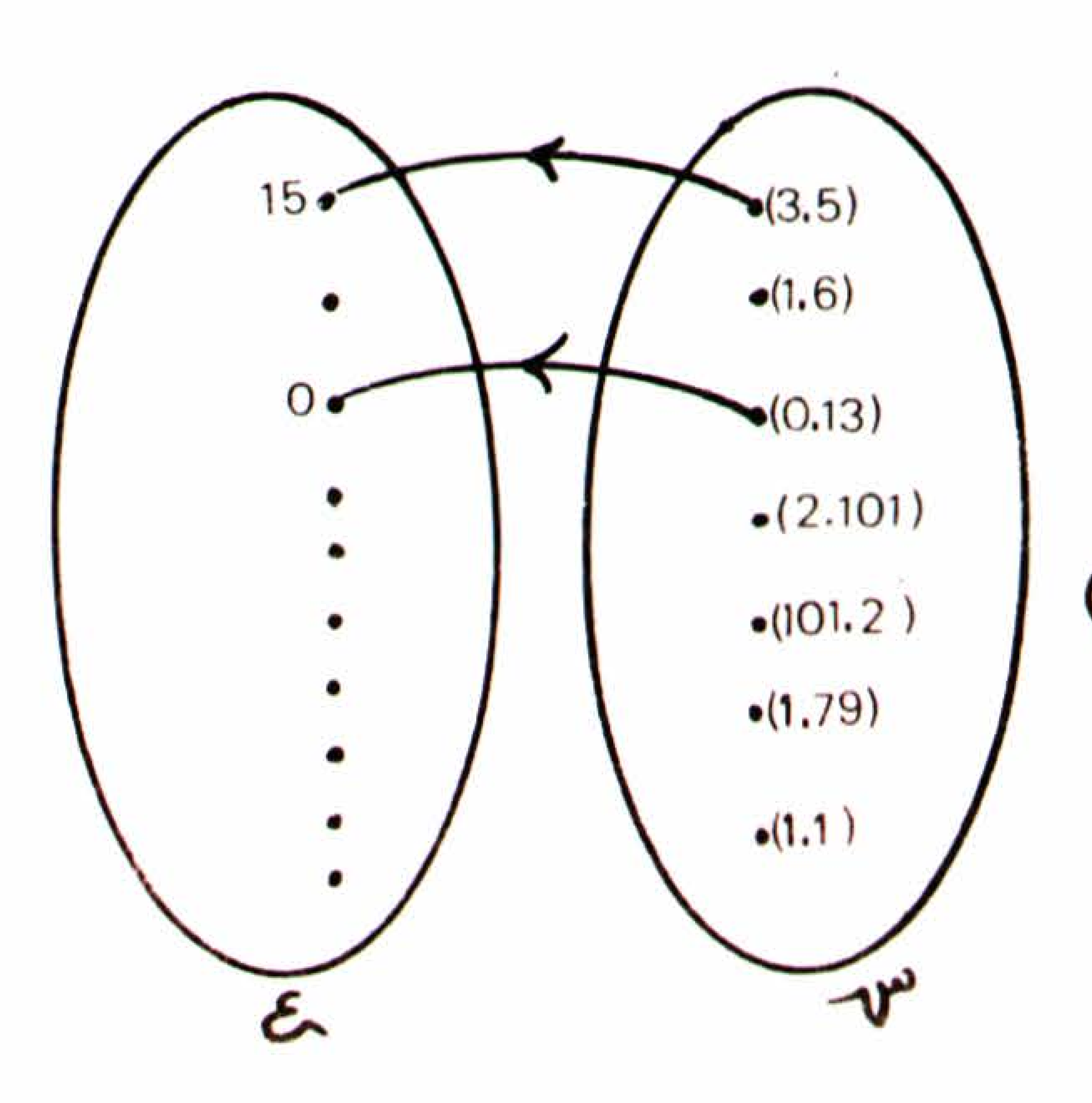
نشاط :

إليك المخطط الآتي :

حيث نرفق بكل ثنائية مرتبة (ا ، ب) الجداء ا ب

مثال : $(5 , 3) \mapsto 15$

$(13 , 0) \mapsto 0$



أكمل المخطط .

هل هذا المخطط يمثل تطبيقا ؟ تقابلا ؟ لماذا ؟

لاحظ أنك أرفقت كل ثنائية مرتبة (ا ، ب) من س بعدد طبيعي وحيد من ع .

الضرب في ط هو العملية التي ترفق بكل عددين طبيعيين ا و ب جداءهما ا . ب

3 - خواص الضرب في ط :

1) التبديل :

نشاط :

1) احسب الجدائين 72×25 و 25×72. ماذا تلاحظ ؟

2) قارن بين 103×31 و 31×103. ماذا تلاحظ ؟

بصفة عامة

مهما يكن العددان الطبيعيان ا ، ب فإن

ا . ب = ب . ا

نقول إن **الضرب في ط تبديلي.**

2) التجميع :

نشاط : أحسب جداء العددين الطبيعيين 9 ، 7 ثم جداء العددين الطبيعيين (9×7) و 8 .

أحسب جداء العددين الطبيعيين 7 و 8 ثم جداء العددين الطبيعيين 9 و (7×8) .

قارن بين : $(9 \times 7) \times 8$ و $9 \times (7 \times 8)$.

تجد أن : $(9 \times 7) \times 8 = 9 \times (7 \times 8)$.

مهما تكن الأعداد الطبيعية ا ، ب ، ح فإن :

(ا . ب) . ح = ا . (ب . ح)

نقول إن **الضرب في ط تجميعي .**

3) **العنصر الحيادي :**

نشاط : احسب 7×1 ، 1×7 ، 13×1 ، 1×13 ،
37×1 ، 1×37

ماذا تلاحظ ؟

مهما يكن العدد الطبيعي ا فإن :
ا . 1 = 1 . ا = ا

نقول إن العدد الطبيعي **1 هو العنصر الحيادي بالنسبة لعملية الضرب في ط**

4) تعلم أن : $0 \times 0 = 0$ ؛ $0 \times 1 = 0$ ؛ $1 \times 0 = 0$ ؛
$9 \times 0 = 0 \times 9 = 0$

نتيجة 1 :

مهما يكن العدد الطبيعي ا فإن :
ا . 0 = 0 . ا = 0

نتيجة 2 :

ا ، ب عددان طبيعيان :
ا . ب = 0 معناه ا = 0 أو ب = 0

5) احسب : $13 \times (5 + 7)$ ، $(13 \times 5) + (13 \times 7)$

بمقارنة النتيجتين تجد أن :

$$13 \times (5 + 7) = (13 \times 5) + (13 \times 7)$$

أحسب أيضا : $(9 + 15) \times 17$ ؛ $(9 \times 17) + (15 \times 17)$

ماذا تستنتج ؟

مهما تكن الأعداد الطبيعية ا ، ب ، حـ فإن :
ا . (ب + حـ) = ا . ب + ا . حـ
وكذلك (ب + حـ) . ا = ب . ا + حـ . ا

نقول إن **الضرب توزيعي على الجمع** في ط .

6) احسب : $9 \times (37 - 24)$ ؛ $(9 \times 37) - (9 \times 24)$.

قارن بين النتيجتين .

احسب : $(25 - 17) \times 12$ ؛ $(25 \times 12) - (17 \times 12)$.

ماذا تستنتج ؟

مهما تكن الأعداد الطبيعية ا ، ب ، ح ؛ حيث ح ⩽ ب فإن

ا . (ب − ح) = ا . ب − ا . ح

وكذلك (ب − ح) . ا = ب . ا − ح . ا

نقول إن **الضرب توزيعي على الطرح** في ط .

7) الجمع والضرب :

نشاط : احسب ما يلي :

$3 + 3 + 3 + 3 + 3$ ؛ 3×5

لاحظ أن كلاًّ من حدود المجموع يساوي 3 ولاحظ أيضا أن عدد الحدود هو 5 .

لحساب هذا المجموع يمكن أن نكتب

$$\underbrace{3 + 3 + 3 + 3 + 3}_{\text{5 حدود}} = 3 \times 5$$

ا ، ب عددان طبيعيان حيث ب ⩾ 2

ا . ب = ا + ا + ا + ... + ا (ب حدًّا)

8) المساواة والضرب :

- ا ، ب عددان طبيعيان حيث ا = ب و حـ عدد طبيعي كيفي.

لاحظ أن : ا حـ = ا حـ

بما أن ا = ب فإن ا حـ = ب حـ (استبدلنا ا بالعدد ب)

ا ، ب ، حـ ثلاثة أعداد طبيعية.
إذا كان ا = ب فإن ا حـ = ب حـ

ا ، ب ، حـ أعداد طبيعية.
إذا كان حـ ≠ 0 وكان ا حـ = ب حـ فإن ا = ب

- ا ، ب ، حـ ، ء أعداد طبيعية حيث ا = ب ، حـ = ء

تعلم أن ا حـ = ا حـ

بما أن ا = ب و حـ = ء فإن ا حـ = ب ء (استبدلنا ا بـ ب و حـ بـ ء)

ا ، ب ، حـ ، ء أعداد طبيعية :
إذا كان ا = ب وكان حـ = ء فإن ا حـ = ب ء

9) الترتيب والضرب :

نشاط :

- تعلم أن : $2 \leqslant 5$

احسب 2×8 ، 5×8 ثم قارن بين النتيجتين.

بصفة عامة :

ا ، ب ، حـ أعداد طبيعية
إذا كان ا ⩽ ب فإن ا . حـ ⩽ ب . حـ

- تعلم أن : $65 \leqslant 115$ أي $5 \times 13 \leqslant 5 \times 23$

نستنتج أن $13 \leqslant 23$

بصفة عامة :

ا ، ب ، حـ أعداد طبيعية حيث حـ $\neq 0$
إذا كان ا . حـ $\geqslant$ ب . حـ فإن ا $\geqslant$ ب.

4 ـ قوة عدد طبيعي :

تذكر أن : $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$ ؛ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$
$5 \times 5 = 5^2$.

عموما إذا كان ا عددا طبيعيا فإن :

ا . ا = ا^2 ، العدد ا^2 يقرأ « ا أس 2 » أو « ا مربع »
ا . ا . ا = ا^3 ، العدد ا^3 يقرأ « ا أس 3 » أو « ا مكعب »

القوة النونية لعدد طبيعي ا هي جداء ن عاملا كل منها يساوي ا .

نكتب $\underbrace{\text{ا . ا . ا . . . ا}}_{\text{ن عاملا}}$ = ا^{ن} ونقرأ « ا أس ن »

ا هو أساس القوة و ن أسها .

ملاحظة :
ا عدد طبيعي : ا^1 = ا ؛ نقبل أن ا^0 = 1 (ا $\neq 0$).

نشاط 1 :
احسب : $2^3 \times 2^5$ ثم 2^{3+5} . ماذا تلاحظ ؟
احسب ا^2 × ا^3 ثم ا$^{2+3}$. ماذا تلاحظ ؟

قاعدة : ا عدد طبيعي ، ن و م عددان طبيعيان غير معدومين
ا^{ن} . ا^{م} = ا$^{ن+م}$

نشاط 2 :

احسب $(4 \times 5)^2$ ثم $4^2 \times 5^2$. ماذا تلاحظ ؟

احسب $(أ . ب)^3$ ثم $أ^3 . ب^3$. ماذا تلاحظ ؟

قاعدة : أ ، ب عددان طبيعيان ، ن عدد طبيعي غير معدوم

$(أ . ب)^ن = أ^ن . ب^ن$

نشاط 3 :

احسب $(3^2)^4$ ثم $3^2 \times 3^4$. ماذا تلاحظ ؟

احسب $(أ^2)^3$ ثم $أ^2 \times أ^3$. ماذا تلاحظ ؟

قاعدة : أ عدد طبيعي ، ن ، هـ عددان طبيعيان غير معدومين

$(أ^ن)^هـ = أ^{ن . هـ}$

التَّمَارِينُ

1. س = { أ / أ ∈ ط و $أ \leq 15$ }

ع = { أ / أ ∈ ط و $14 < أ < 23$ }

عين عدد عناصر كلٍّ من المجموعات التالية

س ، ع ، س × ع ، ع × س .

2. س ، ع مجموعتان . أكمل الجدول التالي :

عدد عناصر س	عدد عناصر ع	عدد عناصر س × ع	عدد عناصر ع × س
12	13	...	...
47	...	...	1222
...	38	1444	...
...	...	...	47

1.3) أوجد مجموعتين س ، ع بحيث يكون عدد عناصر (س×ع) هو 18.
2) أوجد مجموعة ل بحيث يكون عدد عناصر (ل × ل) هو 49.
3) هل توجد مجموعة ف بحيث يكون عدد عناصر (ف × ف) هو 12 ؟

1.4) عين مجموعة الثنائيات المرتبة (س ، ع) من ط×ط حيث س.ع = 28.
2) عين مجموعة الثنائيات المرتبة (س ، ع) من ط×ط بحيث س.ع = 1 .

5. ما هي الأعداد الطبيعية التي يتألف كل منها من ثلاثة أرقام جداؤها 6 ؟

1.6) بكم طريقة يمكنك كتابة جداء العددين الطبيعيين 32 و 45 ؟ احسب هذا الجداء .
2) بكم طريقة يمكنك كتابة جداء الأعداد الطبيعية 18 و 62 و 79 ؟ احسب هذا الجداء .

7. باستعمال إحدى خواص الضرب في ط ، أكمل الجدول التالي :

5	4	3	2	1	0	×
0	0	0	0	0	0	0
5	4	3	2	1		1
10	8	6	4			2
15	12	9				3
20	16					4
25						5

8. كيف يصبح الجداء ا . ب إذا ضُرب أحد عامليه في 4 ؟

9. عين خواص الضرب في ط التي تستعملها لكتابة كل من المساويات التالية .

$48 . 37 . (24 . 56) = 48 . 37 . (56 . 24)$

$48 . 37 . (56 . 24) = 48 . 24 . (37 . 56)$

$48 . (37 . 56) . 24 = 48 . 24 . (37 . 56)$

10. احسب بطريقتين مختلفتين كلا من الأعداد التالية .
(2 . 3) . (8 . 9) ؛ (10 . 11 . 23) . 12 . 48 ؛
13 . (142 − 72) ؛ 11 . 28 . (37 − 17) . 31 ؛
145 . (52 + 73) ؛ 17 . (110 − 18 − 23) .

11. عين الرقمين أ ، ب حيث :

أ2	5أ	281	أبأ
× 1أ	× أ2	× أأ	× 15
16ب	10ب	196أ	1160
أ2	10ب .	196أ .	أبأ .
5بب	11بب	2163أ	ب480

12. أكمل ما يلي :

. . . .	36 . 7	. . . .
× 9	× 5	× . 9
71478	. . 38 .	47547
		. . . . .
		206037

13. احسب ما يلي :
1) 2^3 ؛ 3^4 ، 4^3 ، 7^2 ، 8^3
2) $2^3 \times 3^3$ ، $2^3 \times 3$ ، 2×3^3 ، 6^3
3) $2^3 \times 2^5$ ، 2×2^5 ، $3^3 \times 3$ ، 2^8
4) $5^3 - 3^3$ ، $7^4 - 5^4$ ، $3^7 - 2^5$.

14. قارن بين :
1) 2^3 و 3^2 . 7^2 و 2^7 . 5^3 و 3^5 . 3^6 و 27^2
2) 2^3 و 2×3 . 4^2 و 4×2 . 8^3 و 8×3

15. اكمل باحد الرمزين : = ، ≠ دون حساب النتائج

$2^3 \times 2^4 \ldots 2^{12}$ ؛ $2^3 \times 2^4 \ldots 2^7$ ؛ $(3^2)^4 \ldots 3^6$ ؛ $(3^2)^4 \ldots 3^8$ ؛

$(2^3 \times 101^3) \ldots (2 \times 101)^3$ ؛ $(2^3 \times 101^3) \ldots (2 \times 101)^9$ ؛

$(2^3 \times 101^3) \ldots (2 \times 101)^6$

$13^9 \ldots 13^3 \times 13^3$ ؛ $2^3 \times 3^2 \ldots 6^6$ ؛ $2^3 \times 3^2 \ldots 6^5$.

16. عين بالقائمة كلا من المجموعتين س ، ع :

س = { ا / ا ∈ ط و $\text{ا}^2 \leqslant 100$ }

ع = { ا / ا ∈ ط و $16 \leqslant \text{ا}^2 \leqslant 101$ }.

17. احسب بطريقتين ما يلي :

$(3 \times 7)^2$ ؛ $(2^2 \times 5^3)^2$ ؛ $(3 \times 5)^3$

18. ا ، ب عددان طبيعيان غير معدومين،اكتب في أبسط شكل ممكن كلا من الجداءات التالية :

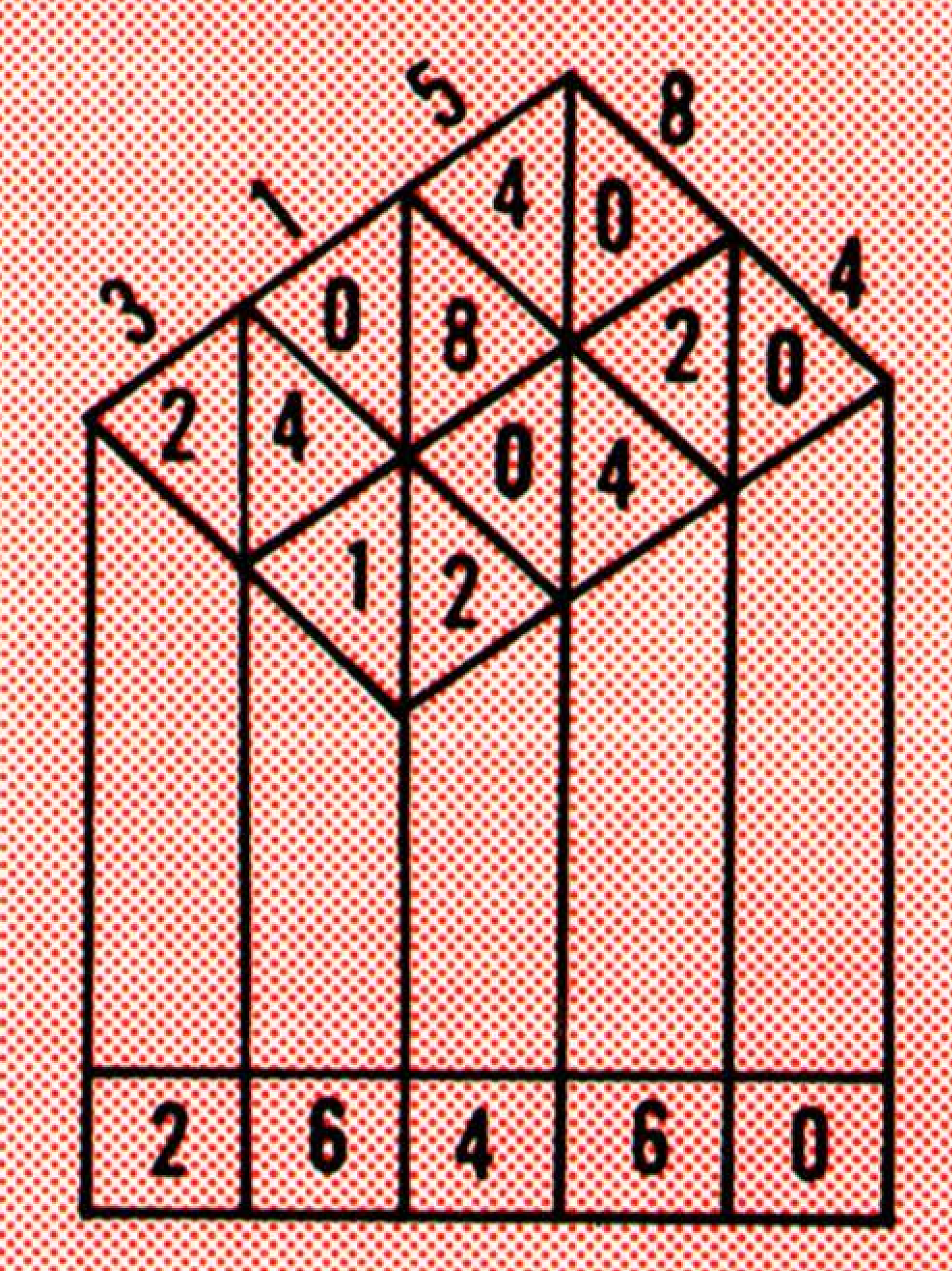
$\text{ا} \times \text{ا}^2 \times \text{ا}^3$ ؛ $\text{ا}^3 \times \text{ا}^5 \times \text{ب}^4 \times \text{ا}^2\text{ب}^6$ ؛ $\text{ا}^3 \times \text{ب}^3 \times (\text{ا}\text{ب}^3)^5$.

19. في قطار توجد 35 عربة لنقل البضائع إذا كانت حمولة كل عربة هي 7 أطنان من الحديد . وكان هذا القطار يقوم بثلاث رحلات في اليوم :
فما هو وزن الحديد الذي ينقله هذا القطار خلال ستة أيام ؟

20. لدينا علب كل منها تحتوي على 36 كتاب . أخذ من كل علبة 8 كتب
ما هو عدد الكتب المتبقية في 72 علبة ؟

21. اشترى تاجر 75 كيسا من البطاطا يزن الكيس الواحد 50 كيلوغرام .
1) ما هو وزن البطاطا الصالحة للبيع إذا علمت أن كل كيس قد فسد منه 3 كيلوغرام ؟
2) إذا كان ثمن شراء الكيلوغرام الواحد 3.50 دج وكان ثمن بيعه 4 دج . ما هي فائدة هذا التاجر ؟

الضرب عند العرب



توجد عدة نماذج لاجراء عملية الضرب منها الطريقة العربية الموضحة في الشكل حيث يتبين فيها حساب الجداء 84 × 315

بنفس الطريقة أحسب :

413 × 278 ، 729 × 610

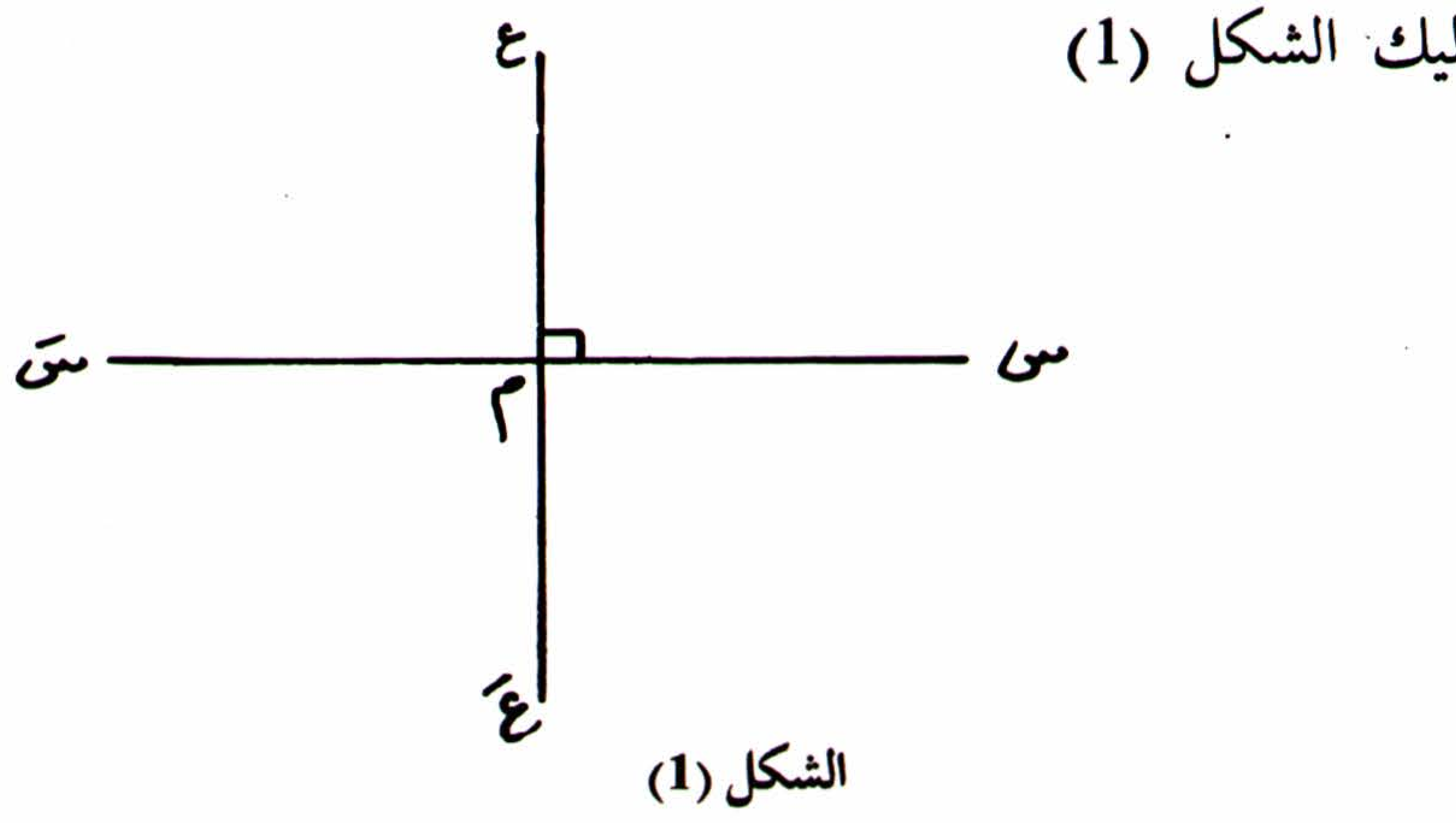
باستعمال الأرقام من 0 إلى 9 ، اكتب العدد 1 .

(توجد عدة حلول)

9 قياس الـزوايا

1 ـ التدريج الزاوي المنتظم

• إليك الشكل (1)



الشكل (1)

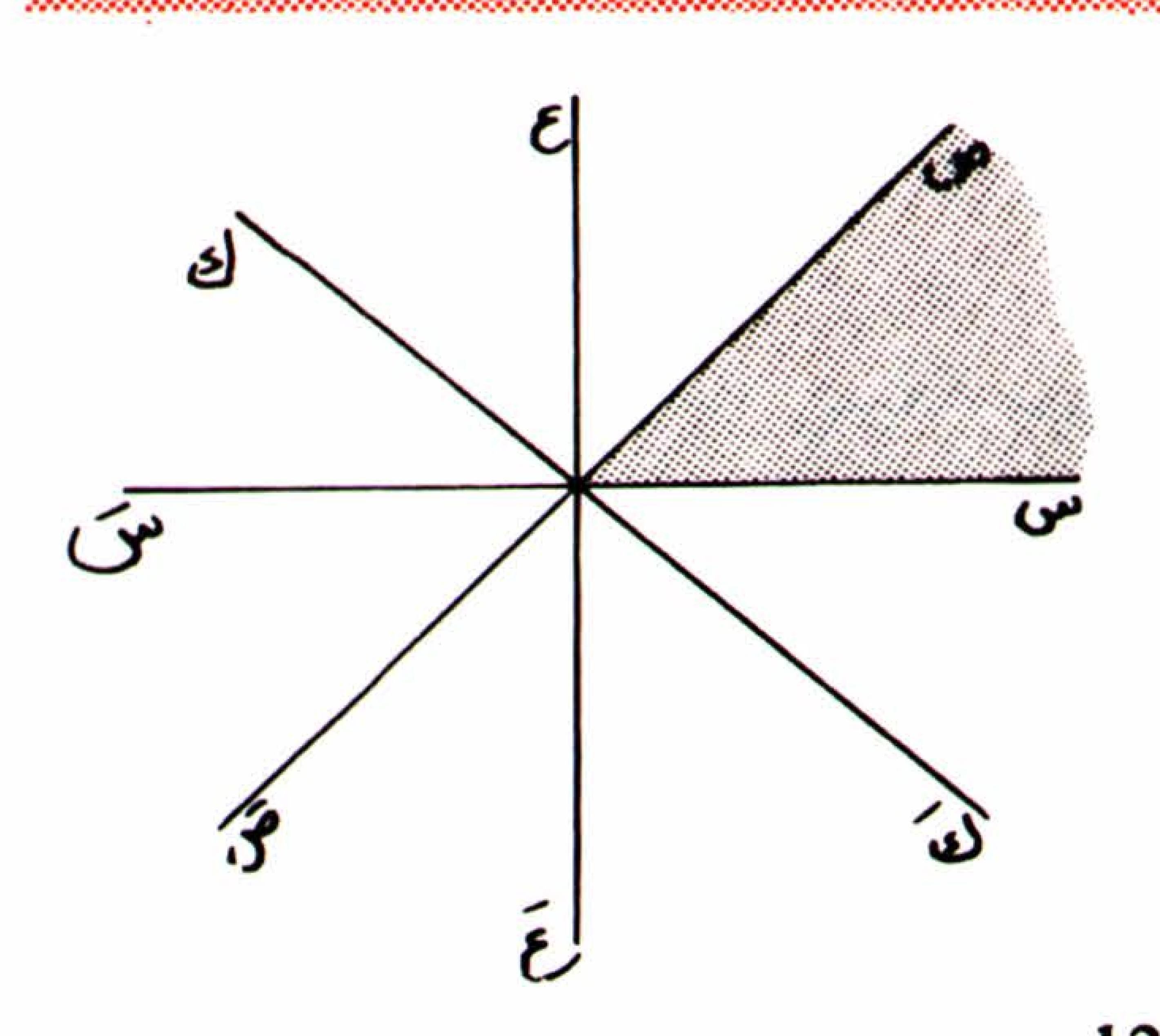
كل من الزوايا [م س ، م ع] ، [م ع ، م سَ] ، [م سَ ، م عَ] ،
[م عَ ، م س] هي زاوية قائمة .

ـ إن هذه الزوايا متقايسة .

يمثل الشكل (1) **تدريجاً زاوياً منتظماً للمستوى** .
مبدأه [م س ووحدته س م ع .

الوحدة الأساسية لقياس الزوايا هي الزاوية القائمة

• على الشكل السابق
أنشيء منصفات الزوايا الأربع



الشكل (2)

تحصل على تدريج زاوي منتظم آخر للمستوى ، مبدأه [م س ووحدته $\widehat{\text{س م ص}}$

لاحظ أن :

$\widehat{\text{س م ع}} = 2 \, . \, \widehat{\text{س م ص}}$ ؛ $\widehat{\text{س م س}'} = 4 \, . \, \widehat{\text{س م ص}}$

أكمل ما يلي :

$\widehat{\text{س م ص}} = \ldots \widehat{\text{س م ص}}$ ؛ $\widehat{\text{س م ك}} = \ldots \widehat{\text{س م ص}}$

$\widehat{\text{ك م س}} = \ldots \widehat{\text{س م ص}}$ ؛ $\widehat{\text{س م ص}'} = \ldots \widehat{\text{س م ص}}$

قيس الزاوية المنعكسة [م س ، م ص′] = $\ldots \widehat{\text{س م ص}}$

قيس الزاوية المنعكسة [م س ، م ع′] = $\ldots \widehat{\text{س م ص}}$.

2ـ وحدات قياس الزوايا :

• الدرجة :

إذا قسمنا الزاوية الكلية إلى 360 زاوية متقايسة نحصل على تدريج زاوي منتظم للمستوي وحدته تسمى **درجة** ، نرمز إلى الدرجة بالرمز ($^{\circ}$)

أجزاء الدرجة هي :

- **الدقيقة** ورمزها (′)
- **الثانية** ورمزها (″)

ولدينا : $1^{\circ} = 60'$ ، $1' = 60''$

لاحظ أن $1^{\circ} = 3600''$

• الغراد :

إذا قسمنا الزاوية الكلية إلى 400 زاوية متقايسة نحصل على تدريج زاوي منتظم للمستوي وحدته تسمى **الغراد** ، ونرمز إليه بالرمز (غر)

أجزاء الغراد هي :

- الديسيغراد ورمزه (دغر)
- السنتيغراد ورمزه (سغر)
- المليغراد ورمزه (مغر)

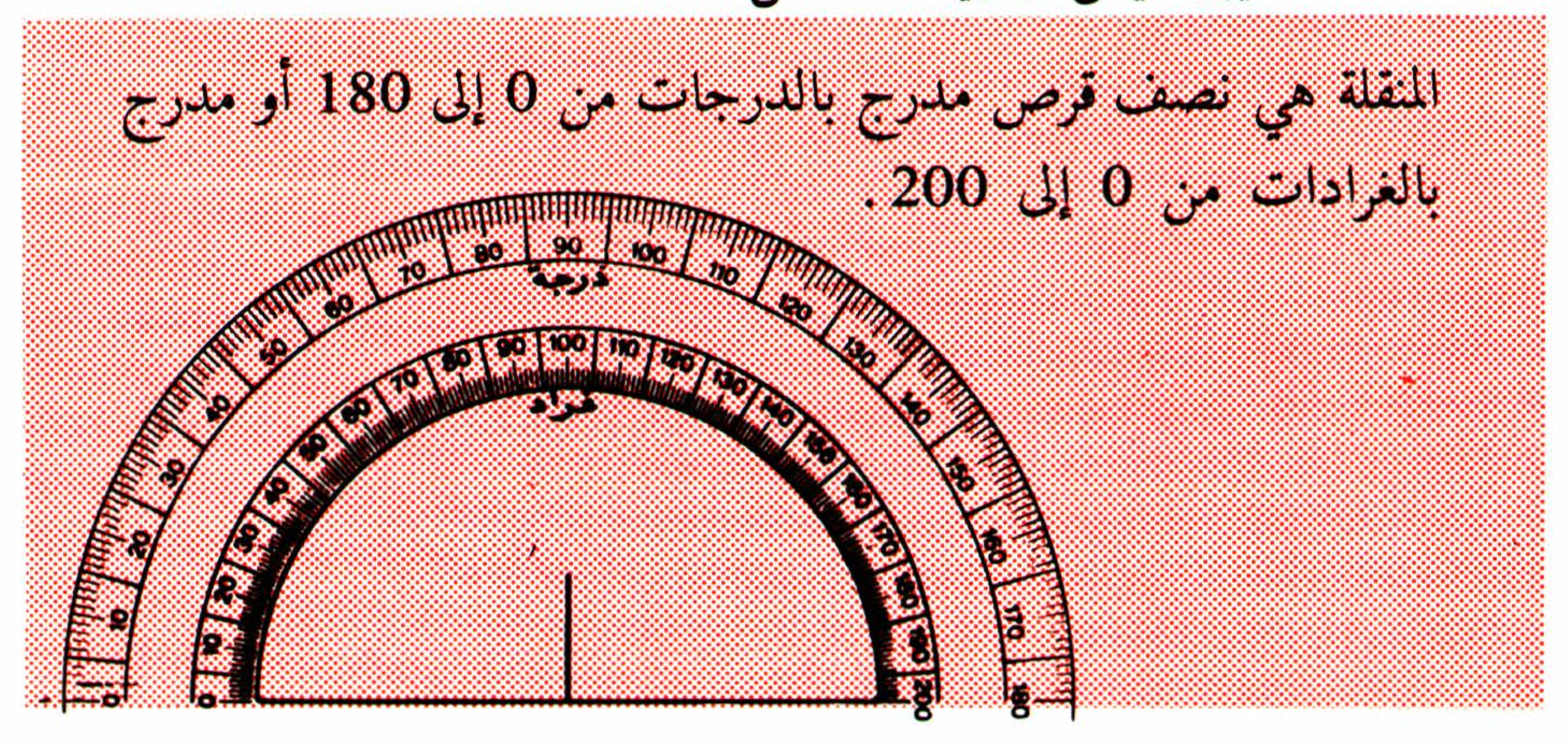
ولدينا : 1 غر = 10 دغر

1 غر = 100 سغر

1 غر = 1000 مغر

المنقلة : لتعيين قيس زاوية نستعمل **المنقلة** .

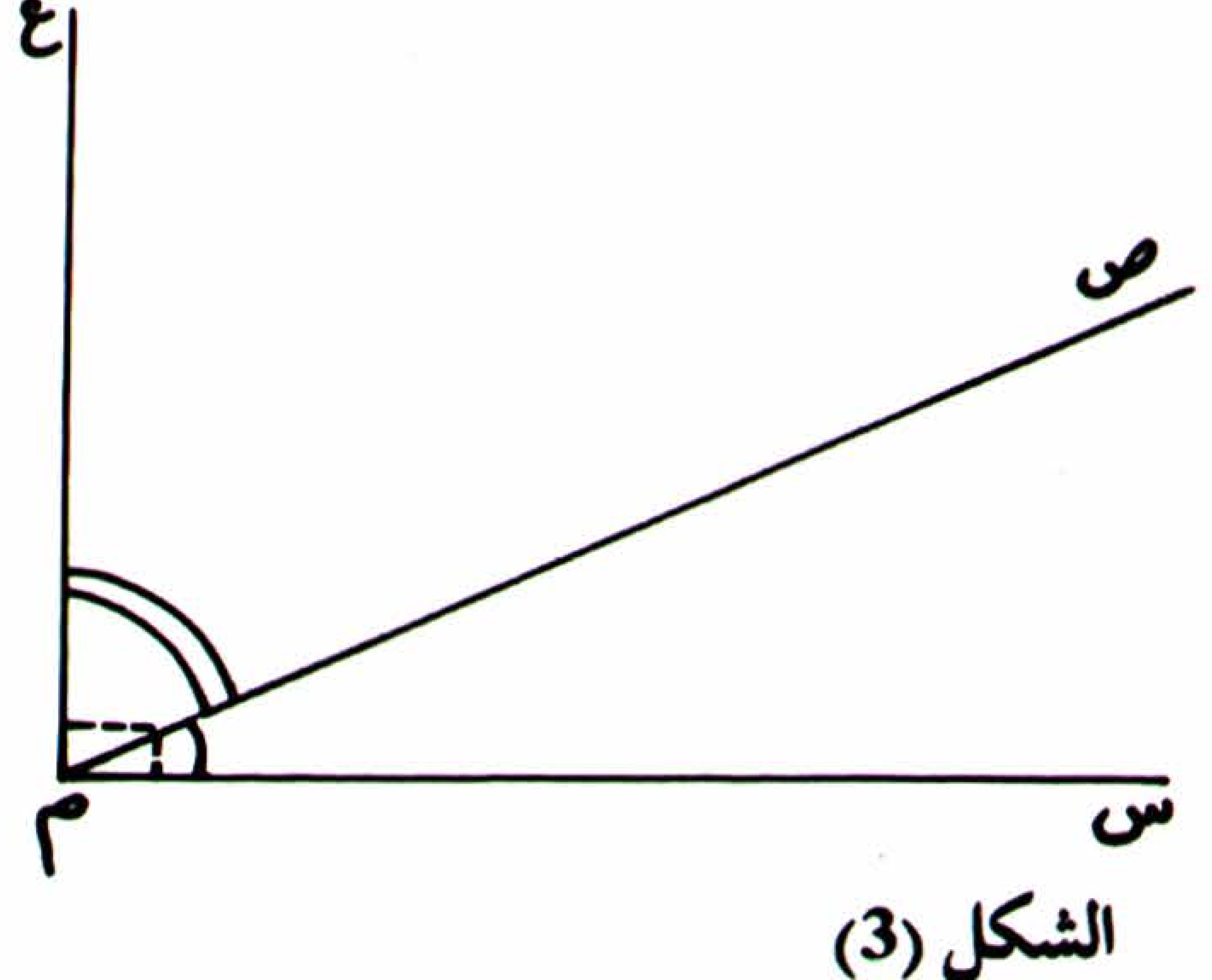
المنقلة هي نصف قرص مدرج بالدرجات من 0 إلى 180 أو مدرج بالغرادات من 0 إلى 200 .



استعمل المنقلة لرسم زوايا أقياسها °45 ، °30 ، °60 ، °90 ، °120 ، °150 ، °270 .

3 ـ الزاوية الحادة والزاوية المنفرجة :

• لاحظ الشكل (3)

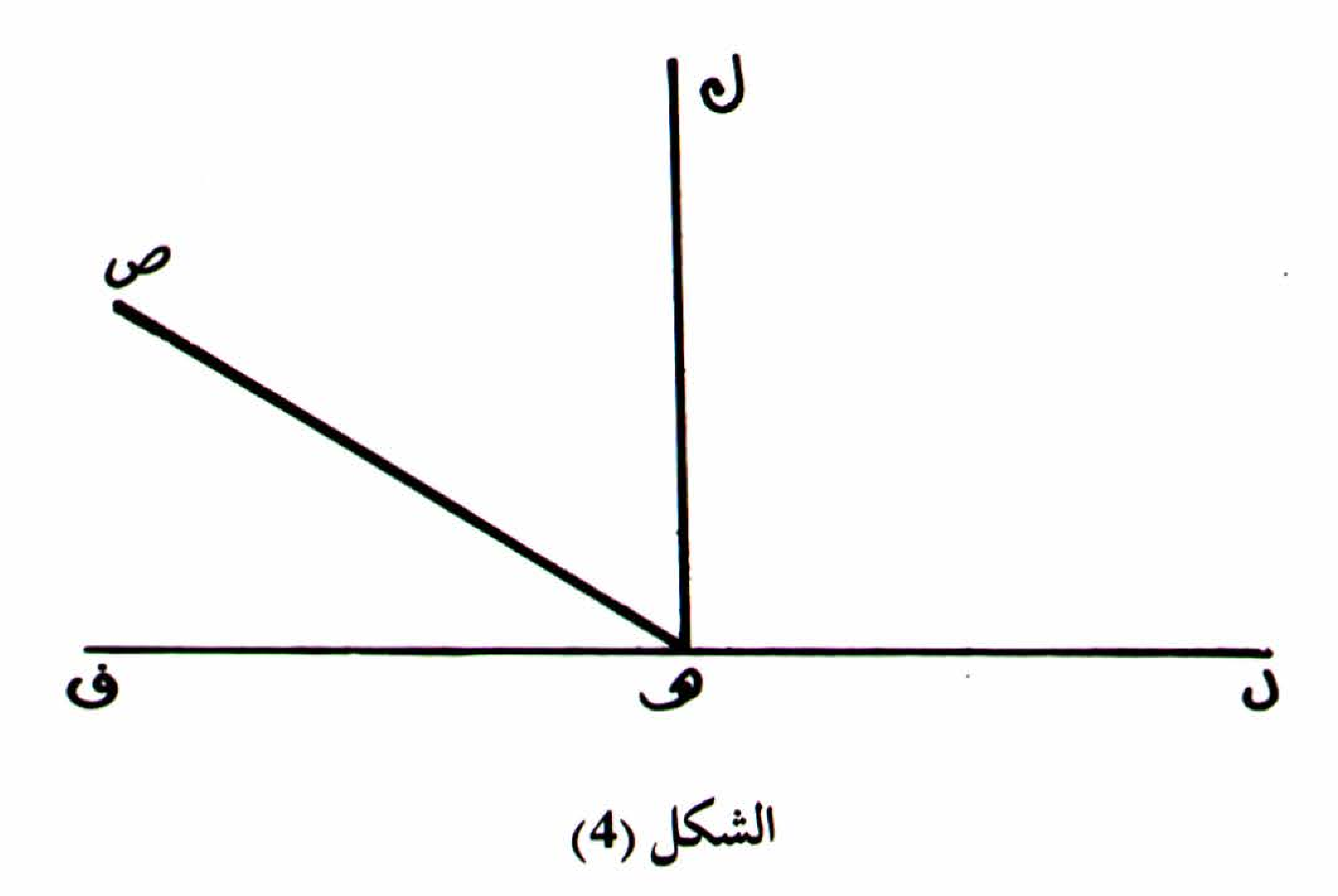


الشكل (3)

كل من القيسين س م̂ ص ، ص م̂ ع هو أصغر من قيس زاوية قائمة.
نسمي كلاًّ من [م س ، م ص] و [م ص ، م ع] **زاوية حادة** .

الزاوية الحادة هي زاوية قيسها أصغر من قيس الزاوية القائمة

• لاحظ الشكل (4)

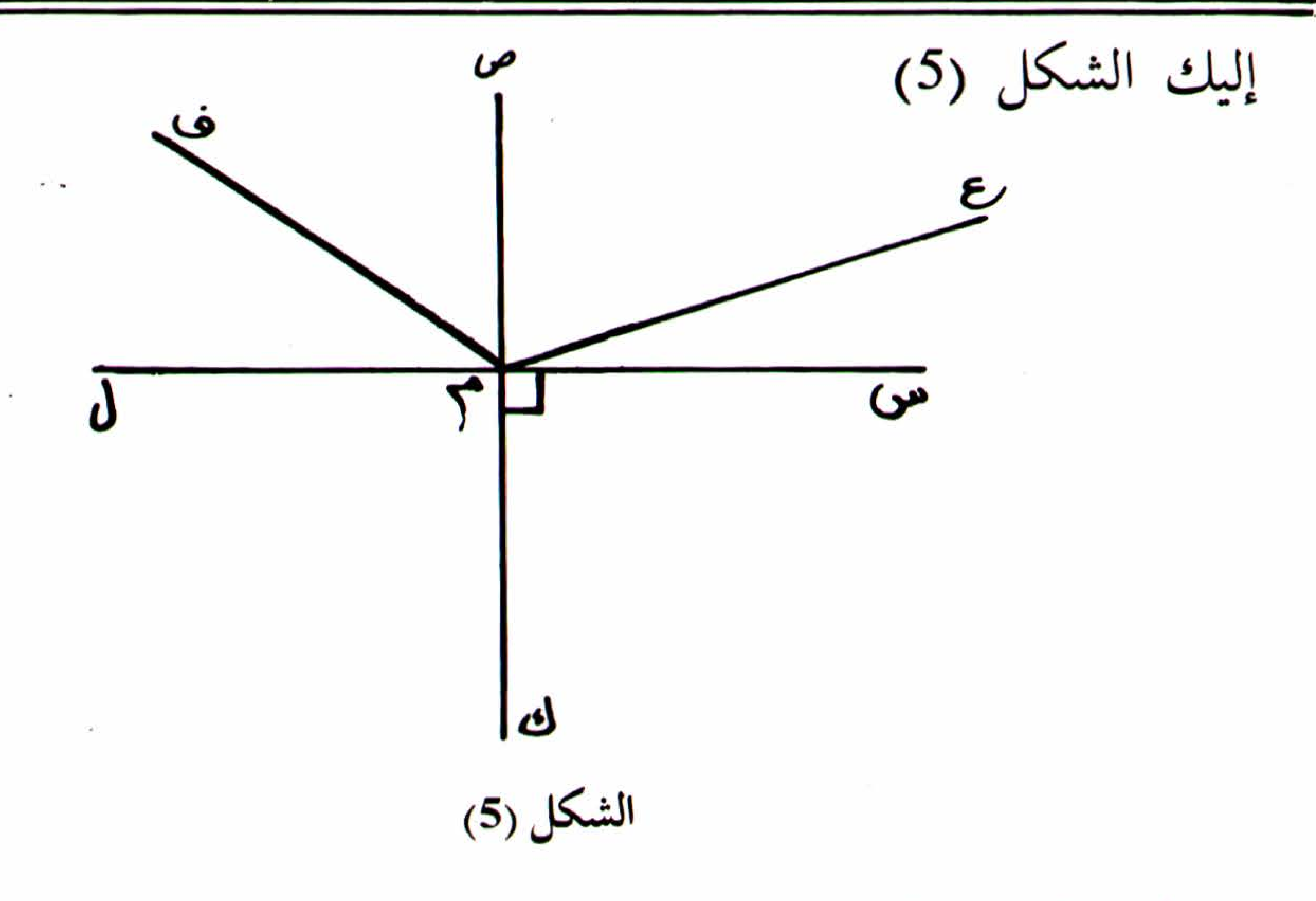


الشكل (4)

القيس ل هـ ص هو أكبر من قيس زاوية قائمة وأصغر من قيس زاوية مستقيمة فالزاوية [هـ ل ، هـ ص] تسمى زاوية منفرجة.

الزاوية المنفرجة هي زاوية قيسها أكبر من قيس الزاوية القائمة وأصغر من قيس الزاوية المستقيمة.

إليك الشكل (5)



الشكل (5)

ـ عيّن الزوايا الحادة والزوايا المنفرجة.

4 ـ الزوايا الخاصة وأقياسها .

الزاوية	م س ع	م س ع	م س ع	س م ع
النوع	معدومة	قائمة	مستقيمة	كلية
القيس بالدرجات	0°	90°	180°	360°
القيس بالغرادات	0 غر	100 غر	200 غر	400 غر

الزاوية	ع م س ص	ص ع م س
النوع	منفرجة	حادة
القيس بالدرجات	$90^\circ <$ س م ع $< 180^\circ$	$0^\circ <$ س م ع $< 90^\circ$
القيس بالغرادات	100غر < س م ع < 200 غر	0غر < س م ع < 100 غر

---

1)] م س ، م ع [زاوية قائمة ،] م ص منصفها .

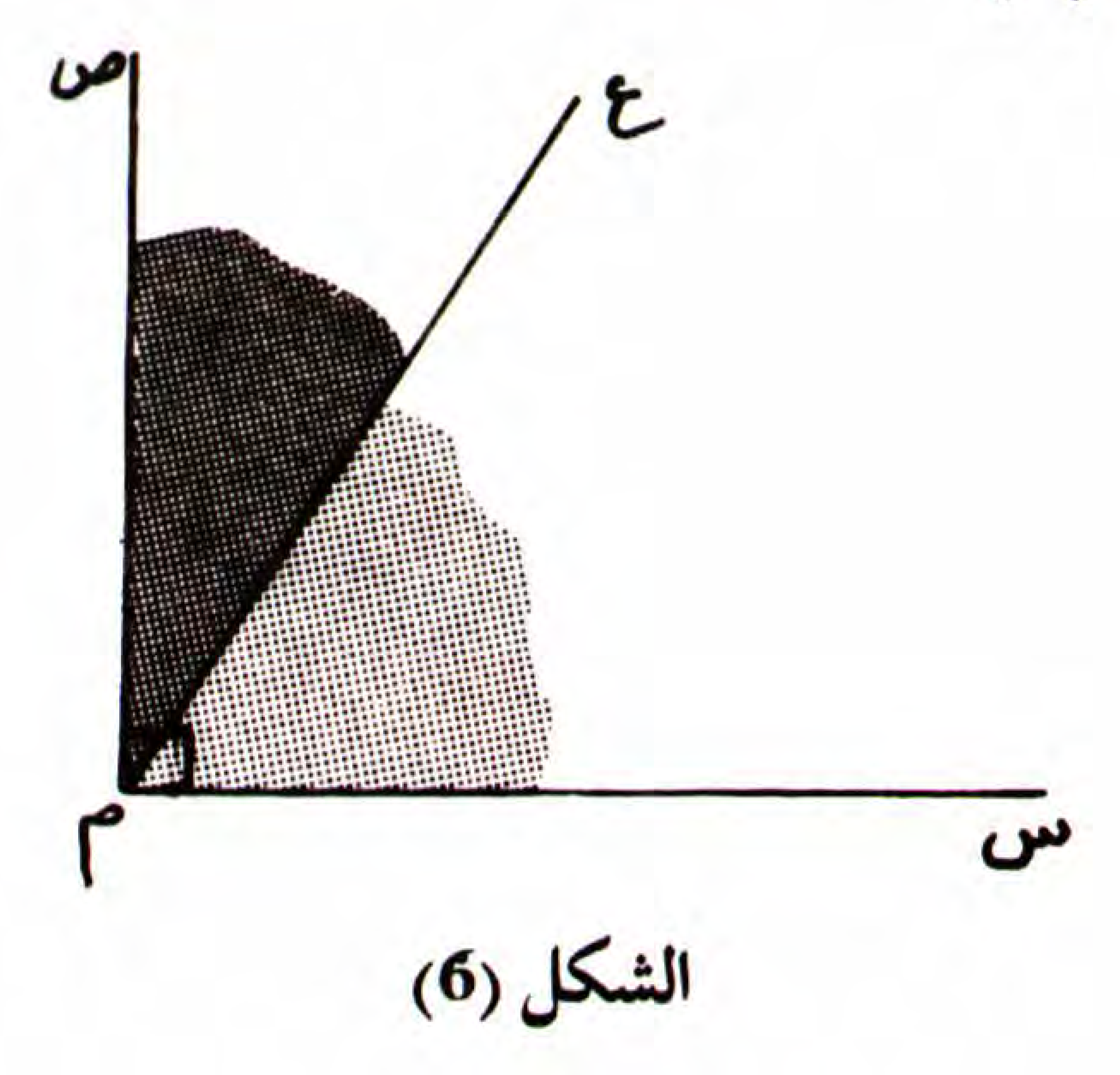
ـ عيّن بالمنقلة قيس كل من الزاويتين] م س ، م ص [،] م ص ، م ع [.

2)] م ل ،] م ك ،] م ص أنصاف مستقيمات بحيث :
ل م ك = 30° ، ك م ص = 60° .

ـ عين ل م ص . تحقق من ذلك بالمنقلة .

5 ـ الزاويتان المتتامتان والزاويتان المتكاملتان

• لاحظ الشكل (6)



الشكل (6)

[م س ، م ع] ، [م ع ، م ص] زاويتان حادتان .

[م س ، م ع] ∪ [م ع ، م ص] هو الزاوية القائمة [م س ، م ص]

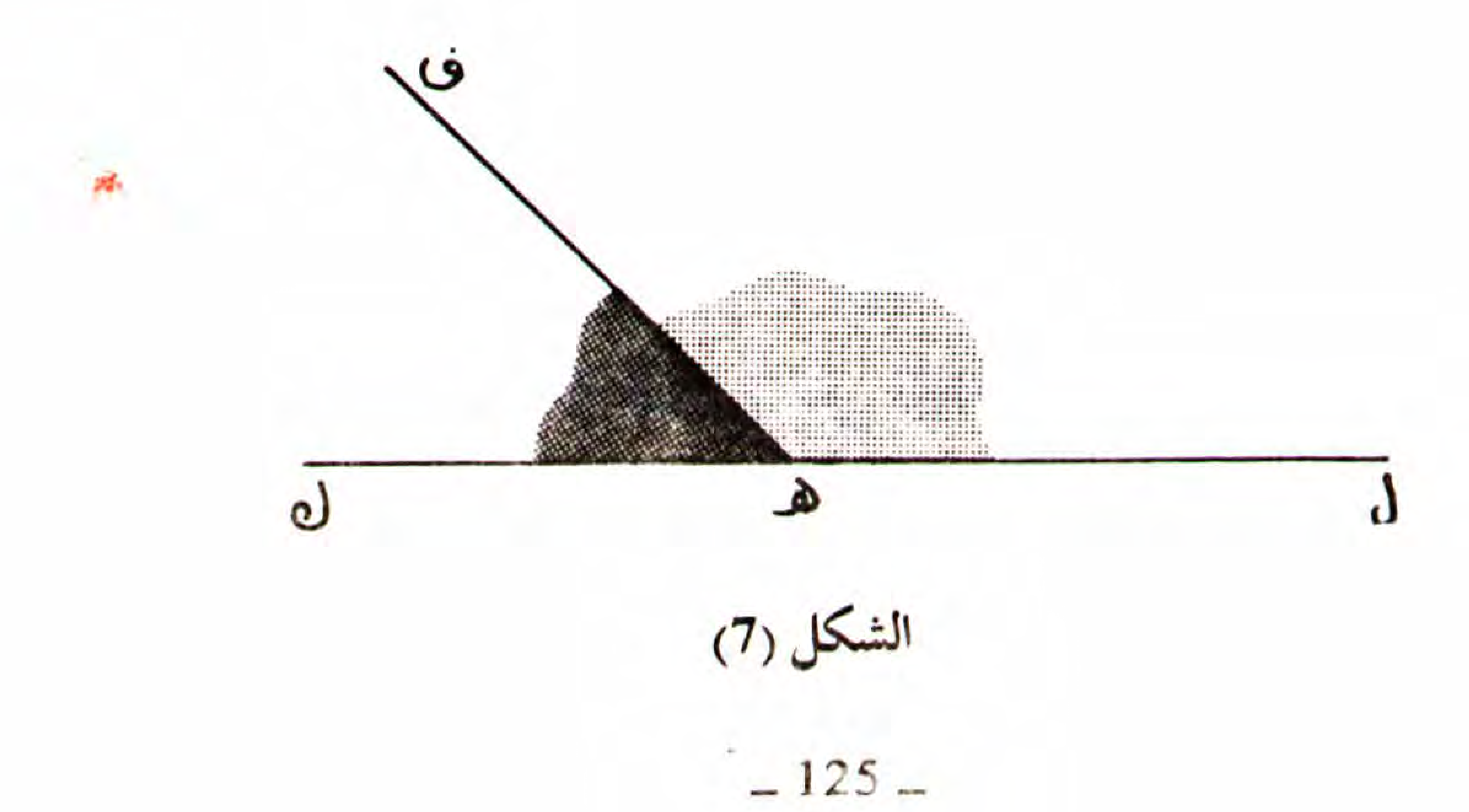
ومجموع قيسيهما هو قيس الزاوية القائمة .

أي : $\widehat{\text{س م ع}} + \widehat{\text{ع م ص}} = 90^{\circ}$

نقول إن الزاويتين [م س ، م ع] ، [م ع ، م ص] **متتامتان** .

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قيسيهما هو قيس زاوية قائمة .

• لاحظ الشكل (7)



الشكل (7)

[هـ ل ، هـ ف] ∪ [هـ ف ، هـ ك] هو الزاوية المستقيمة [هـ ل ، هـ ك]

أي أن مجموع قيسيهما هو قيس زاوية مستقيمة .

أو لَهـف + فَهـك = 180°

نقول إن الزاويتين [هـ ل ، هـ ف] ، [هـ ف ، هـ ك] **متكاملتان**

> الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قيسيهما هو قيس زاوية مستقيمة .

6 ـ الانتقال من الدرجة إلى الغراد والعكس .

• الانتقال من الغراد إلى الدرجة .

تعلم أن 100 غر = 90° وأن 10 غر = 9°

أي 10 غر = (9 × 60)′ ، 10 غر = 540′

ومنه **1 غر = 54′**

يمكن أن نكتب : 1 غر = (54 × 60)″

أي **1 غر = 3240″**

مثال : عبّر بالدرجات عن كل مما يلي :

70 غر ؛ 90 غر ، 75 غر

تجد أن 70 غر = (70 × 54)′ أي 70 غر = 3780′

أو 70 غر = $\left(\frac{3780}{60} \right)^{\circ}$ أي 70 غر = 63°

* 90 غر = (90 × 54)′ أي 90 غر = 4860′

90 غر = $\left(\frac{4860}{60} \right)^{\circ}$ أي 90 غر = 81°

* 75 غر = (75 × 54)′ أي 75 غر = ′4050

أو 75 غر = ($\frac{4050}{60}$)° أي 75 غر = °67′30

• الانتقال من الدرجة إلى الغراد .

تعلم أن °9 = 10 غر

ومنه °1 = $\frac{10}{9}$ غر

مثال : عبر بالغرادات عن كل مما يلي :

°36 ؛ °117 ؛ °22′48

تجد أن :

* °36 = (36 × $\frac{10}{9}$) غر أي °36 = 40 غر

* °117 = (117 × $\frac{10}{9}$) غر أي °117 = 130 غر

* °22′30 = ′30 + ′1320 أي °22′30 = ′1350

ومنه °22′30 = ($\frac{1350}{54}$) غر أي °22′30 = 25 غر

---

1) عبّر بالدرجات عن كل مما يلي :

45 غر ؛ 125 غر ؛ 71,8 غر ؛ 135,82 غر

2) عبّر بالغرادات عن كل مما يلي :

°55 ؛ °60′50 ؛ °96′30″30 ؛ °115″57

---

7 ـ الحساب في النظام الستيني .

نشاط (1) :

لحساب °17′45″23 +°123′18″57 نتبع ما يلي :

°17′45″23
+ °123′18″57
°140′63″80
°140′64″20
°141′04″20

فيكون . °17′45″23 + °123′18″57 = °141′4″20

أحسب ما يلي :

°175′37″50 + °12′45″18 ؛ °190′15″3 + °120′58″18

نشاط (2) :

لحساب °78′25″34 − °13′37″48 نتبع ما يلي :

°77′84″94
°78′25″34
− °13′37″48
°64′47″46

فيكون °78′25″34 − °13′37″48 = °64′47″46

احسب ما يلي :

°49′7″37 − °15′18″58 ؛ °138′27″13 − °112′40″30

نشاط (3) :

لحساب $75^{\circ}19'12'' \times 8$ نتبع ما يلي :

$$\begin{array}{r} 75^{\circ}19'12'' \\ \times \quad 8 \\ \hline 600^{\circ}152'96'' \\ 602^{\circ}33'36'' \end{array}$$

فيكون $75^{\circ}19'12'' \times 8 = 602^{\circ}33'36''$

نشاط (4) : لحساب $213^{\circ}15'36'' : 4$ نتبع ما يلي :

$$\begin{array}{r|l} 213^{\circ}15'36'' & \;4 \\ \cline{2-2} 13 \quad\quad & 53^{\circ}18'54'' \\ 1^{\circ}15' \quad & \\ +\; 60' \quad & \\ \hline 75' \quad & \\ 35 \quad & \\ 3'36'' & \\ +\; 1''80 & \\ \hline 216'' & \\ 16 & \\ 0'' & \end{array}$$

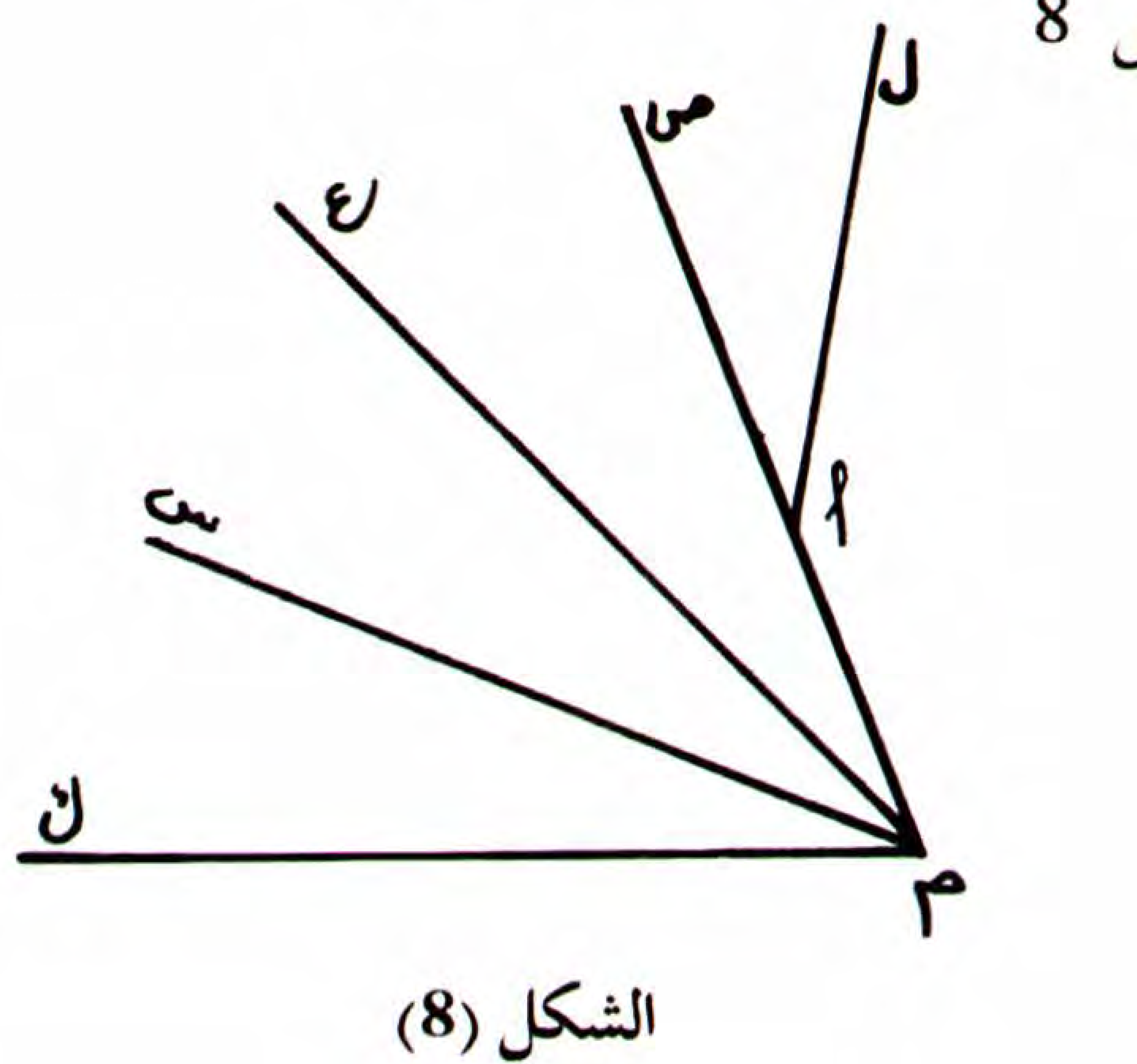
فيكون $213^{\circ}15'36'' : 4 = 53^{\circ}13'54''$

احسب : $147^{\circ}36'9'' : 9$ ، $187^{\circ}12'24'' : 12$.

التَّمــارِيــنُ

1. ارسم ثلاثة أنصاف مستقيمات [م س ، [م ع ، [م ص
- اكتب جميع الزوايا الناتجة من الشكل .

2. لاحظ الشكل 8

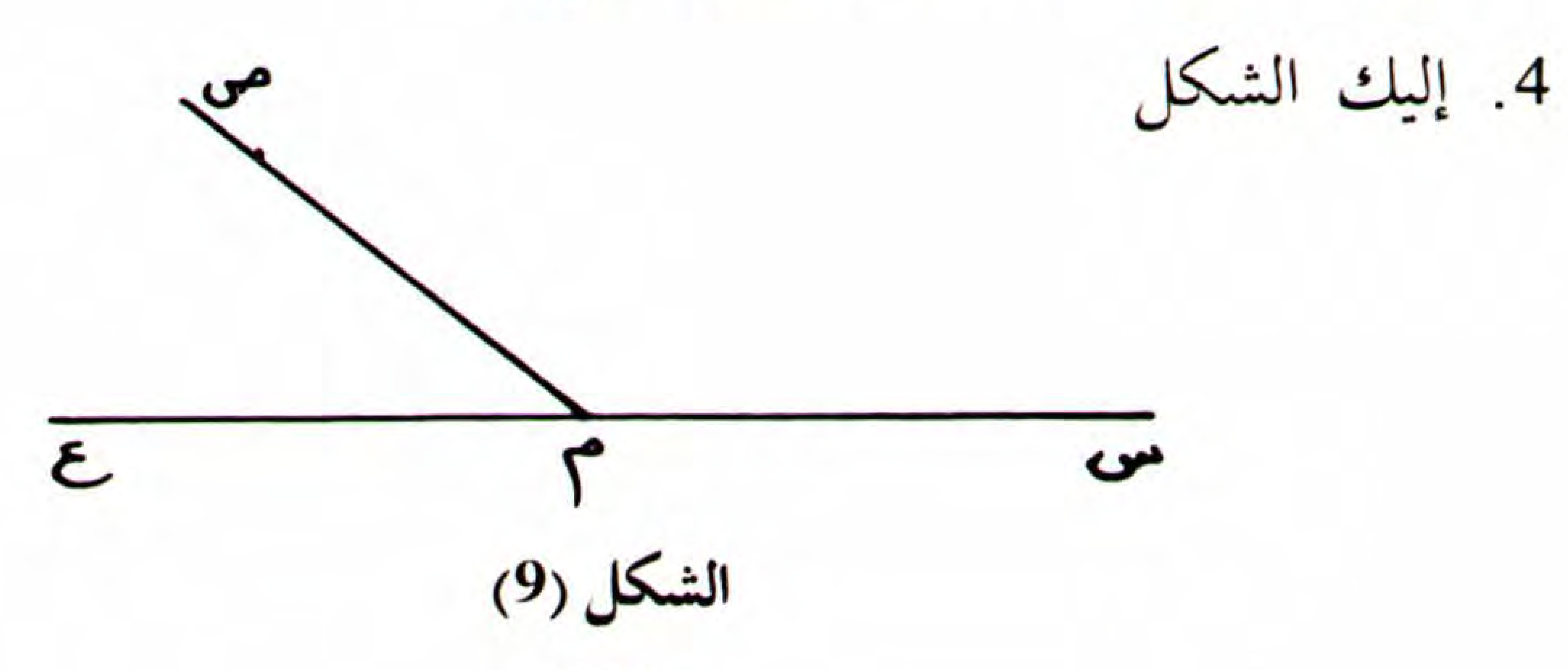


الشكل (8)

عين الزوايا المتجاورة

3. ارسم مستقيمين (س سَ) ، (ع عَ) متقاطعان في م .
1) ما هو تقاطع الزاويتين الناتئتين [م س ، م ع] و[م سَ ، م عَ]؟
ما هو تقاطع الزاويتين الناتئتين [م سَ ، م ع] و [م س ، م عَ] ؟
2) عيّن [م ع ، م سَ] ∪ [م سَ ، م عَ] .
[م س ، م عَ] ∪ [م عَ ، م س] .
3) تحقق باستعمال الورق الشفاف أن :
[م س ، م ع] تقايس [م سَ ، م عَ]
[م ع ، م سَ] تقايس [م س ، م عَ] .

4. إليك الشكل



الشكل (9)

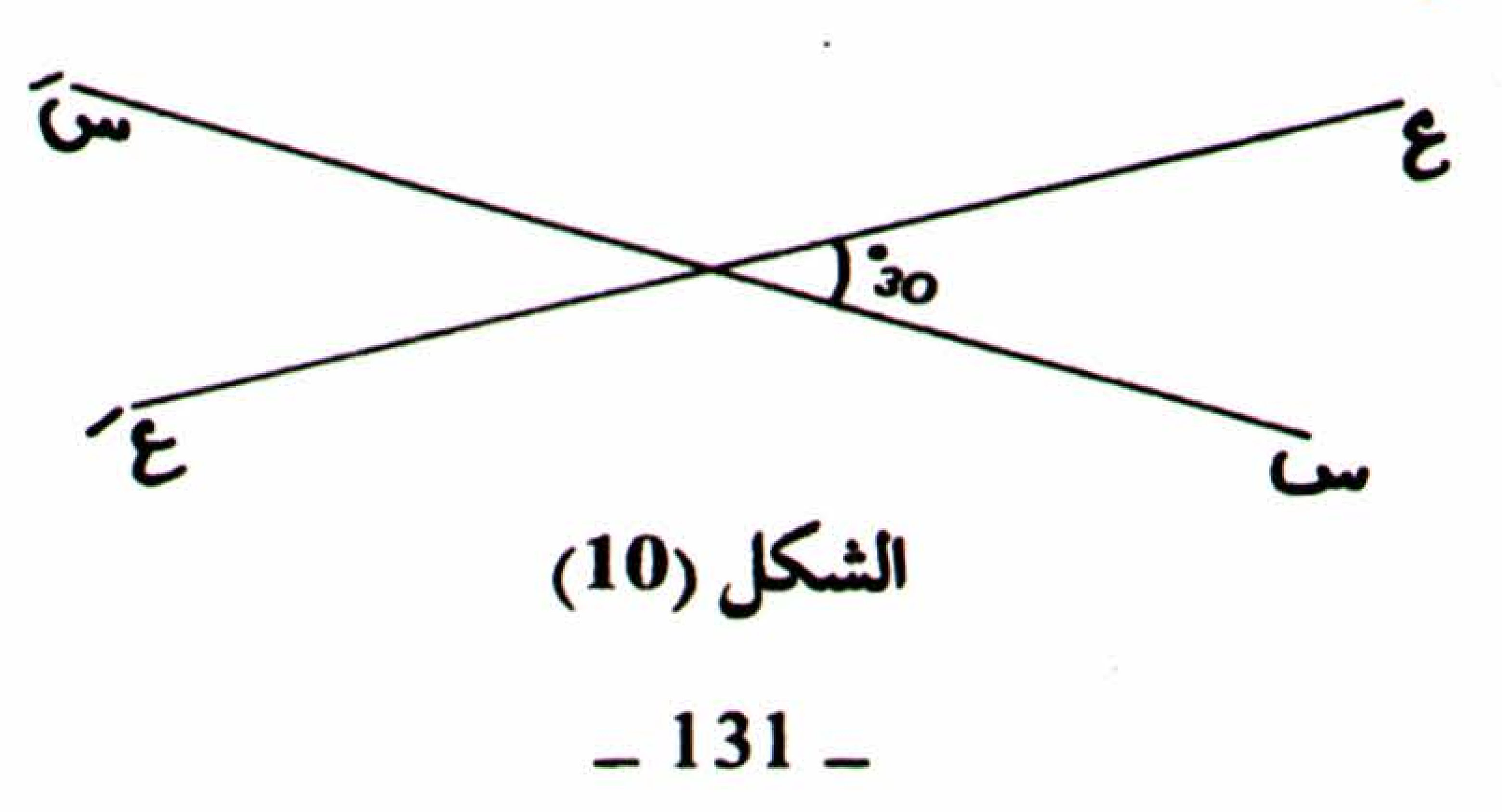
1) ارسم [م ف منصف الزاوية [م س ، م ص]
2) ارسم [م ل منصف الزاوية [م ص ، م ع] .
3) تحقق باستعمال الكوس أن الزاوية [م ف ، م ل] قائمة .
4) اكمل ما يلي :
الزاوية التي ضلعاها منصفا زاويتين متجاورتين ومتكاملتين هي زاوية ...

5. [م س ، [م ع ، [م ص ثلاثة أنصاف مستقيمات بحيث :
[م ص ⊂ [م س ، م ع] و $\widehat{\text{س م ص}} = 72^o$ ، $\widehat{\text{ص م ع}} = 56^o$.
ارسم [م ف منصف الزاوية [م س ، م ع] .
احسب بطريقتين مختلفتين قيس الزاوية [م ف ، م ص] .

6. ارسم شريطين [△ ، △′] ، [ڤ ، ڤ′] بحيث يكون المستقيمان (△) و (ڤ) متعامدين .
1) ما هي المجموعة [△ ، △′] ∩ [ڤ ، ڤ′]
2) إذا كان (△) يقطع (ڤ) و (ڤ′) في أ ، ب و (△′) يقطع (ڤ) و (ڤ′) في حـ ، د . تحقق بالمدور أن أ حـ = ب د و حـ د = أ ب .
قارن بين أ د ، ب حـ .

7. ارسم الزوايا [م س ، م ع] ، [م ع ، م ص] ، [م ص ، م ل] التي قياساتها على الترتيب 40^o ، 120^o ، 140^o .
1) احسب $\widehat{\text{س م ع}} + \widehat{\text{ع م ص}} + \widehat{\text{ص م ل}}$.
2) ما هو قيس الزاوية الناتئة [م س ، م ل] ؟
3) ارسم [م ف منصف [م ص ، م ل] ،
[م هـ منصف [م ص ، م ع] . احسب قيس الزاوية [م ف ، م هـ]

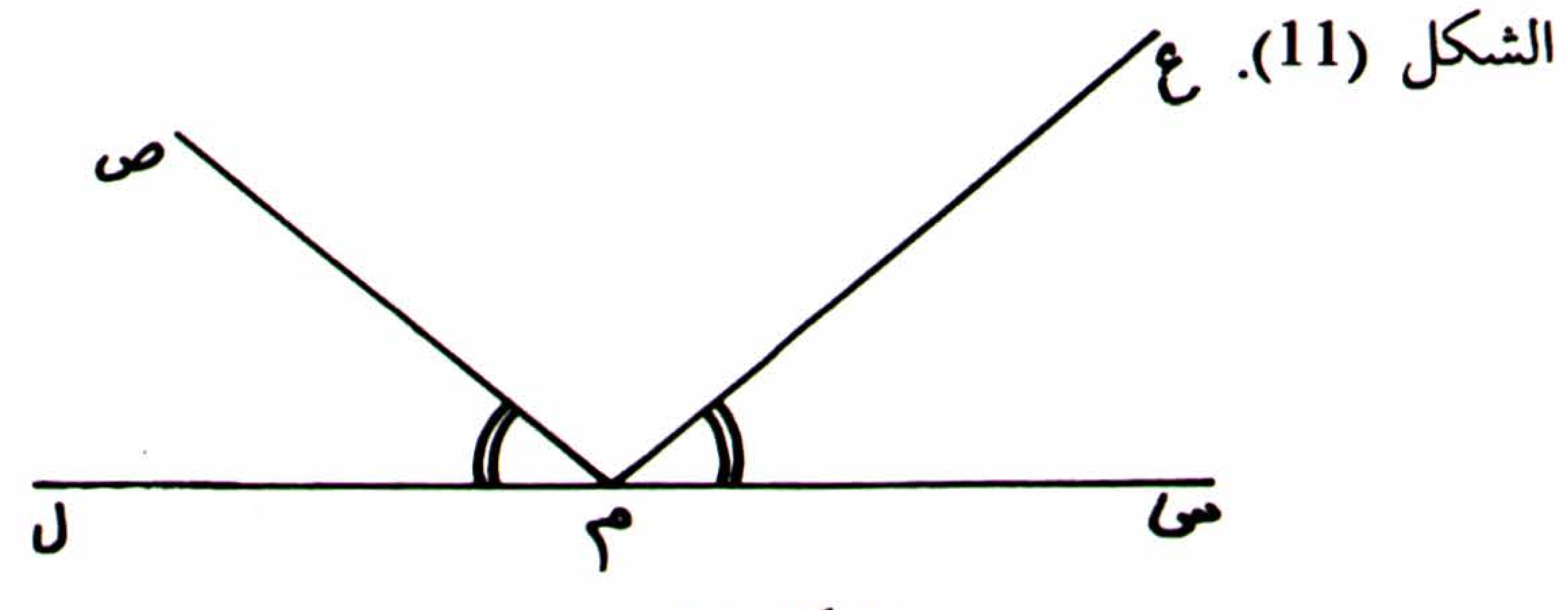
8. إليك الشكل



الشكل (10)

1) ارسم [م ل و [م ص منصفي الزاويتين [م س ، م ع] ، [م س′ ، م ع′]
على الترتيب .
ـ احسب قيس الزاوية [م ل ، م ص] .
2) ارسم [م ف ، [م ه منصفي الزاويتين [م ع ، م س′] ، [م س ، م ع′]
على الترتيب .
ـ احسب قيس كل من الزاويتين [م ل ، م ف] ، [م ف ، م ه]

9. [م س ، [م ع ، [م ص ، [م ل أربعة انصاف مستقيمات لها نفس المبدأ م.
بحيث [م س ، م ع] تقايس [م ص ، م ل] .
الشكل (11).



الشكل (11)

ـ انشيء المنصف [م ف للزاوية [م ع ، م ص] .
ـ تحقق أن [م ف هو أيضا منصف الزاوية [م س ، م ل] .

10. 1) ارسم [م س ، م ع] ، [م ص ، م س] ، [م س ، م ل] ثلاثة زوايا
أقياسها على الترتيب 60° ، 90° ، 150°
2) ارسم [م ف ، [م ه منصفي الزاويتين [م س ، م ع] و [م ص ، م ل]
على الترتيب .
3) احسب قيس الزاوية [م ف ، م ه] .

11. 1) ارسم مستقيمين (س ع) ، (ص ل) متقاطعين في م بحيث
$\widehat{\text{س م ص}} = 56^\circ$ ، ارسم [م ف ، [م ه منصفي الزاويتين
[م س ، م ص] ، [م ل ، م ع] على الترتيب .
2) احسب $\widehat{\text{س م ل}}$ ، $\widehat{\text{ل م ع}}$ ، $\widehat{\text{س م ف}}$ ، $\widehat{\text{ه م ل}}$.
3) احسب $\widehat{\text{ف م ه}}$.
4) ماذا تستنتج عن وضع المنصفين [م ف ، [م ه ؟

12. 1) أنشيء زاوية [م س ، م ع] قيسها 80^0 ثم أنشيء زاويتين قائمتين [م س ، م ص] ، [م ع ، م ل] بحيث [م س ، م ع] ⊃ [م س ، م ص] .
و [م ص ⊂ [م ع ، م ل] .
2) [م ف ، [م ه منصفا الزاويتين [م س ، م ع] ، [م ص ، م ل] على الترتيب .
ـ تحقق أن [م ف ، م ه] زاوية قائمة .

13. ه هي مجموعة أقياس زوايا مختلفة حيث :
ه = { 14^0 ، 60^0 ، 40^0 ، 80^0 ، 120^0 ، 100^0 }
1) عيّن الثنائيات المرتبة (ا ، ب) من ه × ه بحيث ا ، ب هما قيسا زاويتين متكاملتين .
2) نفس السؤال بالنسبة إلى المجموعة الآتية :
{ 75 غر 135 غر ، 125 غر ، 88 غر ، 65 غر ، 112 غر }

14. ك هي مجموعة أقياس زوايا مختلفة حيث :
ك = { 38^0 ، 65^0 ، 52^0 ، $78'35^0$ ، 25^0 ، 45^0 ، $11'25^0$ ، 5^0 }
1) عيّن الثنائيات المرتبة من ك × ك التي مركبتا كل منها هما قيسا زاويتين متتامتين .
2) نفس السؤال بالنسبة إلى المجموعة الآتية .
{ 15 غر ، 42 غر ، 63,2 غر ، 85 غر ، 36,8 غر ، 45,5 غر ، 50 غر }

15. 1) ما هو قيس مكملة كل من الزوايا التي أقياسها على الترتيب هي :
$27''54'135^0$ ؛ $9''36'45^0$ ؛ 114,5 غر . 127,28 غر .
2) ما هو قيس متممة كل من الزوايا التي أقياسها على الترتيب هي :
$59''17'13^0$ ؛ $45''23'75^0$ ؛ 12,53 غر ؛ 81,12 غر .

16. 1) عبّر بالدقائق عن كل مما يلي :
25^0 ؛ $58'10^0$ ؛ $25'12^0$.
2) عبّر بالدرجات والدقائق والثواني عن :
$385''$ ، $787''$ ، $8463''$.

17. (1 عبّر بالغرادات عن :

°64′24 ؛ ′54″37 ؛ °32′46

(2 عبّر بالدرجات والدقائق والثواني عن :

27,42 غر ؛ 76,39 غر ؛ 83,48 غر .

18. أوجد ناتج ما يلي :

(1 °18′39″17 + °30′4″25

(2 °41′21″17 − °48′50″49

(3 4 × °12′16″20

(4 . 9 : °26′37″16

19. نفس السؤال

(1 ؛ °102′52″37 + °32′18″15 + °75′14″48

. °88′40″2 + °98′17″27 + °69′42″13

(2 °72′50″38 − °142′36″27

°18′47″52 − °94′30″18

(3 25 × °12′38″47 ؛ 7 × °14′17″22

(4 6 : °189′29 ؛ 15 : °178′42″34

10 مضاعفات وقواسم عدد طبيعي

مجموعة مضاعفات عدد طبيعي

1 ـ مضاعف عدد طبيعي

نشاط : احسب الجداءات الآتية :

7×0 ، 7×2 ، 7×3 ، 7×9 ، 7×11 .

الأعداد : 0 ، 14 ، 21 ، 63 ، 77 هي مضاعفات للعدد 7.

لاحظ أن : $28 = 7 \times 4$ أي 28 مضاعف للعدد 7.

$91 = 7 \times 13$ أي 91 مضاعف للعدد 7.

كل مضاعف للعدد 7 يكتب على الشكل 7 . ه حيث ه عدد طبيعي .

ـ هل العدد 34 مضاعف للعدد 7 ؟

> العدد الطبيعي أ مضاعف للعدد الطبيعي ب **معناه**
> أ = ب . ه حيث ه عدد طبيعي .

ملاحظة : العدد 0 مضاعف لكل عدد طبيعي

---

1) أوجد أربعة مضاعفات لكل من الأعداد : 3 ، 8 ، 12 ، 1 ، 2 .

2) أوجد أربعة مضاعفات للعدد 0 . ماذا تلاحظ ؟

3) هل العدد 55 مضاعف لكل من الأعداد : 1 ، 4 ، 5 ، 11 ، 7 ، 55 ، 0 ؟

---

2 ـ مجموعة مضاعفات عدد طبيعي

نشاط (1) : احسب : 6×0 ، 6×1 ، 6×2 ، 6×3 ، 6×4 ، 6×5 .

الأعداد : 0 ، 6 ، 12 ، 18 ، 24 ، 30 مضاعفات العدد 6 .

ملاحظة : للحصول على مضاعفات العدد 6 نضرب العدد 6 في كل من

الأعداد الطبيعية 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، ... ، ه ، ... (ه ∈ ط)
المجموعة { 0 ، 6 ، 12 ، 18 ، 24 ، 30 ، ... ، 6 ه ، ... } تسمى

مجموعة مضاعفات العدد 6 . نرمز إليها بالرمز $م_6$
ونكتب : $م_6$ = {0 ، 6 ، 12 ، 18 ، 24 ، 30 ، 36 ، ... 6 ه ، ...}
لاحظ أن : $م_6$ ⊂ ط و $م_6$ مجموعة غير منتهية .

- أ عدد طبيعي .

كل من الجداءات : 0 × أ ، 1 × أ ، 2 × أ ، 3 × أ ، 4 × أ ، ... ،
ه × أ ، ... (ه ∈ ط) هو مضاعف للعدد أ .
نكتب : $م_أ$ = { 0 ، أ ، 2 . أ ، 3 . أ ، 4 . أ ، ... ، ه أ ، ...}
المجموعة $م_أ$ تسمى **مجموعة مضاعفات العدد** أ .
لاحظ أن : $م_أ$ ⊂ ط و $م_أ$ مجموعة غير منتهية .
2 . أ و 3 . أ مضاعفان متتاليان للعدد أ .

نشاط (2) :

تعلم أن : 15 مضاعف للعدد 3
عيّن $م_{15}$ ، $م_3$ تجد أن $م_{15}$ ⊂ $م_3$
أي كل مضاعف للعدد 15 هو مضاعف للعدد 3 .

إذا كان أ مضاعفا للعدد ب فإن كل مضاعف للعدد أ هو مضاعف للعدد ب .

نشاط (3) :

- أوجد مضاعفين مختلفين للعدد 5 . أحسب مجموعهما .
- تحقق أن هذا المجموع هو مضاعف للعدد 5 .

إذا كان العددان الطبيعيان أ ، ب مضاعفي العدد الطبيعي حـ فإن أ + ب هو مضاعف للعدد حـ

نشاط (4) :

ـ أوجد مضاعفين مختلفين للعدد 8 ، ثم احسب فرقهما .

ـ تحقق أن هذا الفرق هو أيضا مضاعف للعدد 8 .

إذا كان العددان الطبيعيان ا ، ب مضاعفي عدد طبيعي حـ وكان ب ⩽ ا فإن ا − ب هو مضاعف للعدد حـ .

3 ـ مجموعة المضاعفات المشتركة لعددين طبيعيين .

نشاط :

عيّن $م_3$ ، $م_2$.

تحقق أن $م_3 \cap م_2$ = {0 ، 6 ، 12 ، 18 ، ... } .

المجموعة $م_3 \cap م_2$ تسمى **مجموعة المضاعفات المشتركة للعددين الطبيعيين 2 ، 3** .

لاحظ أن : $م_3 \cap م_2$ هي مجموعة غير منتهية .

وأن أصغر عنصر غير معدوم من المجموعة $م_3 \cap م_2$ هو 6 .

نقول إن العدد 6 هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين 3 ، 2 .

نكتب : **م م أ (3 ، 2) = 6** .

ا ، ب عددان طبيعيان غير معدومين ، أصغر عدد غير معدوم من المجموعة $م_ا \cap م_ب$ يسمى المضاعف المشترك الأصغر للعددين ا ، ب ونرمز إليه بالرمز م م أ (ا ، ب) .

---

1) اكتب المجموعة صـ حيث :

صـ = { س / س ∋ ط و س ∋ $م_9$ و س ⩽ 100 } .

اكتب المجموعة ع حيث :

ع = { س / س ∋ ط و س ∋ $م_5$ و س ⩽ 100 } .

أوجد المجموعة صـ ∩ ع ، عين م م أ (9 ، 5) .

2) اكتب بالترتيب المتزايد العناصر العشرة الأولى لكل من $م_6$ ، $م_8$.
ما هو م م أ (6 ، 8) ؟ هل هو العدد 6 ؟ هل هو العدد 8 ؟
هل هو العدد 6×8 ؟

3) ما هي بالترتيب المتزايد المضاعفات المشتركة الخمسة الأولى للأعداد الطبيعية 2 ، 3 ، 6 .
نسمي أصغر عدد غير معدوم من هذه المضاعفات : **المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 2 ، 3 ، 6** نرمز إليه بالرمز **م م أ** (2 ، 3 ، 6) .
أوجده .

مجموعة قواسم عدد طبيعي

1 ـ قاسم عدد طبيعي

نشاط

لاحظ أن : $54 = 9 \times 6$ ، 54 مضاعف للعدد 9 .
نقول إن : 9 قاسم للعدد 54 أو إن 9 يقسم 54 .
أو 54 يقبل القسمة على 9 . ماذا تقول عن العدد 6 ؟

ا ، ب عددان طبيعيان حيث ب غير معدوم ($ب \neq 0$)
ب قاسم للعدد ا **معناه** العدد ا مضاعف للعدد ب

نكتب : ب | ا ونقرأ ب **يقسم** ا
ا = ب . هـ **معناه** ا : ب = هـ
ا هو المقسوم ، ب القاسم ، هـ هو حاصل قسمة ا على ب .

ملاحظات هامة :

1) العدد الطبيعي 0 ليس قاسما لأي عدد طبيعي .
2) العدد الطبيعي 1 قاسم لكل عدد طبيعي .

1) هل العدد الطبيعي 5 قاسم للعدد 26 ؟ لماذا ؟
2) أوجد قواسم العدد الطبيعي 12 .
3) أوجد قواسم العدد الطبيعي 17 .

2 ـ مجموعة قواسم عدد طبيعي

نشاط (1) :

لاحظ أن : 18 مضاعف لكل من الأعداد 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 9 ، 18 .

المجموعة { 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 9 ، 18 } تسمى **مجموعة قواسم العدد 18**

نرمز إليها بالرمز ق$_{18}$.

نكتب ق$_{18}$ = { 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 9 ، 18 } .

لاحظ أن : ق$_{18}$ مجموعة منتهية .

• أ عدد طبيعي أكبر من 1

نعلم أن : أ مضاعف لنفسه ومضاعف للعدد 1

اي أ | أ ، 1 | أ إذن ق$_{أ}$ $\neq \phi$

كل عدد طبيعي أ غير معدوم ويختلف عن 1 يقبل على الأقل قاسمين هما 1 و أ .

1) عيّن المجموعتين ق$_{0}$ ، ق$_{2}$.
2) اكتب على شكل جداء وبجميع الطرق الممكنة كلا من :
28 ، 30 ، 11 ، 48 ، 72 .
3) عيّن ق$_{5}$ ، ق$_{11}$ ، ق$_{28}$ ، ق$_{30}$ ، ق$_{48}$ ، ق$_{72}$.

نشاط (2) :

عيّن ق$_{15}$ ، تجد أن : **كل قاسم للعدد 15 هو أصغر من أو يساوي 15**

أ ، ب عددان طبيعيان غير معلومين

إذا كان ب قاسما للعدد أ فإن ب $\leqslant$ أ

نشاط (3) :

تعلم أن : 7 قاسم لكل من 21 ، 56 .

تحقق من أن : 7 يقسم (21 + 56).

> ا ، ب ، حـ أعداد طبيعية حيث حـ ≠ 0
>
> إذا قسم حـ كلا من ا ، ب فإن حـ يقسم المجموع ا + ب .

نكتب (ا + ب) : حـ = (ا : حـ) + (ب : حـ)

نشاط (4) :

تعلم أن : 12 قاسم لكل من 60 ، 36 .

تحقق أن : 12 يقسم (60 − 36) .

> ا ، ب ، حـ أعداد طبيعية غير معدومة حيث ب ⩽ ا
>
> إذا قسم حـ كلا من ا ، ب فإن حـ يقسم الفرق ا − ب .

نكتب (ا − ب) : حـ = (ا : حـ) − (ب : حـ)

نشاط (5) :

تعلم أن : 8 | 24 وأن م$_{24}$ = { 0 ، 24 ، 48 ، 72 ، 96 ، ... }.

ـ هل العدد 8 يقسم كلا من 48 ، 72 ، 96 ؟ نعم .

لاحظ أن : 8 يقسم كل مضاعف للعدد 24.

> إذا قسم العدد الطبيعي غير المعدوم ب العدد الطبيعي ا فإنه يقسم كل مضاعف للعدد ا .

نشاط (6) :

تعلم أن : 9 يقسم 27 .

ـ احسب كلا من 9 × 2 و 27 × 2 .

لاحظ أن : 18 يقسم 54 وان (27 × 2) : (9 × 2) = 27 : 9

أ ، ب ، حـ أعداد طبيعية غير معدومة .
إذا قسم ب العدد أ فإن ب حـ يقسم أ حـ
أي أ حـ : ب حـ = أ : ب .

---

1) م = { 2 ، 5 ، 8 ، 11 ، 16 ، 15 ، 17 }.
- ارسم المخطط السهمي للعلاقة « ... يقسم ... » في م .
- عيّن بيان هذه العلاقة .

2) احسب بطريقتين مختلفتين كلا ممّا يلي :
(75+105) : 15 ؛ (112−80) : 4 ؛ (121×7) : 11.

---

3 - مجموعة القواسم المشتركة لعددين طبيعيين .

نشاط :

- عيّن المجموعتين : $ق_{45}$ ، $ق_{30}$.

لاحظ أن : $ق_{45} \cap ق_{30}$ = { 1 ، 3 ، 5 ، 15 }.

المجموعة $ق_{45} \cap ق_{30}$ تسمى **مجموعة القواسم المشتركة للعددين 45 ، 30** .

هذه المجموعة منتهية وأكبر عنصر منها هو 15.

نقول إن 15 هو **القاسم المشترك الأكبر للعددين 45 ، 30** .

نكتب : **ق م أ (45 ، 30) = 15** .

أ ، ب عددان طبيعيان غير معدومين . أكبر عدد من المجموعة $ق_{أ} \cap ق_{ب}$ يسمى **القاسم المشترك الأكبر** للعددين أ ، ب ونرمز إليه بالرمز ق م أ (أ ، ب) .

1) عين المجموعات :

$و_{32}$ ، $و_{36}$ ، $و_{40}$ ، $و_{41}$ ، $و_{48}$

ـ أوجد كلا من و م أ (32 ، 36) ، و م أ (36 ، 48)

و م أ (41 ، 48)

2) ما هو و م أ (13 ، 17) ؟

التمارين

1. من بين الأعداد : 0 ، 15 ، 18 ، 24 ، 27 ، 35 ، 54 ، 48 ، 7 ، 9 ،

ما هي مضاعفات العدد 3 ؟ وما هي مضاعفات العدد 6 ؟

ما هي مضاعفات العدد 9 ؟

2. م = { 0 ، 20 ، 3 ، 6 ، 12 ، 4 ، 8 ، 15 ، 9 ، 5 }.

1) عين المجموعات ل ، ع ، ص حيث :

س = { س / س ∋ م و س مضاعف 3 }؛

ع = { س / س ∋ م و س مضاعف 4 }؛

ص = { س / س ∋ م و س مضاعف 5 }؛

2) تحقّق أن المجموعة { ل ، ع ، ص } ليست تجزئة للمجموعة م .

3. اكتب ل مجموعة مضاعفات 11 الأصغر من 100 .

اكتب و مجموعة مضاعفات 22 الأصغر من 100 .

ـ قارن بين المجموعتين ل و و .

4. 1) تحقق أن : $3553 = 11 \times 17 \times 19$.

2) اكتب مساواة تدل على أن 3553 مضاعف 187 .

3) تحقّق أن : 3553 مضاعف 209 ومضاعف 323 .

5. 1) تحقّق أن : 2^5 مضاعف للعدد 2 و 7^3 مضاعف 7 .

2) تحقّق أن كل قوة للعدد الطبيعي أ هي مضاعف أ .

6.أكمل باستعمال أحد الرمزين ∋ ، ∌ :

45 ... م$_{5}$ ؛ 45 ... م$_{0}$ ؛ 0 ... م$_{45}$ ؛ 13 ... م$_{3}$ ؛ 13 ... م$_{13}$

1 ... م$_{13}$ ؛ 7 ... م$_{14}$ ؛ 14 ... م$_{7}$ ؛ 0 ... م$_{7}$.

7.أكمل باستعمال أحد الرمزين ⊃ ، ⊅ :

م$_{5}$ ··· م$_{10}$ ؛ م$_{10}$ ··· م$_{5}$ ؛ م$_{30}$ ··· م$_{5}$ ؛ م$_{5}$ ··· م$_{30}$ ؛ م$_{30}$ ··· م$_{10}$ ؛

م$_{10}$ ··· م$_{30}$.

1.8) اكتب العناصر العشرين الأولى غير المعدومة لكل من المجموعتين م$_{3}$ ، م$_{5}$.

اكتب العناصر الخمسة الأولى غير المعدومة من المجموعة م$_{3}$ ∩ م$_{5}$.

2) ما هو م م أ للعددين 3 ، 5 ؟

3) ما هو م م أ للأعداد 3 ، 5 ، 15 ؟

1.9) اكتب العناصر الخمسة والعشرين الأولى غير المعدومة لكل من المجموعتين م$_{6}$ ، م$_{8}$. ثم أكتب العناصر الخمسة الأولى غير المعدومة من المجموعة م$_{6}$ ∩ م$_{8}$.

2) ما هو م م أ (6 ، 8) ؟

3) احسب الجداء 6 × 8 ثم تحقّق أن : م$_{48}$ ⊃ (م$_{6}$ ∩ م$_{8}$).

1.10) عيّن م م أ (8 ، 12 ، 15).

2) عيّن العددين س ، ع حيث : س = م م أ (8 ، 12) .

ع = م م أ (س ، 15) .

3) عيّن ك ، ل حيث : ك = م م أ (12 ، 15) . ل = م م أ (8 ، ك) .

ماذا تلاحظ ؟ .

11.تنطلق أربع حافلات من نفس الموقف على الساعة السادسة صباحا نحو اتجاهات مختلفة :

كل 8 دقائق تنطلق حافلة في الاتجاه الأول .

وكل 10 دقائق تنطلق حافلة في الاتجاه الثاني .

وكل 12 دقيقة تنطلق حافلة في الاتجاه الثالث .

وكل 15 دقيقة تنطلق حافلة في الاتجاه الرابع .

ـ في أية ساعة تنطلق أربع حافلات **معا** نحو الاتجاهات المختلفة ؟

12. يمكن تجميع تلاميذ قسم في أفواج يشمل كل فوج منها 6 تلاميذ . ويمكن تجميع التلاميذ في أفواج يشمل كل فوج منها 12 تلميذ ، ويمكن تجميع التلاميذ في أفواج يشمل كل فوج منها 18 تلميذ .
ـ ما هو عدد التلاميذ إذا علمت أنه أصغر من 40 ؟

13. أكمل ما يلي باستبدال النقط بإحدى الكلمتين صحيح ، خطأ :
1 يقسم 0 ... ؛ 3 يقسم 15 ... ؛ 0 يقسم 15 ... ؛ 9 يقبل القسمة على 4 ...
12 قاسم 16 ... ؛ 27 يقبل القسمة على 9 ... ؛ 5 | 35 ... ؛ 35 | 5 ...
18 | 32 ... ؛ 32 | 18 ... ؛ 14 | 14 ... ؛ 2 ∈ ق$_{0}$ ... ؛
7 ∈ ق$_{77}$ ... ؛ 77 ∈ ق$_{1}$ ... ؛ 4 ∉ ق$_{24}$ ... ؛ 5 ∈ ق$_{25}$ ....

14. 1) أكتب مجموعة قواسم كل من الأعداد التالية : 14 ، 24 ، 25 .
2) اكتب المجموعات الآتية باعطاء قوائم عناصرها .
ق$_{11}$ ، ق$_{35}$ ، ق$_{40}$ ، ق$_{60}$ ، ق$_{32}$.

15. م = { س / س ∈ ط و 1 ≤ س ≤ 10 }
1) ارسم المخطط السهمي للعلاقة « ... قاسم ... » في المجموعة م .
2) ارسم على نفس الشكل المخطط السهمي للعلاقة « ... مضاعف ... »

16. عيّن في كل حالة من الحالات الآتية العدد الطبيعي س :
3 س = 18 ؛ س . 8 = 56 ؛ 84 : 14 = س ؛ 27 : س = 3 ؛
5 س − 8 = 7 ؛ 4 (س + 2) = 48 ؛ 3 (س − 1) = 120 ؛
8 − 5 س = 3 ؛ 12 (36 − 2 س) = 144 .

17 عين كلا من المجموعات
ق$_{6}$. ق$_{12}$. ق$_{6}$ ∩ ق$_{12}$

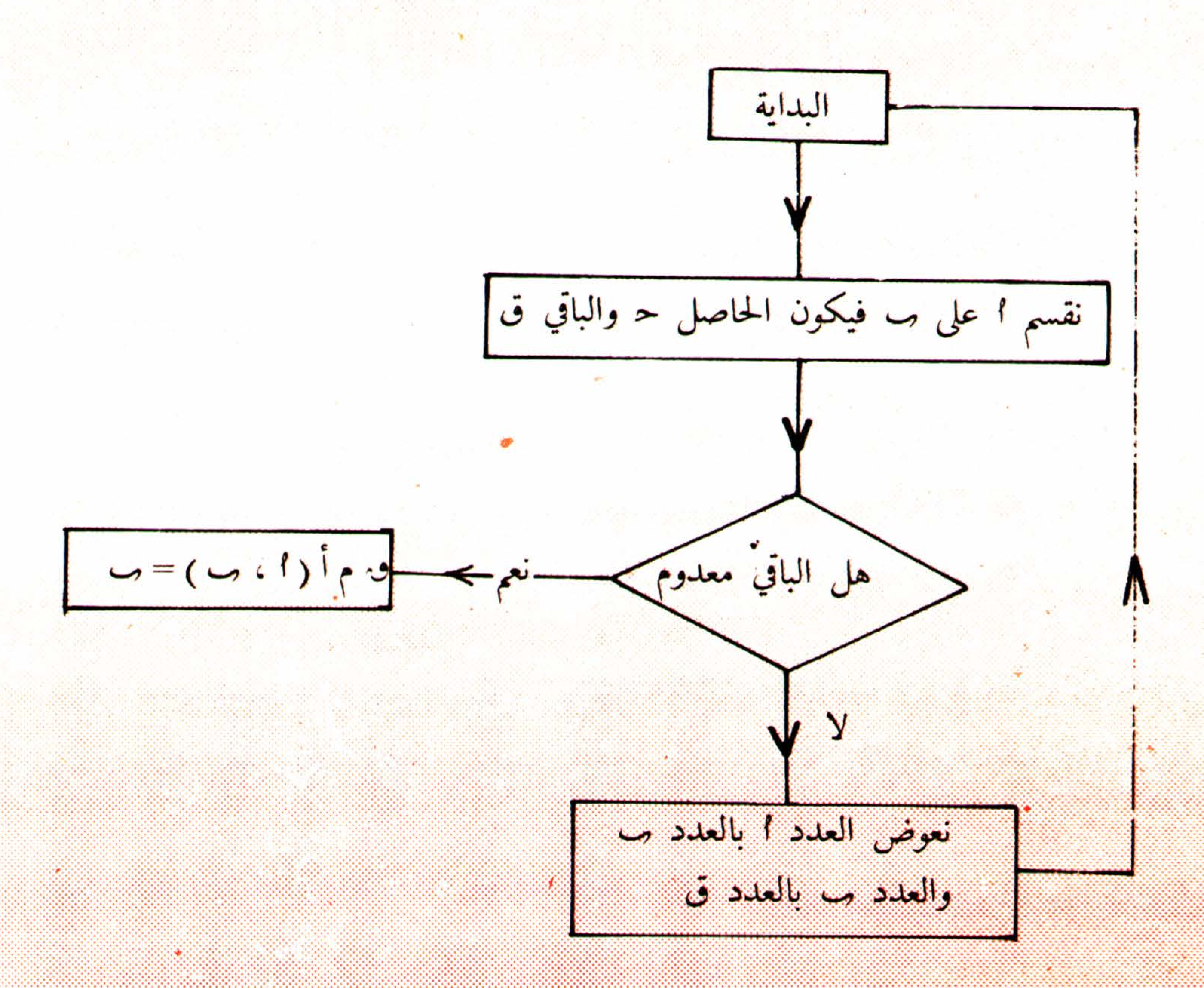
18. 1) عيّن كلا من المجموعتين ق$_{30}$ ، ق$_{45}$.
2) ما هي مجموعة القواسم المشتركة للعددين 30 ، 45 ؟
3) ما هو ق م أ للعددين 30 ، 45 ؟
4) قارن بين مجموعة قواسم ق م أ السابق والمجموعة ق$_{30}$ ∩ ق$_{45}$.

1.19) عيّن كلا من المجموعات : ق$_{24}$ ، ق$_{36}$ ، ق$_{56}$.
2) عيّن كلا من : (ق$_{36}$ ∩ ق$_{56}$) ؛ ق$_{24}$ ∩ (ق$_{36}$ ∩ ق$_{56}$) .
3) عيّن كلا من : ق$_{24}$ ∩ ق$_{36}$ ؛ (ق$_{24}$ ∩ ق$_{36}$) ∩ ق$_{56}$.
4) قارن ق م أ للأعداد 24 ، 36 ، 56 مع ق م أ للعددين 24 ، د .
حيث د هو ق م أ للعددين 36 ، 56 .
5) قارن ق م أ للأعداد 24 ، 36 ، 56 مع ق م أ للعددين 56 و هـ حيث هـ هو ق م أ للعددين 24 ، 36 .

1.20) أوجد المجموعتين ق$_{18}$ ، ق$_{24}$ ثم أوجد العناصر العشرة الأولى من كل من المجموعتين م$_{18}$ ، م$_{24}$.
2) أوجد م م أ (18 ، 24) .
3) أوجد ق م أ (18 ، 24)
4) قارن بين م م أ (18 ، 24) × ق م أ (18 ، 24) و 18×24

خوارزمية إقليدس

كيفية حساب القاسم المشترك لعددين طبيعيين ا ، ب بإجراء سلسلة من القسمات الإقليدية.



مثال : عين القاسم المشترك الأكبر للعددين ا ، ب في كل مما يلي :

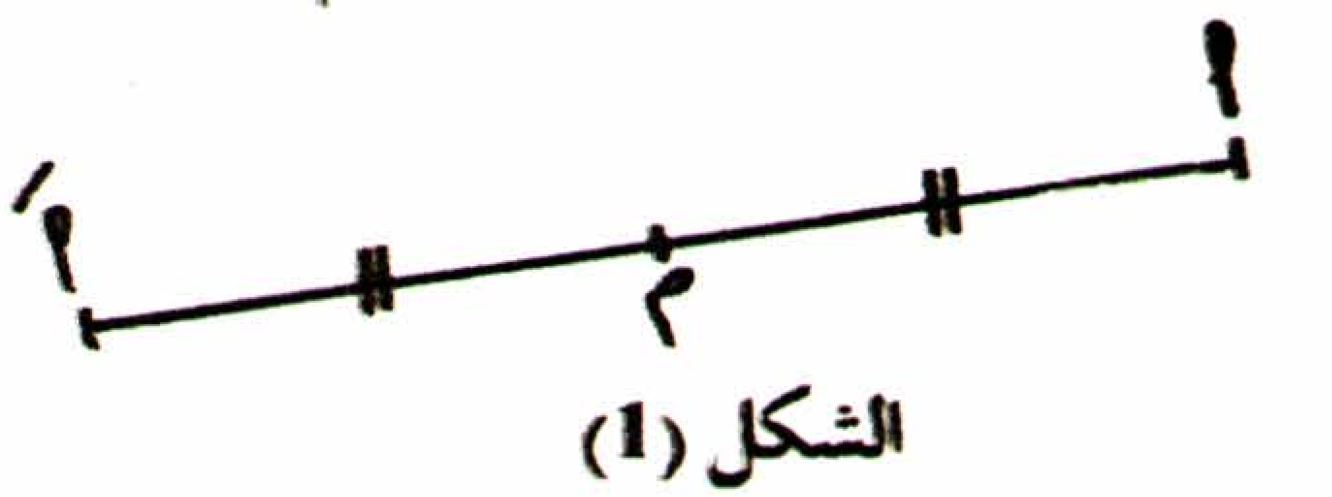
ا = 120 ، ب = 126 ؛ ا = 13 ، ب = 143 .

11 التناظر المركزي

1 ـ نظيرة نقطة بالنسبة إلى نقطة .

نشاط : م ، ا نقطتان متمايزتان من المستوي (ي) .

ـ عيّن نقطة ا′ من (ي) بحيث تكون م منتصف [ا ا′].



الشكل (1)

• لاحظ أن النقط ا ، م ، ا′ على استقامة واحدة .

• تحقق أن م ا = م ا′.

النقطة ا′ تسمى **نظيرة** النقطة ا بالنسبة إلى م

نظيرة نقطة د بالنسبة إلى النقطة م هي النقطة د′ بحيث تكون م منتصف القطعة [د د′] .

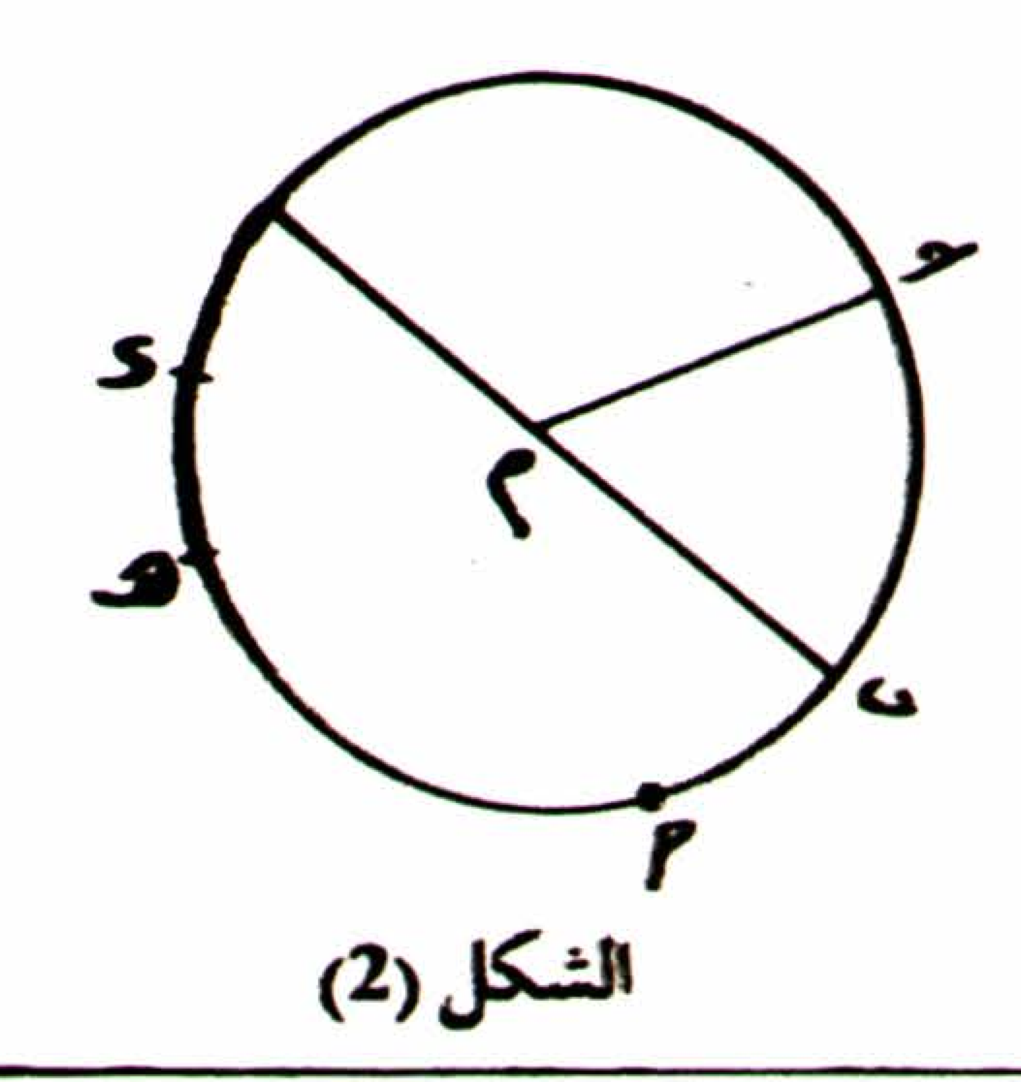
لاحظ أن نظيرة د′ بالنسبة إلى م هي د .

تقول إن النقطتين د ، د′ **متناظرتان** بالنسبة إلى م .

لاحظ أيضا أن نظيرة م بالنسبة إلى م هي م نفسها .

ـ إليك الشكل (2) .

عين نظائر النقط ا ، ب ، حـ ، د ، هـ بالنسبة إلى م .

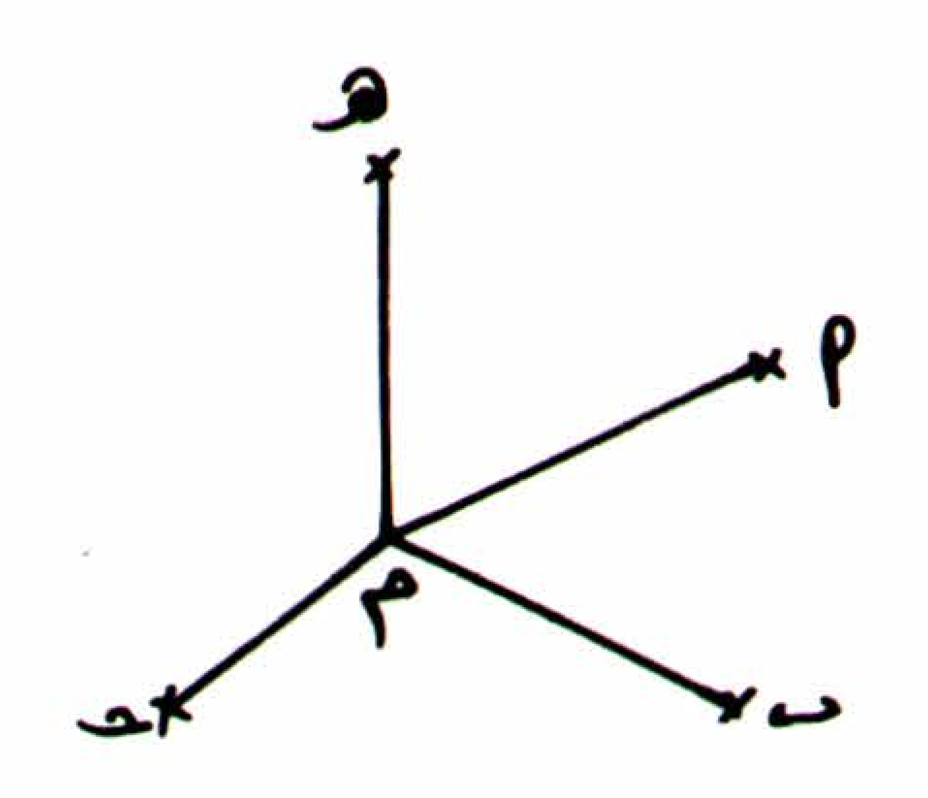


الشكل (2)

---

2 ـ التناظر المركزي .

نشاط : إليك الشكل (3) .



الشكل (3)

ـ انشيء اَ ، بَ ، حَ ، هَ نظائر كل من النقط ا ، ب ، ح ، هـ على الترتيب بالنسبة إلى النقطة م .

ـ اكمل بأحد الرمزين = ، ≠ :

ب م ... بَ م ؛ م هـ ... م هَ ؛ ح م ... حَ م ؛ ح م ... ا م

• النقط ا ، ب ، ح ، هـ متناظرة مركزيا بالنسبة إلى م مع النقط اَ ، بَ ، حَ ، هَ .

النقطة م تسمى مركز التناظر .

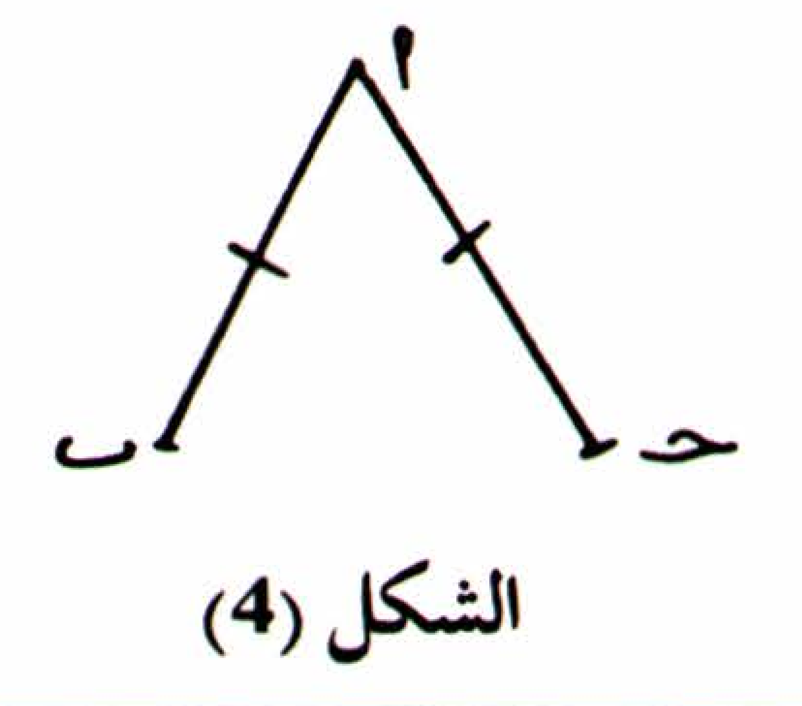
ملاحظة :

لكل نقطة من المستوي نظيرة وحيدة بالنسبة إلى نقطة معينة .

نتيجة :

م نقطة من المستوي .
التناظر المركزي الذي مركزه م هو التطبيق الذي يرفق كل نقطة من المستوي بنظيرتها بالنسبة إلى م .

إليك الشكل (4)
حيث ا ح = ا ب .
هل النقطتان ب ، ح متناظرتان بالنسبة إلى النقطة ا ؟ لماذا ؟



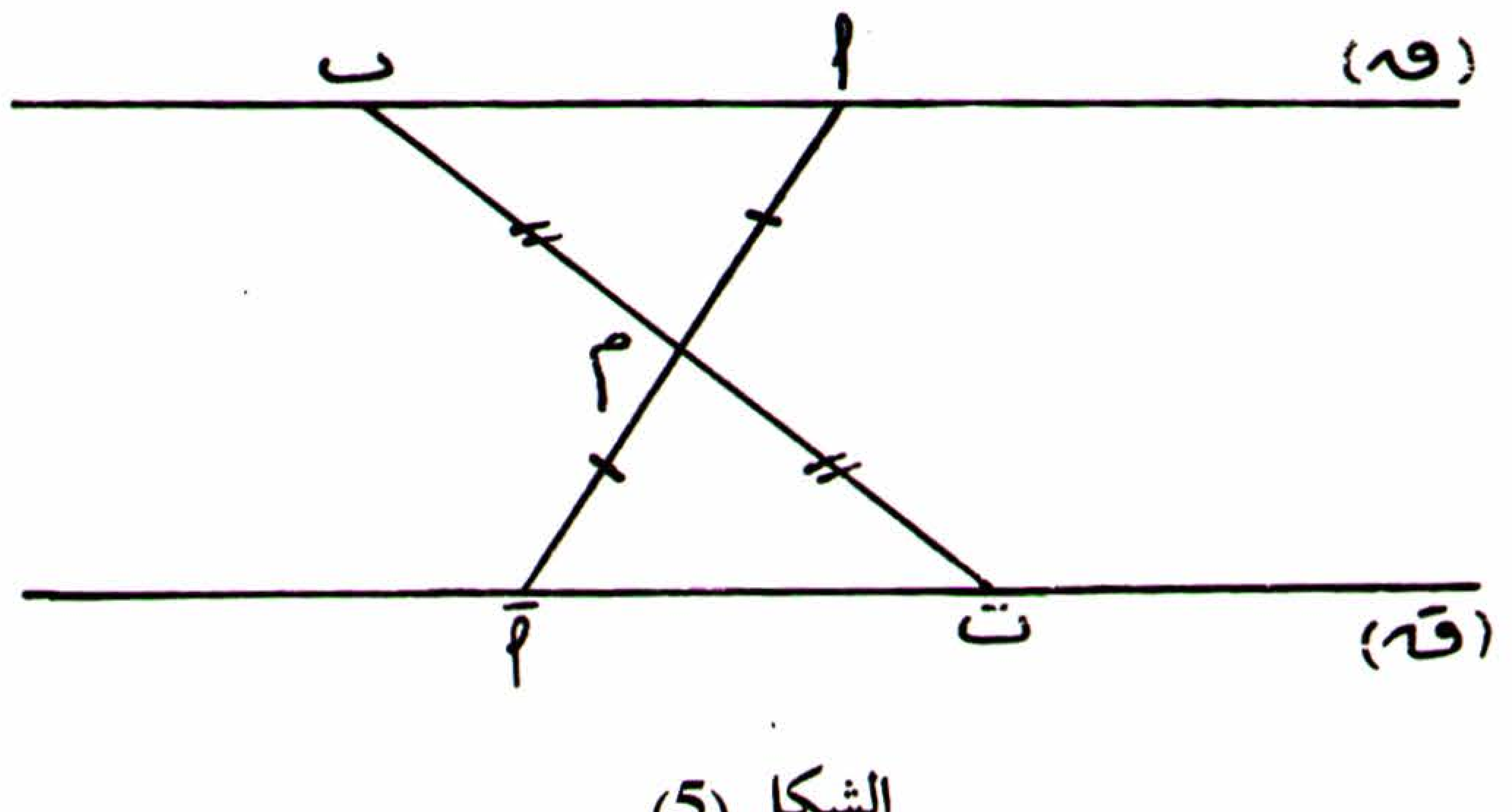
الشكل (4)

---

3 – نظير مستقيم بالنسبة إلى نقطة .

(ق) مستقيم ، م نقطة من المستوي .

الحالة الأولى : م ∉ (ق)



الشكل (5)

أ ، ب نقطتان من (ق) ، أ′ ، ب′ نظيرتاهما على الترتيب بالنسبة إلى م .

– تحقق باستعمال الكوس أن : (أ ب) // (أ′ ب′) .

لاحظ أنه : مهما كانت النقطة ن من (ق) فإن

– نظيرتها ن′ بالنسبة إلى م هي نقطة من (أ′ ب′) .

– ن هي نظيرة ن′ بالنسبة إلى م .

نتيجة :

نظير مستقيم (ق) بالنسبة إلى نقطة م لا تنتمي إليه هو مستقيم (ق′) يوازيه تماما .

الحالة الثانية : م ∈ (ق) .

الشكل (6)

أ ، ب نقطتان من (ق) ، أ′ ، ب′ نظيرتاهما على الترتيب بالنسبة إلى م.

النقط م ، أ′ ، ب′ تنتمي إلى (ق) .

بصفة عامة : مهما كانت النقطة د من (ق) فإن

– نظيرتها د′ بالنسبة إلى م هي نقطة من (ق) .

– د هي نظيرة د′ بالنسبة إلى م .

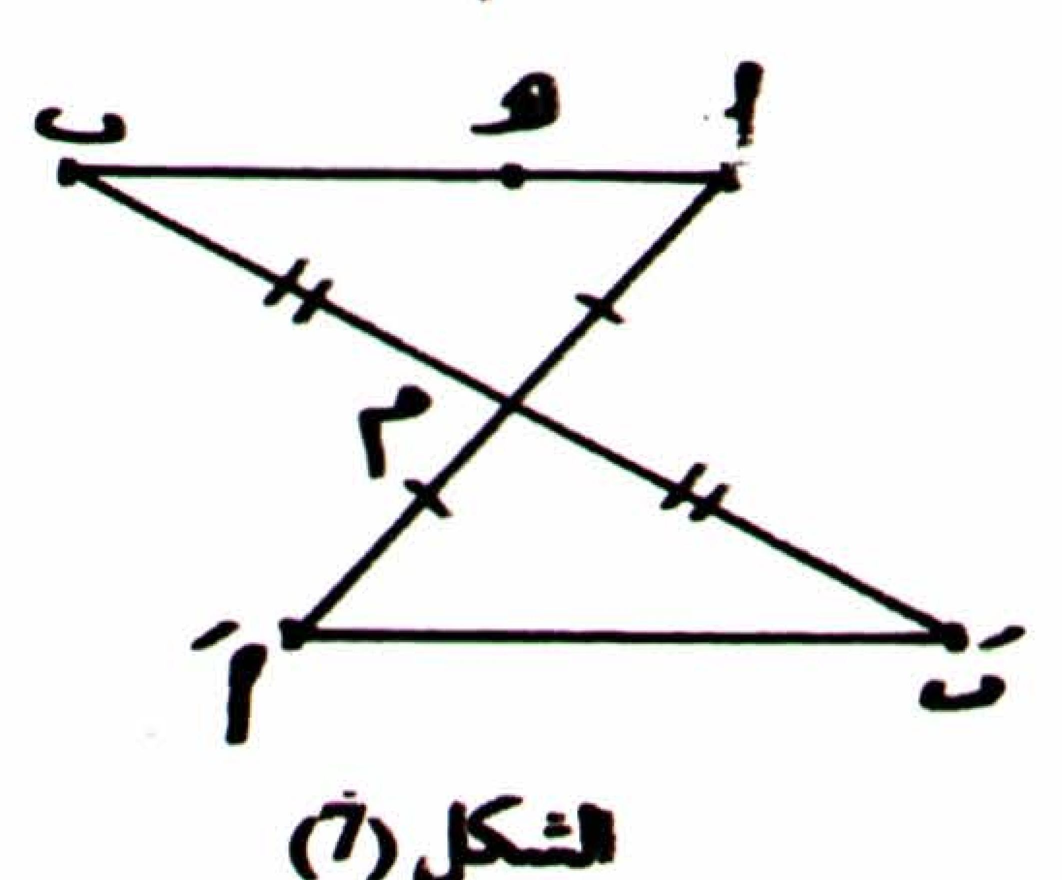
ملاحظة : كل من النقط م ، د ، د′ على استقامة واحدة .

نتيجة :

إذا كانت م نقطة من مستقيم (ق) فإن نظير (ق) بالنسبة إلى م هو (ق) نفسه .

4 – نظيرة قطعة مستقيمة بالنسبة إلى نقطة

[أب] قطعة مستقيمة ، م نقطة من المستوى



الشكل (7)

أ′ ، ب′ هما نظيرتا أ ، ب بالنسبة إلى م على الترتيب .

هـ ∈ [أ ب] .

– عيّن هـ′ نظيرة هـ بالنسبة إلى م .

لاحظ أن : هـ′ ∈ [أ′ ب′] .

بصفة عامة : مهما كانت النقطة د من [أب] فإن

– نظيرتها د′ بالنسبة إلى م هي نقطة من [أ′ب′] .

– د هي نظيرة د′ بالنسبة إلى م .

لاحظ أن :

• أب = أ′ب′ أي أن المسافتين أب ، أ′ب′ متساويتان

و (أب) // (أ′ب′) .

نستنتج :

نظيرة قطعة مستقيمة [أب] بالنسبة إلى نقطة م هي قطعة مستقيمة [أ′ب′] تقايسها وحاملاهما متوازيان .

التناظر المركزي يحفظ المسافات .

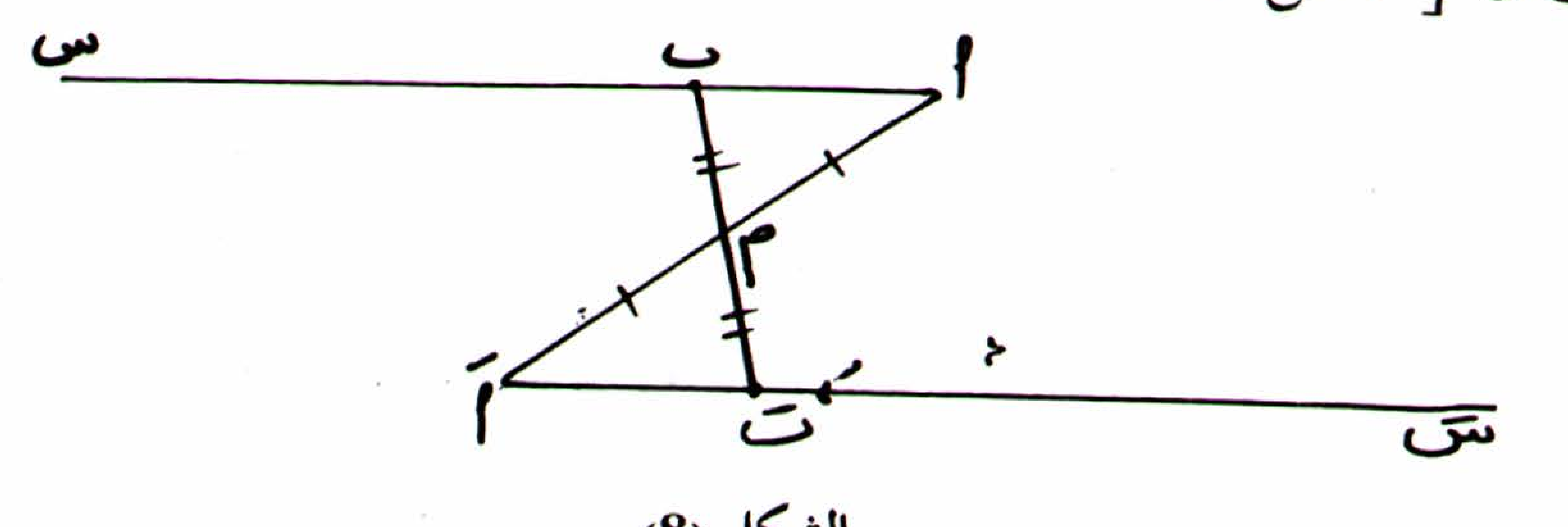
• ارسم مستقيما (ق) . عيّن عليه نقطتين أ و ب .
• أنشيء [أ′ب′] نظيرة [أب] بالنسبة إلى م ، حيث م ∉ (ق) .
• عيّن د′ نظيرة د بالنسبة إلى م حيث د منتصف [أب] .
• تحقق أن د′ منتصف [أ′ب′] .

---

5 ـ نظير نصف مستقيم بالنسبة إلى نقطة .

[أس نصف مستقيم ، م نقطة من المستوى .

ب ∈ [أس .



الشكل (8)

أ′ ، ب′ نظيرتا أ ، ب بالنسبة إلى النقطة م .

[أ′س′ هو نصف المستقيم الذي مبدأه أ′ ويشمل النقطة ب′ .

مهما كانت النقطة هـ من [أ س فإن

- نظيرتها هـ′ بالنسبة إلى م تنتمي إلى [أ′ س′

- هـ هي نظيرة هـ′ بالنسبة إلى م .

• تحقق بالكوس أن حاملي [أ س ، [أ′ س′ متوازيان .

نتيجة :

نظير نصف مستقيم بالنسبة إلى النقطة م هو نصف مستقيم حيث :

• حاملاهما متوازيان .

• ومبدآهما متناظران بالنسبة إلى م .

[م س نصف مستقيم .

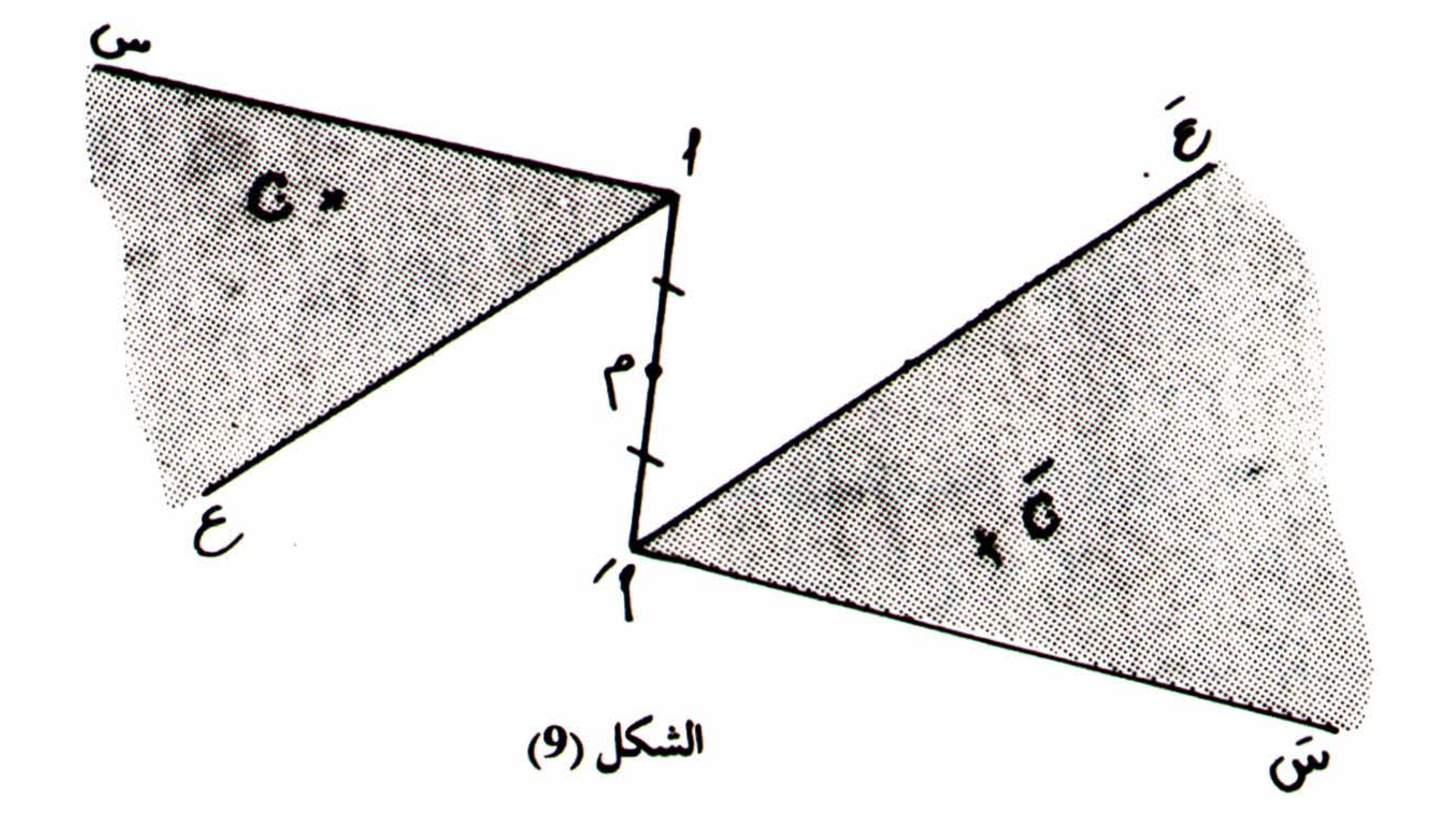
أنشيء نظير [م س بالنسبة إلى م . ماذا تلاحظ ؟

---

6 - نظيرة زاوية بالنسبة إلى نقطة .

[أ س ، أ ع] زاوية ، م نقطة من المستوي .

الحالة الأولى : م ، أ نقطتان متمايزتان



الشكل (9)

أ′ هي نظيرة أ بالنسبة إلى م .

[أ′س′ ، [أ′ع′ نظيرا [أس ، [أع بالنسبة إلى م على الترتيب .

ﻫ نقطة من [أس ، أع] .

ـ عيّن نظيرتها ﻫ′ بالنسبة إلى م .

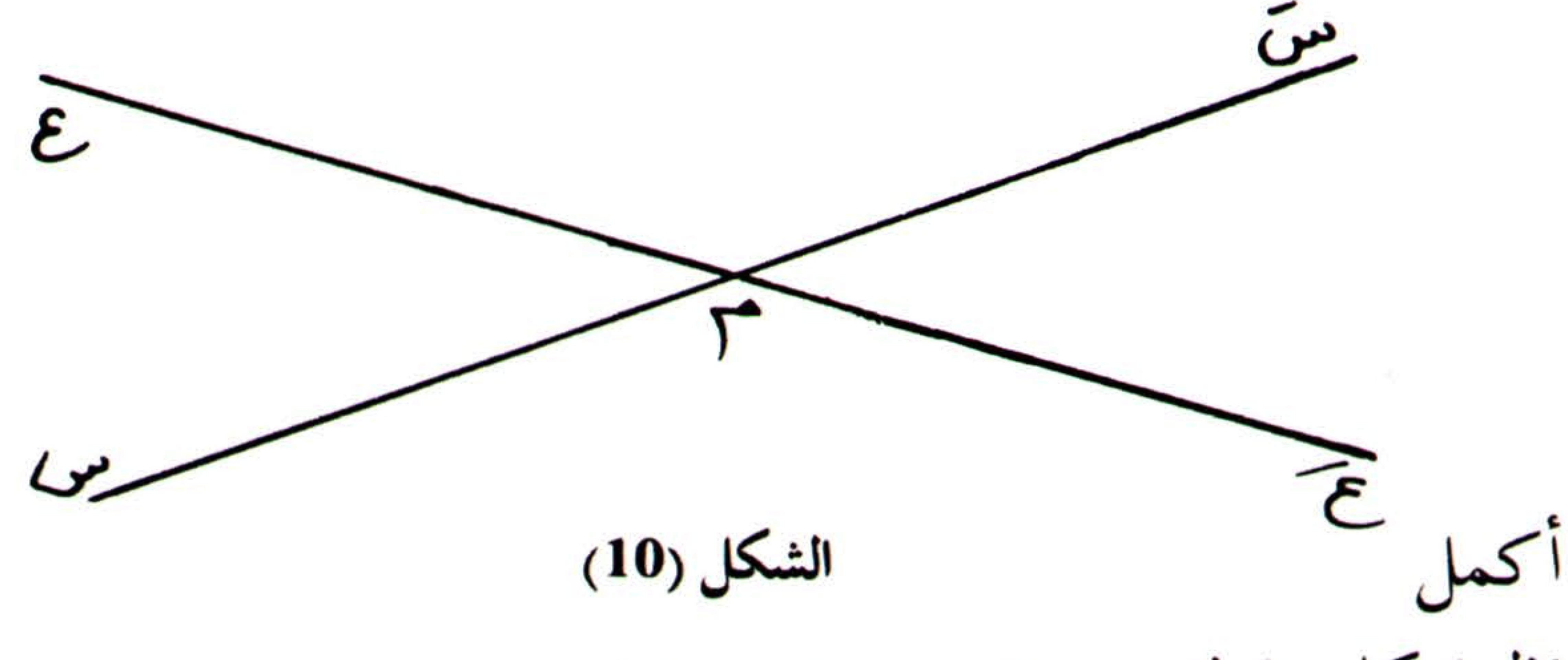
ـ تحقق أن ﻫ′ تنتمي إلى [أ′س′ ، أ′ع′]

إن [أ′س′ ، أ′ع′] هي نظيرة [أس ، أع] بالنسبة إلى م .

ـ تحقق أنهما **متقايستان** .

> نظيرة زاوية [أس ، أع] بالنسبة إلى نقطة م هي الزاوية [أ′س′ ، أ′ع′] حيث :
>
> • $\widehat{س أ ع} = \widehat{س′ أ′ ع′}$
>
> • الرأسان أ ، أ′ متناظران بالنسبة إلى م .
>
> • الضلعان [أس ، [أع متناظران بالنسبة إلى م مع الضلعين [أ′س′ ، [أ′ع′ على الترتيب .

الحالة الثانية : م ، أ نقطتان متطابقتان .



الشكل (10)

أكمل

نظيرة كل نقطة من [م س تنتمي إلى ...

نظيرة كل نقطة من [م ع تنتمي إلى ...

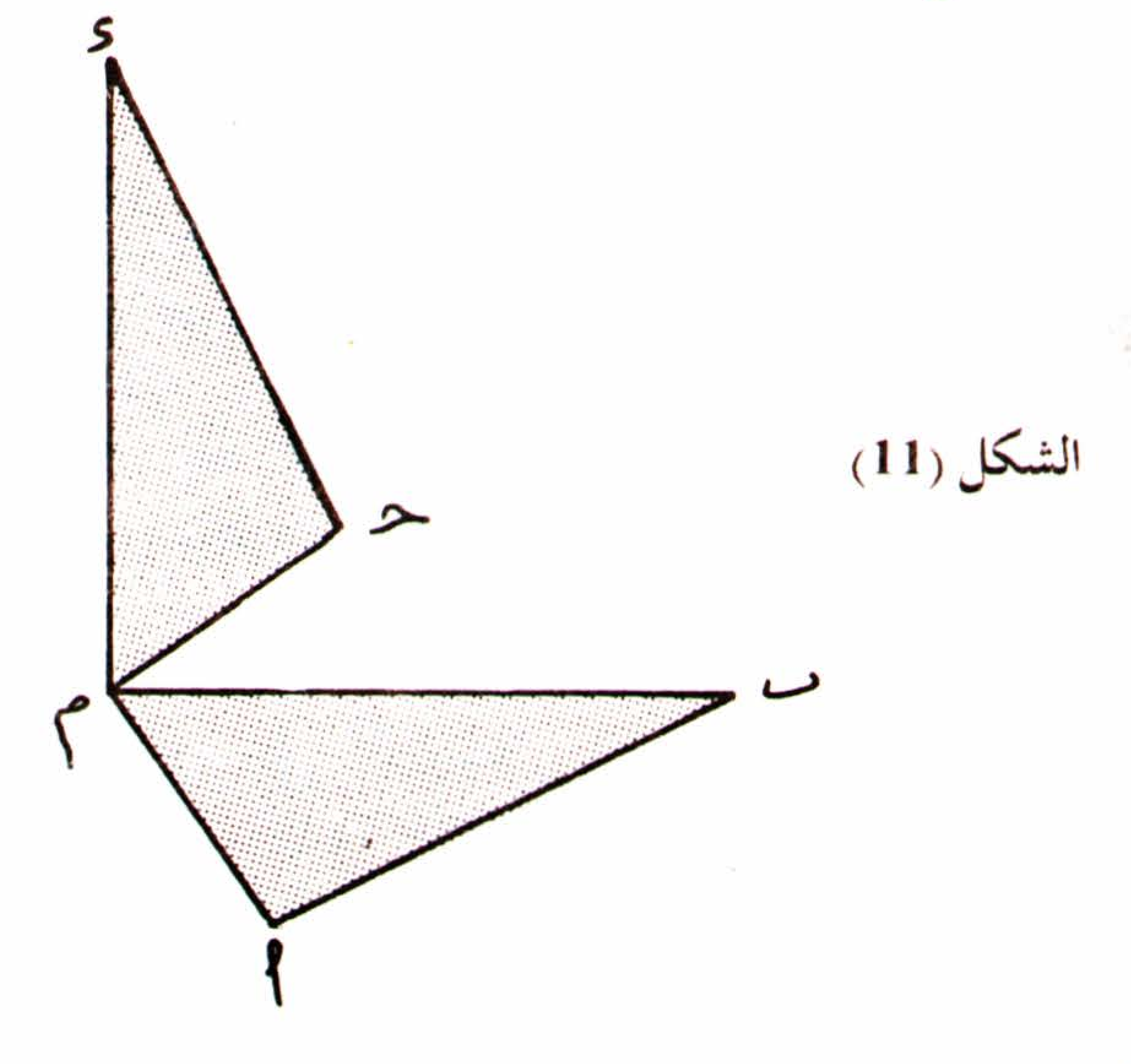
إن نظيرة الزاوية [م س′ ، م ع′] بالنسبة إلى م هي الزاوية [م س ، م ع]

نظيرة زاوية بالنسبة إلى رأسها هي زاوية تقابلها بالرأس .

نظيرة زاوية بالنسبة إلى نقطة م هي زاوية تقايسها

يمكن أن نقول : **التناظر المركزي هو تقايس .**

إليك الشكل :



الشكل (11)

1) أنشيء نظيرة كل من أ ، ب ، حـ ، ء ، م بالنسبة إلى م .
2) أوجد نظيرة كل من [م أ] ، [أ ب] ، [م ب] ، [م حـ] ، [حـ ء] ، [م ء] بالنسبة إلى م .
3) أوجد نظيرة كل من [أ م ، أ ب] ، [ب م ، ب أ] ، [حـ ء ، حـ م] ، [ء حـ ، ء م] بالنسبة إلى م .
4) أنشيء نظير الشكل بالنسبة إلى م .
5) تحقق باستعمال الورق الشفاف أن الشكل المعطى ونظيره متقايسان .

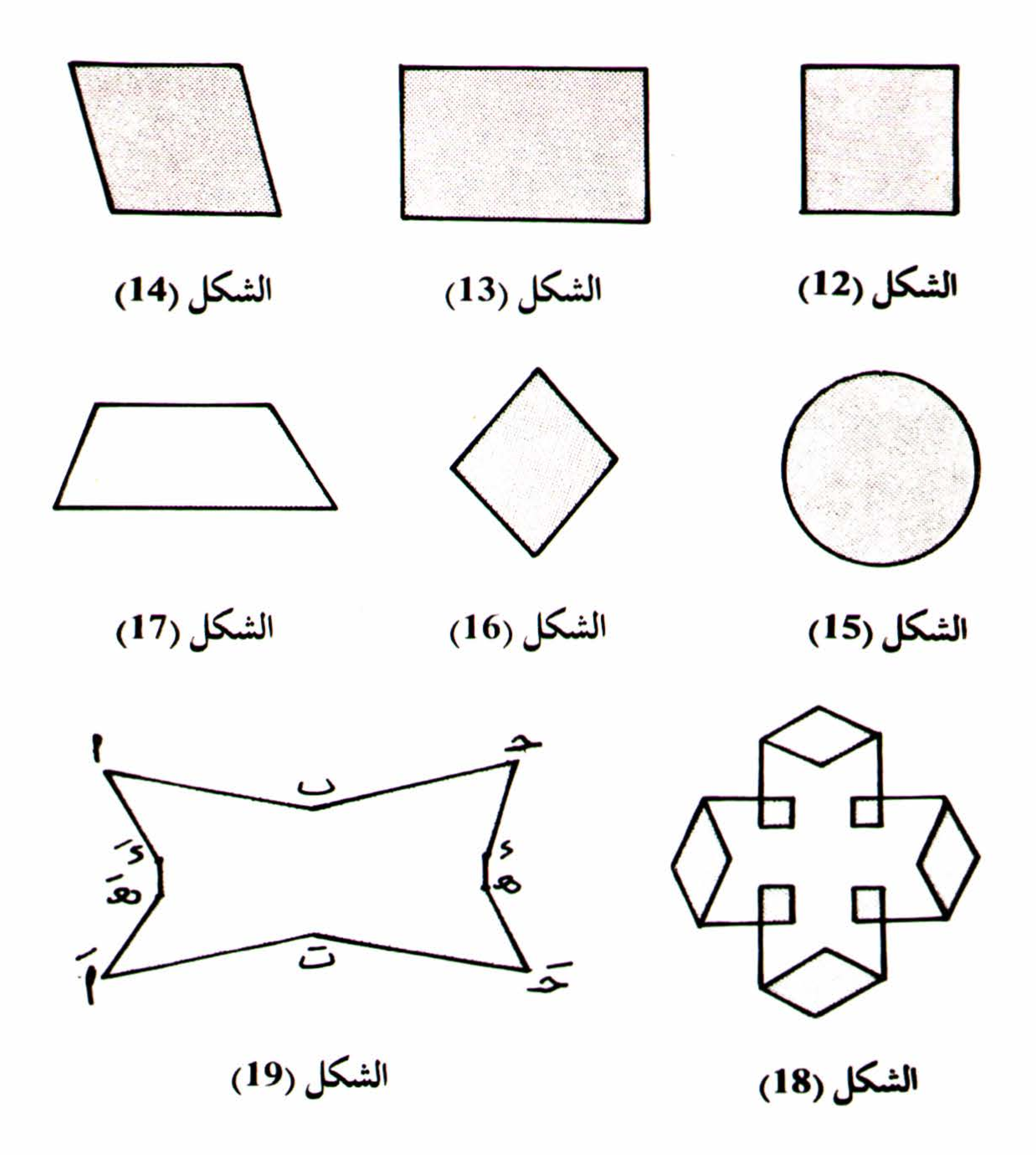
التمارين

1. ا ، ب ، حـ ثلاث نقط متمايزة من المستقيم (س ع)
عين نظيرة كل من ا ، ب بالنسبة إلى حـ .
ـ ما هي نظيرة [ا ب] بالنسبة إلى حـ ؟
ـ عيّن نظير [ب س بالنسبة إلى حـ ؟
ـ ما هو نظير (س ع) بالنسبة إلى حـ ؟

2. ا ، ب نقطتان مختلفتان من مستقيم (س ع) . م نقطة لا تنتمي إلى (س ع) .
ـ عيّن نظيرة كل من ا ، ب بالنسبة إلى م .
ـ عيّن نظيرة كل من [ا ع ، [ا س بالنسبة إلى م .
ـ ما هو نظير (س ع) بالنسبة إلى م ؟ ماذا تلاحظ ؟

3. ا ، ب ، حـ ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة .
م منتصف [ا حـ] ، عيّن ء نظيرة ب بالنسبة إلى م .
أكمل ما يلي :
ا نظيرة ... بالنسبة إلى م
[ا حـ] نظيرة ... بالنسبة إلى م .
[حـ ء] نظيرة ... بالنسبة إلى م
[حـ ب] نظيرة ... بالنسبة إلى م
نظيرة [ب ا ، ب حـ] بالنسبة إلى م هي ...
نظيرة [ا حـ ، ا ب] بالنسبة إلى م هي ...
نظير الرباعي ا ب حـ ء بالنسبة إلى م هو...

4. باستعمال القص والطي والمدور والمسطرة . أوجد مركز تناظر كل من الأشكال الآتية إن امكن :



الشكل (12) الشكل (13) الشكل (14)

الشكل (15) الشكل (16) الشكل (17)

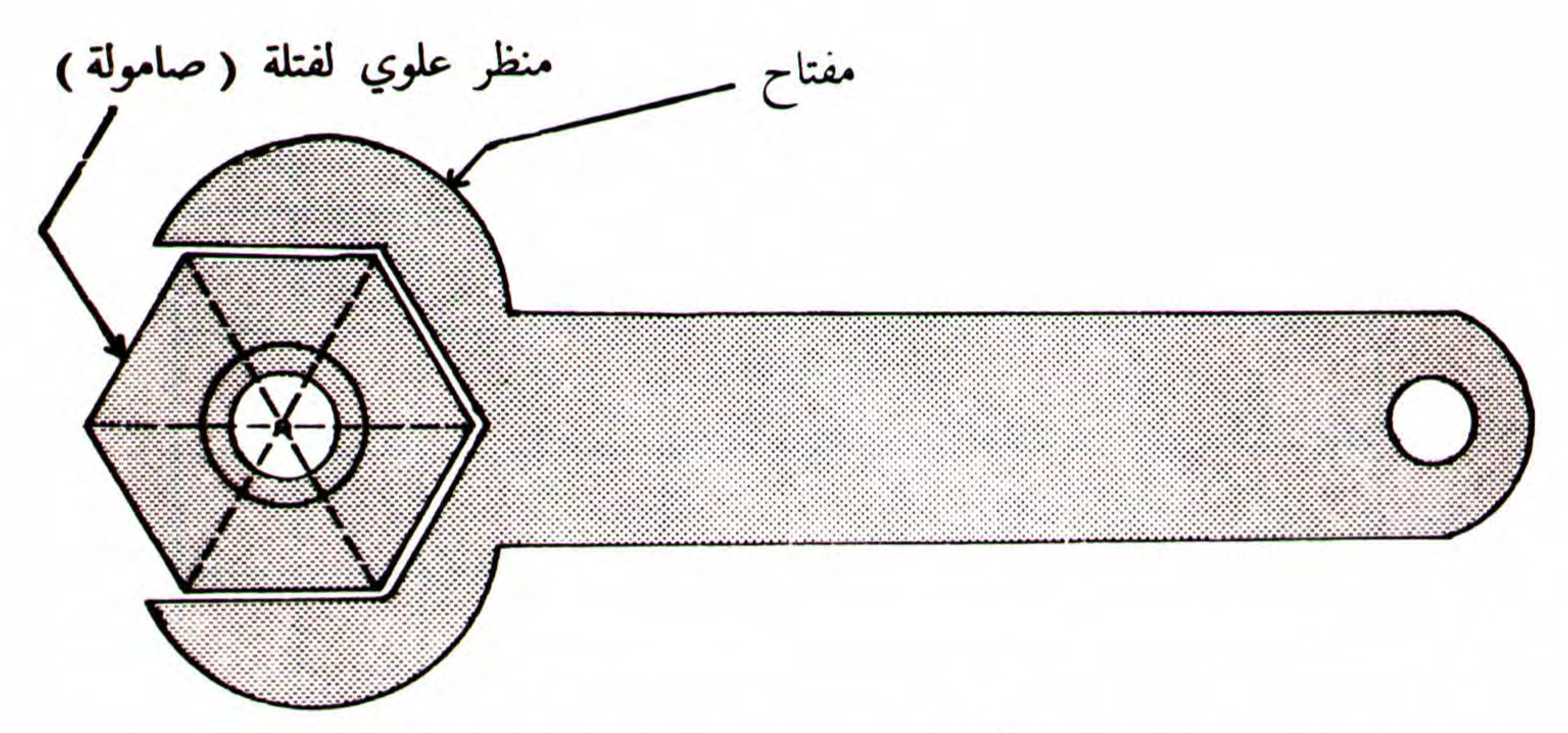
الشكل (18) الشكل (19)

5. (ة) دائرة مركزها م ، ا ، ب نقطتان متمايزتان من (ة)
- عيّن ا′ ، ب′ نظيرتي ا ، ب على الترتيب بالنسبة إلى م .
هل ا′ ، ب′ نقطتان من (ة) ؟
- ما هي نظيرة القوس $\overset{\frown}{\text{اب}}$ بالنسبة إلى م .
- ما هي نظيرة (ة) بالنسبة إلى م ؟

6. ابجد مستطيل . عيّن نظير ابجد بالنسبة إلى نقطة تقاطع قطريه .
- عيّن نظير ابجد بالنسبة إلى كل من الرأسين ا ، جـ
- عيّن نظير ابجد بالنسبة إلى كل من الرأسين ب ، د
- ارسم الشكل الناتج .

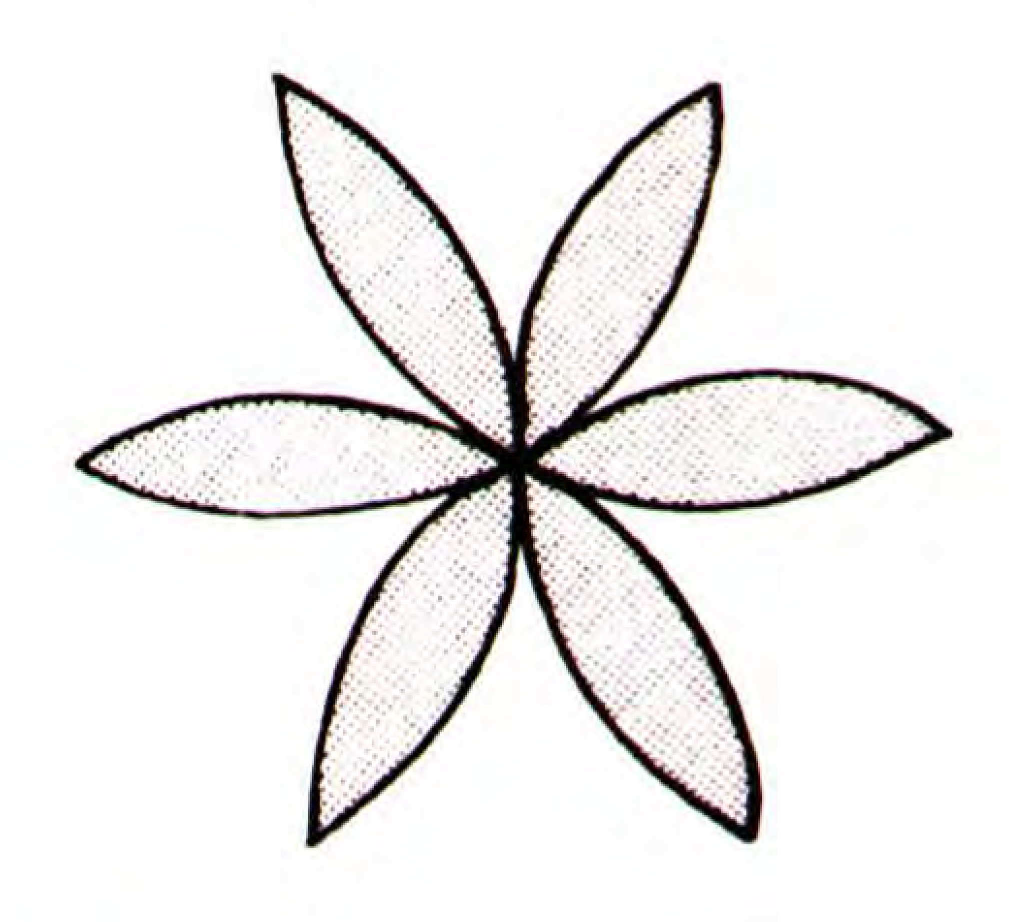
7. ا ب حـ مثلث . عيّن النقطة ء نظيرة ب بالنسبة إلى م منتصف الضلع [ا حـ] .
- ارسم الشكل الناتج في كل من الحالات الآتية :
1) ا ب = ب حـ
2) المثلث ا ب حـ قائم في ب .
3) ا ب حـ مثلث قائم في ب و ا ب = ب حـ .

لاحظ التناظر المركزي في الأشكال الآتية :

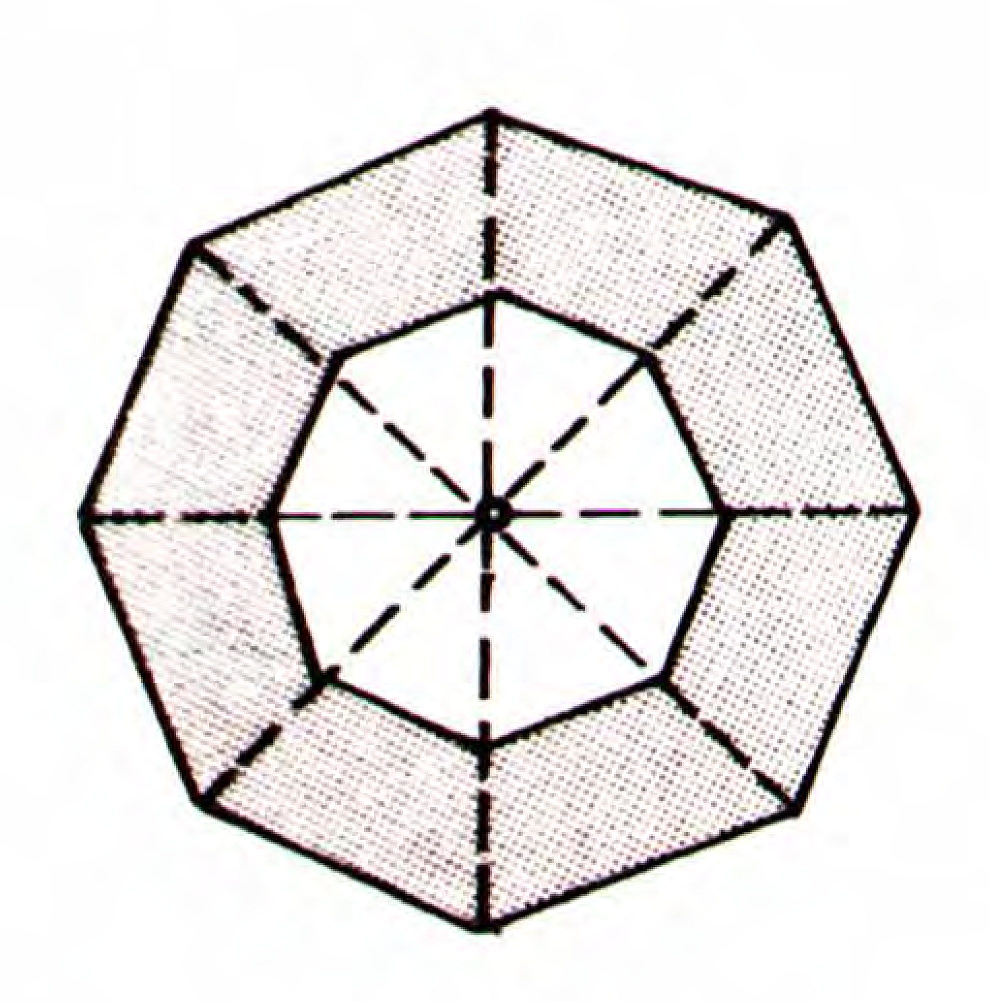


- هل المفتاح متناظر مركزياً ؟

الفتلة السداسية متناظرة مركزيا



وردة سداسية متناظرة مركزياً
هل للبتلة الواحدة مركز تناظر ؟



الشكل المثمّن متناظر مركزياً

انقل المرصوفة المربعة 10×10 التي مركزها النقطة م .

لوّن بالأخضر أربعين مربعاً كيفما شئت .
تحقق من وجود على الأقل مربعين أبيضين متناظرين بالنسبة إلى م .
لوّن هذين المربعين باللون الأحمر .

12 القسمة الإقليدية في ط

1 ـ حاصل القسمة والباقي

النشاط الأول :

ـ اكتب $م_7$ مجموعة مضاعفات العدد الطبيعي 7.

تجد : $م_7$ = { 0 ، 7 ، 14 ، 21 ، 28 ، 35 ، 42 ، ... }

ـ هل العدد الطبيعي 39 مضاعف للعدد 7 ؟

لاحظ الشكل (1)

أ — س

0 7 14 21 28 35 42 49 56

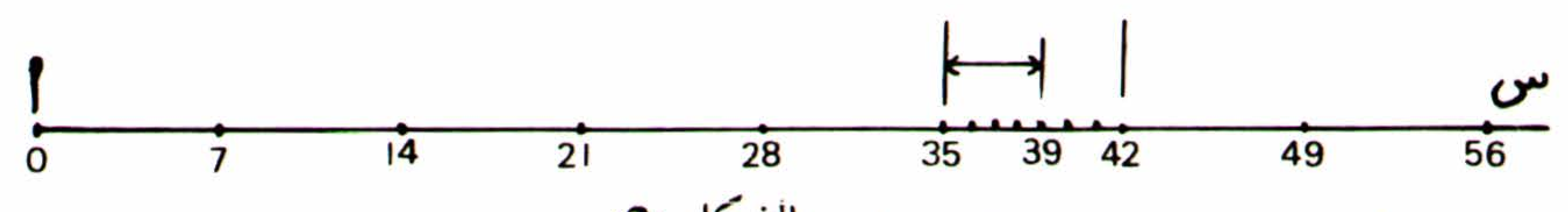
الشكل (1)

ـ احصُر 39 بين مضاعفين متتاليين للعدد 7 .

تجد : $42 > 39 > 35$

أي : $(1 + 5) \times 7 > 39 > 5 \times 7$

إليك الشكل (2)



الشكل (2)

لاحظ أن : $4 = 5 \times 7 - 39$

نكتب أيضا : $4 + 5 \times 7 = 39$

هذه الكتابة تعني أننا **قسمنا** العدد 39 على 7 .

- **حاصل القسمة** هو 5 .
- **باقي القسمة** هو 4 .

لاحظ أن : $4 < 7$ أي الباقي أصغر من القاسم .

النشاط الثاني :

ـ عيّن حاصل وباقي قسمة العدد 54 على 6 .

تعلم أن : $54 = 6 \times 9$

يمكن أن نكتب أيضا : $54 = 6 \times 9 + 0$.

إن **الحاصل** هو 9 **والباقي** هو 0 .

ولدينا : $(1 + 9) \times 6 > 54 \geqslant 9 \times 6$

2 ـ القسمة الإقليدية

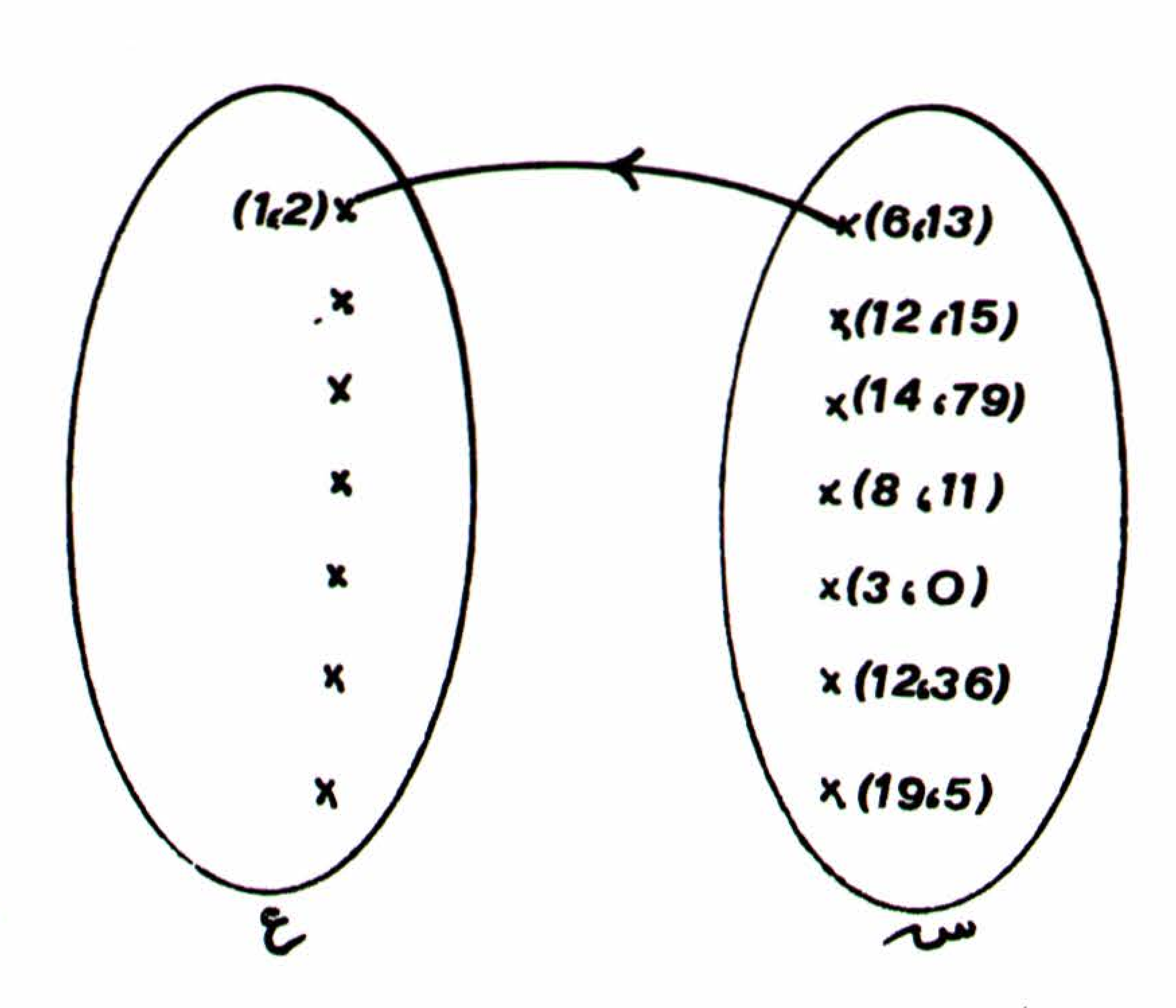
النشاط الأول :

ـ أكمل الجدول التالي :

القسمة	الكتابة المناسبة	الحصر
178 ∣ 12 58 ∣ 14 10	$10+14\times12=178$ و $12 > 10$	$180>178\geqslant168$ أي $(1+14)\times12>178\geqslant14\times12$
1375 ∣ 25	$\ldots+\ldots\times\ldots=\ldots$ و $\ldots > \ldots$	$\ldots > 1375 \geqslant \ldots$ أي $\ldots\times\ldots>1375\geqslant\ldots$
... ∣ ...	$93+16\times130=2173$ و $130 > 93$	$\ldots > \ldots \geqslant \ldots$ أي $\ldots\times\ldots>\ldots\geqslant\ldots$
207 ∣ 315 207 ∣ 0	$\ldots+\ldots\times\ldots=\ldots$ و $315 > 207$	$\ldots>207\geqslant\ldots$ أي $(1+0)\times315>207\geqslant0\times315$

النشاط الثاني :

إليك المخطط :



حيث نرفق كل ثنائية مرتبة (أ ، ب) من س
بالثنائية المرتبة (حـ ، د) من ع بحيث :
حـ هو حاصل قسمة أ على ب، د هو باقي القسمة .

مثلا : (13 ، 6) $\mapsto$ (2 ، 1) .
ـ أكمل هذا المخطط .
ـ هل هذا المخطط يمثل تطبيقا ؟ هل هو تقابل ؟ لماذا ؟
إذا رمزنا بالحروف م ، ق ، حـ ، ب للمقسوم والقاسم وحاصل القسمة والباقي على الترتيب فنكتب :

م = ق × حـ + ب و 0 ⩽ ب < ق

ولدينا أيضا : ق × حـ ⩽ م < ق × (حـ + 1)

العملية التي ترفق كل عددين طبيعيين م ، ق حيث ق ≠ 0
بعددين طبيعيين حـ ، ب بحيث : م = ق × حـ + ب
و 0 ⩽ ب < ق تسمى القسمة الإقليدية في ط .

1) تحقق من أن : $14 + 17 \times 13 = 235$

ـ هل 14 هو باقي قسمة 235 على 13 ؟

ـ هل 17 هو حاصل قسمة 235 على 13 ؟

ـ أوجد حاصل وباقي قسمة 235 على 13 .

2) العددان الطبيعيان 900 ، 909 هما مضاعفان متتاليان للعدد 9

ـ أوجد كل الأعداد الطبيعية المحصورة بين 900 ، 909 ، ثم أوجد بواقي قسمة كل منها على 9 . ما هو حاصل القسمة في كل حالة ؟

ـ ما هو أكبر هذه الأعداد وما هو أصغرها ؟

ـ اكتب بترتيب طبيعي هذه الأعداد .

3 ـ تطبيق القسمة الإقليدية في العد .

نشاط :

ـ أكمل الجدول التالي :

النظام / الاعداد	الثنائي	الثلاثي	الرباعي	الخماسي	السداسي	السباعي	الثماني	التساعي	العشري
صفر	0	0	0	0	0				0
واحد	1	1	1	1	1				1
اثنان	10	2	2	2	2				2
ثلاثة	11	10	3	3	3				3
اربعة	100	11	10	4	4				4
خمسة	101	12	11	10	5				5
ستة	110	100	12	11	10	6			6
سبعة					11	10			7
ثمانية						11	10		8
تسعة							11	10	9
عشرة								11	10

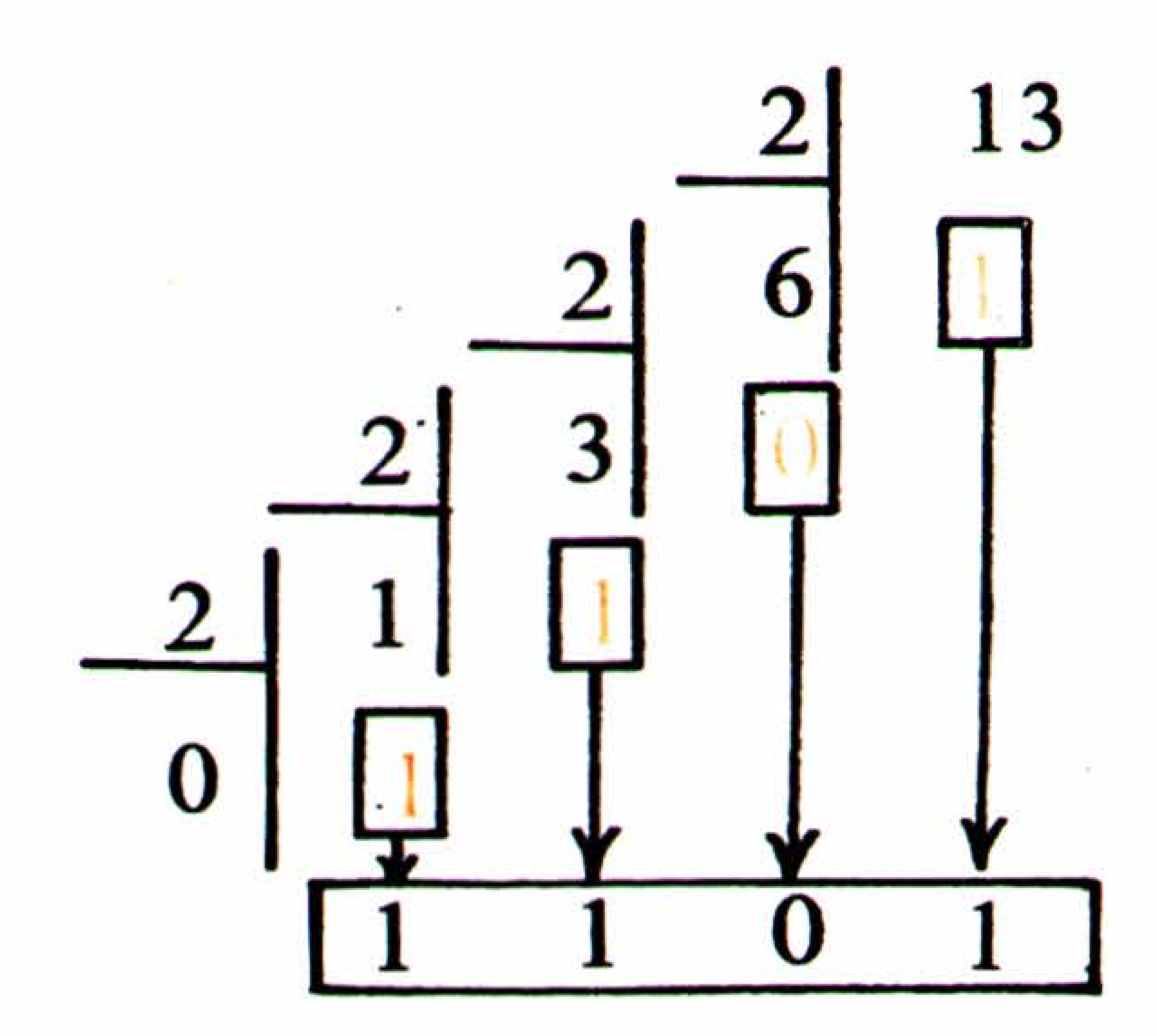
* الانتقال من النظام العشري إلى النظام الثنائي .

تذكّر أنه لكتابة العدد 13 في النظام الثنائي

ـ نقسم هذا العدد على 2 .

ـ ثم نقسم الحاصل مرّة أخرى على 2 ونتوقّف عن القسمة عندما يكون الحاصل الأخير صفرا .

انظر الشكل



13 (عشرة) = 1101 (اثنان)

يقرأ العدد 1101 (اثنان) :

واحد ـ صفر ـ واحد ـ واحد .

ـ اكتب الأعداد الآتية في النظام الثنائي :

22 ، 37 ، 9 ، 40 .

---

* الانتقال من النظام الثنائي إلى النظام العشري .

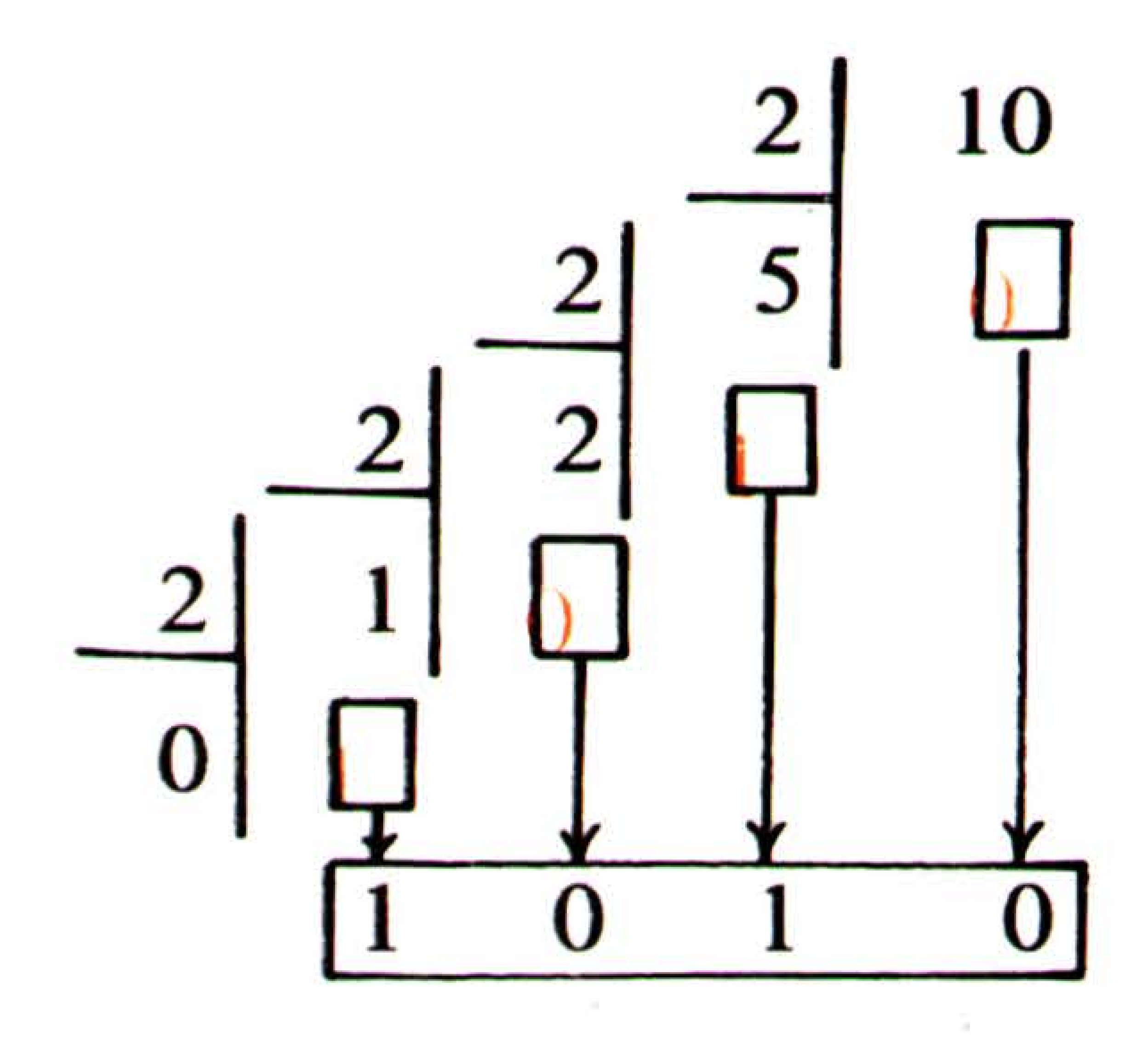
النشاط الأول :

ـ اكتب العدد 1010 (اثنان) في النظام العشري .

نجد : 1010 (اثنان) $= 0 + 1 \times 2 + 0 \times {}^{2}2 + 1 \times {}^{3}2$

أي : 1010 (اثنان) = 10 (عشرة) .

التحقيق :



النشاط الثاني :

ـ اكتب العدد 10111 (اثنان) في النظام العشري .

نجد : 10111 (اثنان) $= 1 + 1 \times 2 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4$

10111 (اثنان) = 23 (عشرة)

ـ اكتب في النظام العشري كلاً من الأعداد الآتية :

101101 (اثنان) ؛ 1111 (اثنان) ؛ 1000 (اثنان) ؛
100100 (اثنان)

التمارين

1.1) عيّن $م_{29}$ مجموعة مضاعفات العدد 29 . هل 137 $\in$ $م_{29}$ ؟

2) احصر العدد 137 بين مضاعفين متتاليين للعدد 29 .
ثم استنتج حاصل وباقي قسمة العدد 137 على 29 .

2. نفس السؤال بالنسبة لقسمة العدد 291 على 57 .

1.3) احصر بين مضاعفين متتاليين للعدد 13 كلاً من الأعداد الطبيعية :
73 ؛ 143 ؛ 96 .

2) احسب باقي قسمة كل من هذه الأعداد على 13 .

1.4) ما هي المجموعة : {س /.س ∍ ط و 11 س ⩾ 149 > 12 س}

2) ما هي المجموعة : {ع / ع ∍ ط و 53 ع ⩾ 541 > 53 (ع + 1)}

5. أكمل المساواوات التالية :

$16 + 7 \times 15 = \ldots$ ؛ $\ldots + 13 \times 333 = 4363$ ؛

$\ldots + \ldots \times 148 = 1332$ ؛ $9 + \ldots \times 33 = 1527$ ؛

$24 + 157 \times \ldots = 7246$ ؛ $501 + \ldots \times 573 = 186726$.

6. من بين المساويات الآتية ما هي المساويات التي تعبر كل منها عن قسمة إقليدية :

$5 + 7 \times 13 = 96$ ؛ $18 + 13 \times 6 = 96$ ؛ $0 + 12 \times 8 = 96$ ؛

$8 + 8 \times 11 = 96$ ؛ $15 + 9 \times 9 = 96$ ؛ $26 + 14 \times 5 = 96$.

7. اعط الكتابات المناسبة التي تعبّر عن القسمة الاقليدية للعدد 376 على 19 ثم للعدد 467 على 19 .

1.8) ما هي مجموعة الأعداد الطبيعية التي إذا قُسم كل منها على 7 يكون حاصل القسمة 15 ؟

2) ما هي مجموعة الأعداد الطبيعية التي إذا قُسم كل منها على 5 يكون حاصل القسمة 15 ؟

9. تحقّق من أن : $887 = 32 \times 27 + 23$.

1) ما هما حاصل وباقي قسمة العدد 887 على 32 ؟

2) أضف 5 إلى كل من العددين 887 و 23.هل تعبر المساواة الناتجة عن القسمة الإقليدية للعدد 892 على 32 ؟

3) ما هو العدد الذي يمكن إضافته إلى المقسوم وإلى الباقي دون أن يتغيّر حاصل القسمة والقاسم .

10. اقسم كلاًّ من العددين الطبيعيين 427 ، 246 على فرقهما قارن بين الباقيين في عمليتي القسمة .

11. أكمل بالارقام المناسبة ما يلي :

....	26
...	108
..	

6..6.	49
19.	13.7
.76	
359	

4410	...
50.	6.
..6	

98.0	..
18.	4.
.5	
..	

12. نفس السؤال :

7432	51.
2312	1.
...	

49873	...
387	216
1573	
193	

.....	567
....	1716
...	
....	
..	

13. أوجد بدون إجراء الحساب حاصل وباقي القسمة الإقليدية في كل من الحالات الآتية :

3756 على 100 ، 18487 على 1000 ، 4532 على 10 .

14. 1) اجر القسمة الإقليدية للعدد 453 على 17 ثم أكمل ما يلي :

$453 = 17 \times ... + ...$ ، $0 \leqslant ... < 17$.

2) اضرب كلاً من العددين 453 و 17 في 4 ثم في 7 .

اعط الكتابات المناسبة التي تعبّر عن قسمة 453×4 على 17×4 وعن قسمة 453×7 على 17×7 .

15. اقسم 458 على 6 تحصل على :

$458 = 6 \times 76 + 2$ ، $2 < 6$.

1) اضرب على التوالي كلا من المقسوم والقاسم في 2 ؟
ثم احسب حاصل القسمة والباقي . ماذا تلاحظ ؟
2) نفس السؤال الأول بضرب كل من المقسوم والقاسم في 3 ، 4 ، 5 ثم احسب حاصل القسمة والباقي . ماذا تلاحظ ؟
3) أكمل ما يلي :
إذا ضرب كل من المقسوم والقاسم في نفس العدد الطبيعي فإن حاصل القسمة ... والباقي ...

16. اقسم 698 على 73 تحصل على :
$698 = 73 \times 9 + 41$ و $41 < 73$.
1) أضف على التوالي مرّة بعد مرّة الاعداد 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 إلى العدد 698 ثم اجر عملية قسمة العدد الناتج في كل مرة على 73 .
2) استنتج أكبر عدد ممكن إذا أضيف إلى العدد 698 فإن حاصل القسمة لا يتغير .

حوار

سعيد : تصوّر ثلاثة أرقام مختلفة .
كم عدداً طبيعياً يمكن تأليفهُ من هذه الأرقام الثلاثة ، إذا استعملت كل رقم مرّة واحدة فقط في كل عدد .

علي : ستة أعداد (تحقق من ذلك) .

سعيد : الآن ، اقسم مجموع هذه الأعداد الستة على مجموع الأرقام الثلاثة التي تصورتها .

علي : انتهى .

سعيد : تجد أن الحاصل 222 . علل ذلك .

أعن علي على التعليل .

13 قواعد قابلية القسمة

• هناك قواعد لمعرفة قابلية قسمة عدد طبيعي ن على عدد طبيعي غير معدوم هـ دون إجراء عملية القسمة .

هذه القواعد تسمى **قواعد قابلية القسمة** .

• تذكّر أن العدد الطبيعي ن يقبل القسمة على العدد الطبيعي غير المعدوم هـ إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد ن على هـ هو صفرا .

1 ـ قابلية القسمة على 10 :

تعلم أنه : يقبل عدد طبيعي القسمة على 10 إذا كان رقم آحاده صفرا

نشاط :

ـ أوجد باقي قسمة كلا من الاعداد الآتية على 10 :

11 ، 50 ، 1043 ، 919 ، 257 .

تجد أن الباقي دوما هو رقم الآحاد .

نتيجة : باقي قسمة عدد طبيعي على 10 هو رقم آحاده .

ـ هل كل عدد طبيعي زوجي يقبل القسمة على 10 ؟

---

2 ـ قابلية القسمة على 2 :

نشاط :

1) أوجد باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على 2 :

22 ، 43 ، 148 ، 1005 ، 1700 ، 244 ، 106 ، 29

2) أوجد باقي قسمة رقم آحاد كل من الأعداد السابقة على 2

لاحظ أن باقي قسمة كل من هذه الأعداد على 2 هو باقي قسمة رقم آحادها على 2.

قاعدة :

يقبل عدد طبيعي القسمة على 2 إذا كان رقم آحاده عنصرا من المجموعة { 0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8 }.

نتيجة :

باقي قسمة عدد طبيعي على 2 هو باقي قسمة رقم آحاده على 2.

1) هل يقبل كل عدد زوجي القسمة على 2 ؟
2) تحقق أن باقي قسمة عدد طبيعي فردي على 2 هو 1 .

3 ـ قابلية القسمة على 5 :

نشاط :

– أوجد باقي قسمة كل من الاعداد الآتية على 5 .

717 ؛ 514 ؛ 125 ؛ 105 ؛ 120 ؛ 138 ؛ 251 .

– ما هي الأعداد التي تقبل القسمة على 5 ؟

لاحظ أن رقم آحاد كل منها هو إمَّا 0 أو 5 .

– أوجد باقي قسمة رقم آحاد كل من الأعداد السابقة على 5 .

لاحظ أن باقي قسمة كل من هذه الأعداد على 5 هو باقي قسمة رقم آحاده على 5 .

قاعدة :

يقبل عدد طبيعي القسمة على 5 إذا كان رقم آحاده عنصرا من المجموعة { 0 ، 5 }.

نتيجة :

باقي قسمة عدد طبيعي على 5 هو باقي قسمة رقم آحاده على 5.

1) أوجد أربعة اعداد يقبل كل منها القسمة على 5 .
2) أوجد أربعة اعداد طبيعية يقبل كل منها القسمة على 2 وعلى 5 في آن واحد .

4 ـ قابلية القسمة على 100 :

نشاط :

1) أوجد باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على 100 :
117 ، 1050 ، 1500 ، 500 ، 1575 ، 200 .
2) قارن الباقي بالعدد المؤلّف من رقمي آحاد وعشرات كل من الأعداد السابقة . ماذا تلاحظ ؟

قاعدة :

يقبل عدد طبيعي القسمة على 100 إذا كان كل من رقمي آحاده وعشراته صفرا .

نتيجة :

باقي قسمة عدد طبيعي على 100 هو العدد المؤلف من رقمي آحاد وعشرات هذا العدد .

5 ـ قابلية القسمة على 4 :

نشاط : لاحظ الجدول وأكمله :

العدد	باقي قسمته على 4	العدد المكون من رقمي الآحاد والعشرات	باقي قسمة هذا العدد على 4	الملاحظة
572	0	72	0	572 ، 72 لهما نفس باقي القسمة على 4
216		16		
458				
1980				
37600				

تلاحظ أن العدد الطبيعي يقبل القسمة على 4 إذا كان العدد المؤلّف من رقمي الآحاد والعشرات مضافا للعدد 4 .

قاعدة :

يقبل عدد طبيعي القسمة على 4 إذا كان العدد المؤلّف من رقمي الآحاد والعشرات يقبل القسمة على 4 .

نتيجة :

باقي قسمة عدد طبيعي على 4 هو باقي قسمة العدد المؤلف من رقمي آحاد وعشرات هذا العدد .

1) أوجد أربعة أعداد طبيعية تقبل القسمة على 4 وتحقّق أنها تقبل القسمة على 2 .

2) أوجد أربعة أعداد طبيعية تقبل القسمة على 2 .

هل كل عدد طبيعي يقبل القسمة على 2 يقبل القسمة على 4 ؟

6 ـ قابلية القسمة على 25 :

نشاط : لاحظ الجدول وأكمله :

العدد	باقي قسمته على 25	العدد المكون من رقمي الآحاد العشرات	باقي قسمة هذا العدد على 25	الملاحظة
1250	0	50	0	1250 و 50 لهما نفس باقي القسمة على 25
3275				
1986				
2470				

تلاحظ أن العدد الطبيعي يقبل القسمة على 25 إذا كان العدد المؤلف من رقمي الآحاد والعشرات مضاعفا للعدد 25 .

قاعدة :

يقبل عدد طبيعي القسمة على 25 إذا كان العدد المؤلف من رقمي آحاده وعشراته قابلا القسمة على العدد 25.

1) أوجد ثلاثة أعداد طبيعية تقبل القسمة على 25 ، وتحقق أنها تقبل القسمة على 5 .

2) أوجد ثلاثة أعداد طبيعية تقبل القسمة على 5 .

هل كل عدد طبيعي يقبل القسمة على 5 يقبل القسمة على 25 ؟

3 ـ قابلية القسمة على 3 :

نشاط :

ـ لاحظ الجدول وأكمله :

العدد	باقي قسمته على 3	مجموع أرقامه	باقي قسمة مجموع الأرقام على 3	الملاحظة
453	0	12	0	453 و 12 لهما نفس باقي القسمة على 3
856				
1024				
9651				
17091				

تلاحظ أن العدد الطبيعي يقبل القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3 .

قاعدة :

يقبل عدد طبيعي القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه قابلا للقسمة على العدد 3 .

نتيجة :

باقي قسمة عدد طبيعي على 3 هو باقي قسمة مجموع أرقامه على 3

8 ـ قابلية القسمة على 9 :

نشاط :

لاحظ الجدول وأكمله :

العدد	باقي قسمته على 9	مجموع أرقام العدد	باقي قسمة مجموع الأرقام على 9	الملاحظة
207	0	9	0	207 ، 9 لهما نفس باقي القسمة على 9
1845				
6147				
7985				
8649				

تلاحظ أن العدد الطبيعي يقبل القسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9 .

قاعدة :

يقبل عدد طبيعي القسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه قابلا للقسمة على 9 .

1) أوجد أربعة أعداد طبيعية تقبل القسمة على 3. ثم أوجد أربعة أعداد تقبل القسمة على 9 .
هل كل عدد يقبل القسمة على 3 يقبل القسمة على 9 ؟
هل كل عدد يقبل القسمة على 9 يقبل القسمة على 3 ؟

2) أوجد باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على 9 :
512 ، 2801 ، 356 .
تحقق أن باقي قسمة كل من هذه الأعداد على 9 هو باقي قسمة مجموع أرقام كل منها على 9 .

التمارين

1. م = { 42 ، 85 ، 120 ، 144 ، 1970 ، 3146 ، 8930 ، 21009 ، 1386 ، 2911 ، 515 ، 3948 }

1) عيّن س مجموعة عناصر م التي يقبل كل منها القسمة على 2 .
2) عيّن ع مجموعة عناصر م التي يقبل كل منها القسمة على 5 .
3) عيّن ل مجموعة عناصر م التي يقبل كل منها القسمة على 2 وعلى 5 في آن واحد .
4) هل { س ، ع } تجزئة للمجموعة م ؟

2. ك = { 75 ، 120 ، 19700 ، 3175 ، 2916 ، 5550 ، 2100 ، 3948 ، 1425 ، 42 }.

1) عيّن س مجموعة عناصر ك التي يقبل كل منها القسمة على 4.
2) عيّن ع مجموعة عناصر ك التي يقبل كل منها القسمة على 25 .
3) عيّن ل مجموعة عناصر ك التي يقبل كل منها القسمة على 4 وعلى 25 في آن واحد .

3. بدّل النقط بأرقام حتى يقبل كل عدد من الأعداد الآتية القسمة على 3 وعلى 5 في آن واحد :

31 . ؛ 4 . ؛ 5 . 38 ؛ . 784 ؛ . 1285 .

4. ﻫ عدد طبيعي يكتب على الشكل ﻫ = ا 284 حيث ا هو رقم آحاد هذا العدد .

1) ما هي س مجموعة قيم ا بحيث يقبل العدد ﻫ القسمة على 2 ؟

2) ما هي ع مجموعة قيم ا بحيث يقبل العدد ﻫ القسمة على 5 ؟

3) ما هي ﻫ مجموعة قيم ا بحيث يقبل العدد ﻫ القسمة على 2 وعلى 5 في آن واحد .

5. بدّل النقط بأرقام حتى يقبل كل عدد من الأعداد الآتية القسمة على 4 وعلى 9 في آن واحد :

0 . 2 ، 0 . 3 . ، . 6 . 12

6. م = { 360 ، 720 ، 144 ، 36 ، 10875 ، 9900 ، 219 ، 1475 ، 1025 ، 11121 ، 6730 ، 2147 }

1) ضع كل عنصر من المجموعة م في العمود المناسب من الجدول الآتي :

يقبل القسمة على							
100	25	10	9	5	4	3	2

2) تحقّق أن كلا من الاعداد المشتركة بين العمودين الثاني والرابع يقبل القسمة على 15 .

3) تحقّق أن كلاّ من الأعداد المشتركة بين العمودين الرابع والخامس يقبل القسمة على 45 .

4) تحقّق أن كلاًّ من الأعداد المشتركة بين العمودين الأول والثاني يقبل القسمة على 6 .

5) تحقّق أن كلا من الأعداد المشتركة بين العمودين الثالث والسابع يقبل القسمة على 100 .

6) هل كل عدد مشترك بين العمودين الأول والثالث يقبل القسمة على 8 ؟

.7 ن عدد طبيعي يكتب على الشكل ن = ا ب 35 حيث ا هو رقم الآحاد و ب هو رقم عشرات هذا العدد .

1) ما هي س مجموعة قيم العدد ا ب بحيث أن العدد ن يقبل القسمة على 4 و ا ب < 30 ؟

2) ما هي ع مجموعة قيم العدد ا ب بحيث أن العدد ن يقبل القسمة على 5 و ا ب $\leqslant 30$

3) ما هي ص مجموعة قيم العدد ا ب بحيث أن العدد ن يقبل القسمة على 25 ؟

4) ما هي ف مجموعة قيم العدد ا ب بحيث أن العدد ن يقبل القسمة على 100 ؟

5) أكمل ما يلي بأحد الحروف س ، ع ، ص ، ف :

س $\cap$ ص = ... ؛ ص $\subset$ ... ؛ ف $\subset$ ... ؛ ف $\subset$ ... ؛ ف $\subset$ ... .

.8 1) ن عدد طبيعي يكتب على الشكل ن = ب 16 ا 2 حيث ب هو رقم الآحاد ، ا هو رقم الآف العدد ن .

ـ أوجد قيم كل من ا و ب بحيث يقبل العدد ن القسمة على 4 وعلى 5 في آن واحد .

2) هـ عدد طبيعي يكتب على الشكل هـ = ب 35 ا 1 .

ـ أوجد قيم كل من ا و ب بحيث يقبل العدد هـ القسمة على 5 وعلى 9 في آن واحد .

.9 ن عدد طبيعي يكتب على الشكل ن = 243 ا 5 حيث ا رقم آلاف العدد ن .

1) عيّن س مجموعة قيم ا بحيث يقبل العدد ه القسمة على 3 .
2) عيّن ع مجموعة قيم ا بحيث يقبل العدد ه القسمة على 9 .

3) عيّن ص مجموعة قيم ا بحيث يقبل العدد 3 ا 524 القسمة على 3 حيث ا رقم عشرات هذا العدد .

4) عيّن ه مجموعة قيم ا بحيث يقبل العدد 42 ا 53 القسمة على 9، ا هو رقم مئات هذا العدد .

5) قارن بين س و ص ثم بين ع و ه .

1.10) تحقق أن كلاً من الأعداد الطبيعية 10 ، 10^2 ، 10^3 ، 10^4 ، 10^5 هو إمّا مضاعف 11 مضاف إليه 1 أو هو مضاعف 11 ناقص منه 1 .
2) تحقّق أن العدد الطبيعي 48726 يكتب على الشكل :

11 ك + ف حيث 0 ⩽ ف < 11 .

تحقق من أن ف هو الفرق بين مجموع أرقام المراتب الفردية ومجموع أرقام المراتب الزوجية (رقم الآحاد هو رقم المرتبة 1)

3) أوجد قاعدة قابلية القسمة على 11 .

1.11) تحقّق أن كلاً من الأعداد : 11341 ؛ 407 ؛ 45012 يقبل القسمة على 11 .

2) تحقّق أن 11 يقسم كلاً من الأعداد 1111 ؛ 111111 ؛ 11111111 .

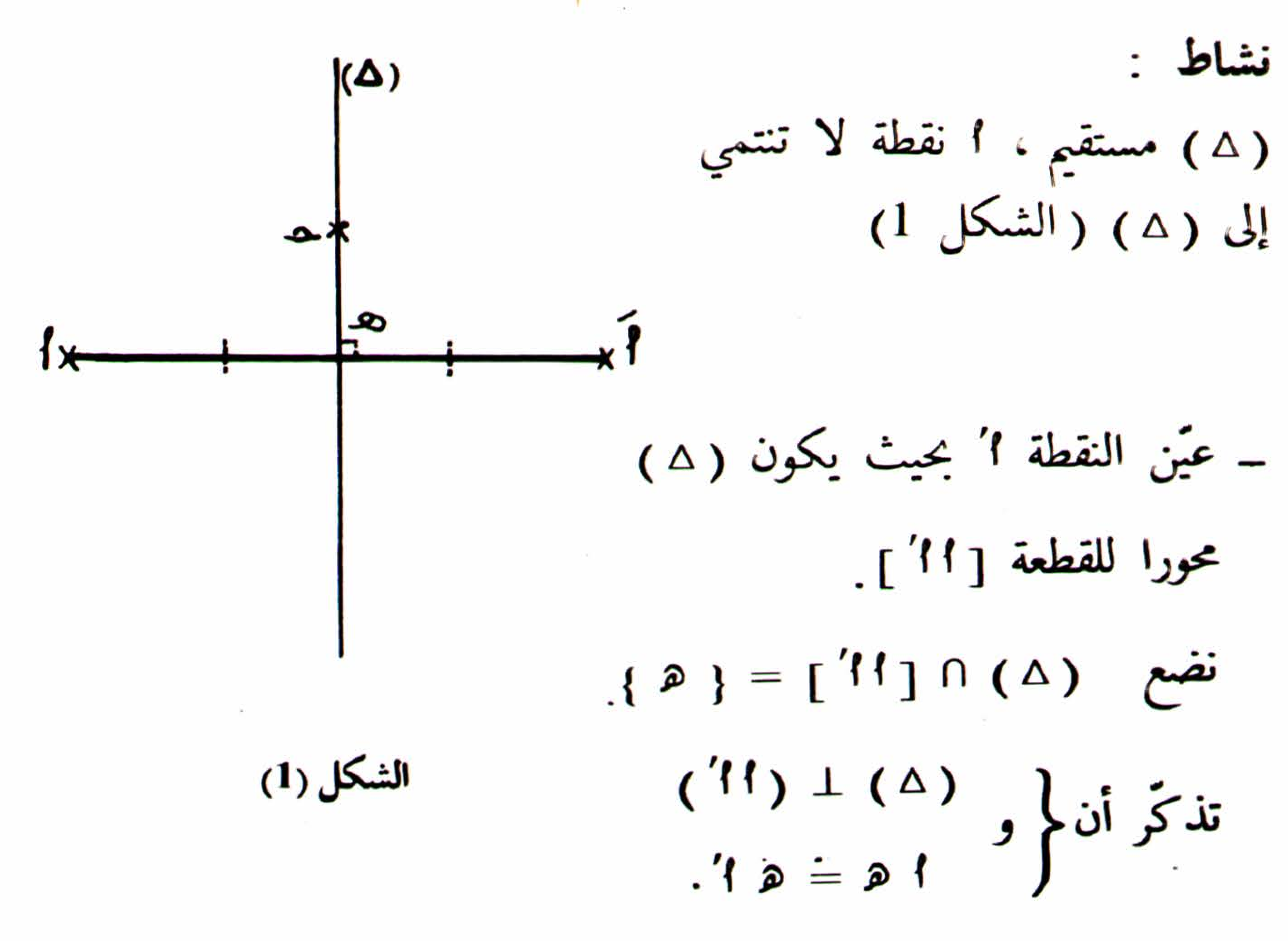
3) أوجد باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على 11 ..
111 ؛ 11111 ؛ 222 ؛ 55550 ؛ 1010101 ؛ 101010 ؛ 4732 .

14 التناظر بالنسبة إلى مستقيم

1 ـ نظيرة نقطة بالنسبة إلى مستقيم .

نشاط :

(Δ) مستقيم ، ا نقطة لا تنتمي إلى (Δ) (الشكل 1)



الشكل (1)

ـ عيّن النقطة ا' بحيث يكون (Δ) محورا للقطعة [ا ا'].

نضع (Δ) ∩ [ا ا'] = { هـ }.

تذكّر أن (Δ) ⊥ (ا ا') و ا هـ = هـ ا'.

نقول إن ا' هي **نظيرة ا بالنسبة إلى (Δ)** .

ـ **هل** توجد نقطة أخرى نظيرة ا بالنسبة إلى (Δ) ؟

نظيرة نقطة ن بالنسبة إلى مستقيم (Δ) هي النقطة ن' بحيث (Δ) هو محور القطعة [ن ن'] .

ـ تحقّق أن نظيرة ا' بالنسبة إلى (Δ) هي ا .

نقول إن **النقطتين** ا ، ا' **متناظرتان بالنسبة إلى** (Δ) .

لاحظ الشكل (1)

1) ما هي نظيرة حـ بالنسبة إلى (Δ)؟

ما هي نظيرة هـ بالنسبة إلى (Δ)؟

2) إليك الشكل (2).

الشكل (2)

ـ أنشيء النقط أ′ ، ب′ ، حـ′ ، د′ نظائر أ ، ب ، حـ ، د على الترتيب بالنسبة إلى المستقيم (ل).

ـ ارسم القطع [أب] ، [ب حـ] ، [أ د] ، [أ′ب′] ، [ب′حـ′] ، [أ′د′].

2 ـ التناظر بالنسبة إلى مستقيم

(Δ) مستقيم. انظر الشكل (3).

الشكل (3)

النقط أ′ ، ب′ ، حـ′ ، د′ ، هـ هي على الترتيب نظائر النقط أ ، ب ، حـ ، د ، هـ بالنسبة إلى (Δ).

• كل نقطة من المستوي تُرفق بنقطة وحيدة من نفس المستوي هي نظيرتها بالنسبة إلى (Δ).

(ق) مستقيم.
التناظر بالنسبة إلى المستقيم (ق) هو التطبيق الذي يرفق كل نقطة ن من المستوي بنظيرتها ن′ بالنسبة إلى (ق).
المستقيم (ق) يسمى **محور التناظر**.

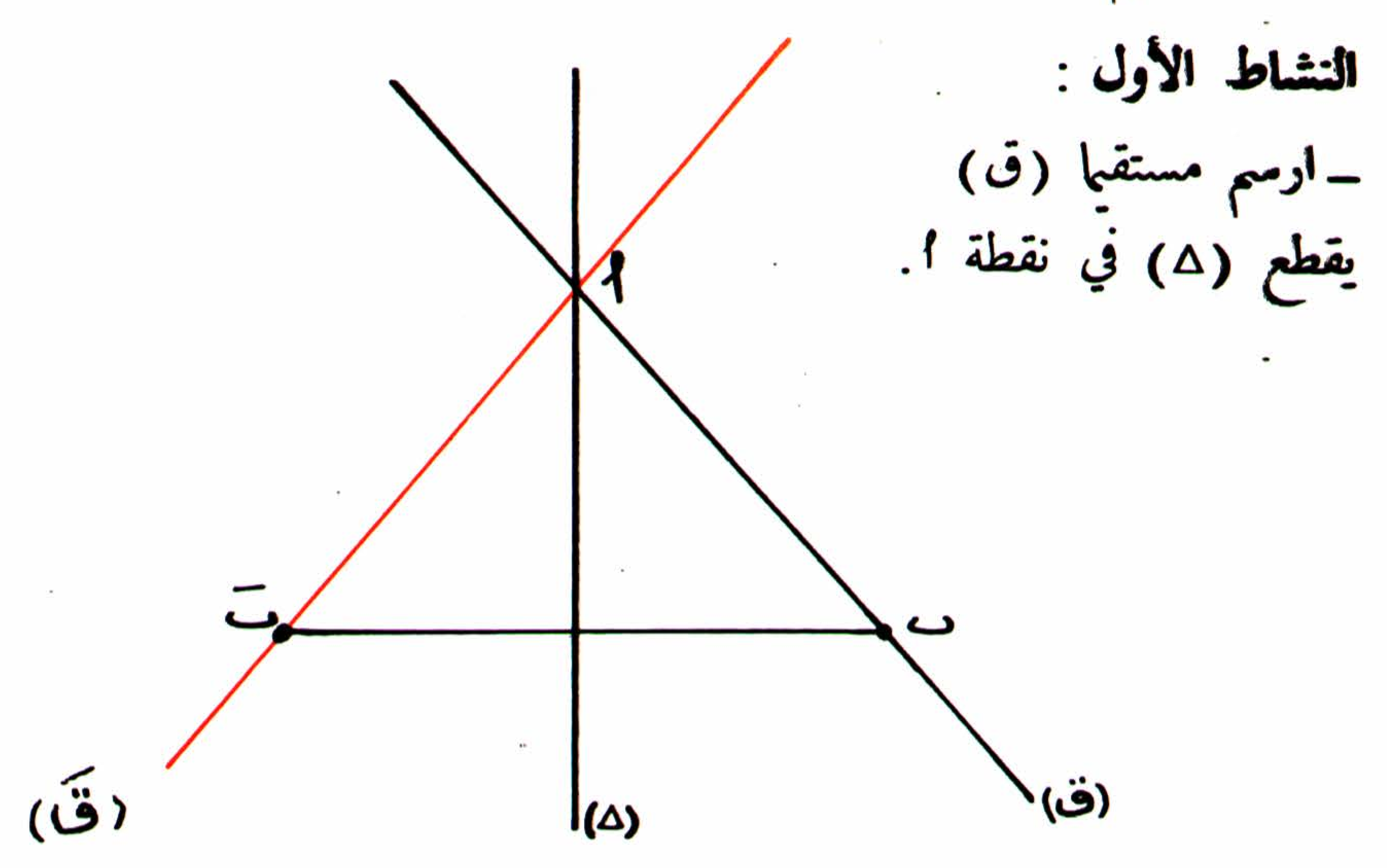
3 ـ نظير مستقيم بالنسبة إلى مستقيم .

(∆) مستقيم.

النشاط الأول :

ـ ارسم مستقيما (ق)

يقطع (∆) في نقطة ا.



الشكل (4)

تعلم أن نظيرة ا بالنسبة إلى (∆) هي ا .

ـ اختر نقطة أخرى ب من (ق) ، ثم عيّن نظيرتها ب′ بالنسبة إلى (∆) . ارسم المستقيم (ا ب′) وسمّه (ق′) .

المستقيم (ق′) يسمى نظير المستقيم (ق) بالنسبة إلى (∆) .

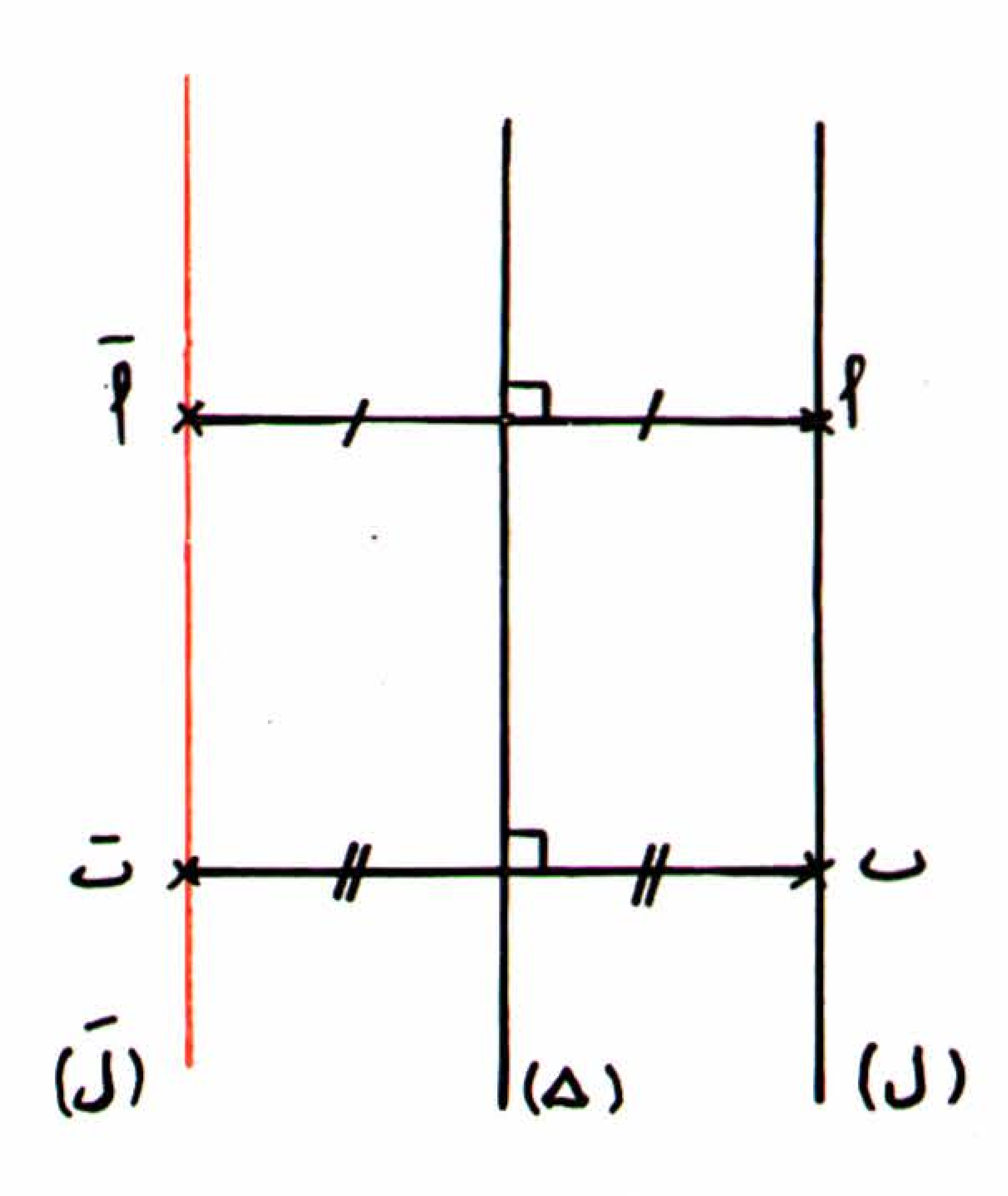
النشاط الثاني :

ـ ارسم مستقيما (ل) يوازي (∆) تماما .

ـ اختر نقطتين مختلفتين ا ، ب من (ل)

ـ أنشيء ا′ ، ب′ نظيرتي ا ، ب على الترتيب بالنسبة إلى (∆) .

ـ ارسم المستقيم (ا′ ب′) وسمّه (ل′) .(الشكل 5) .



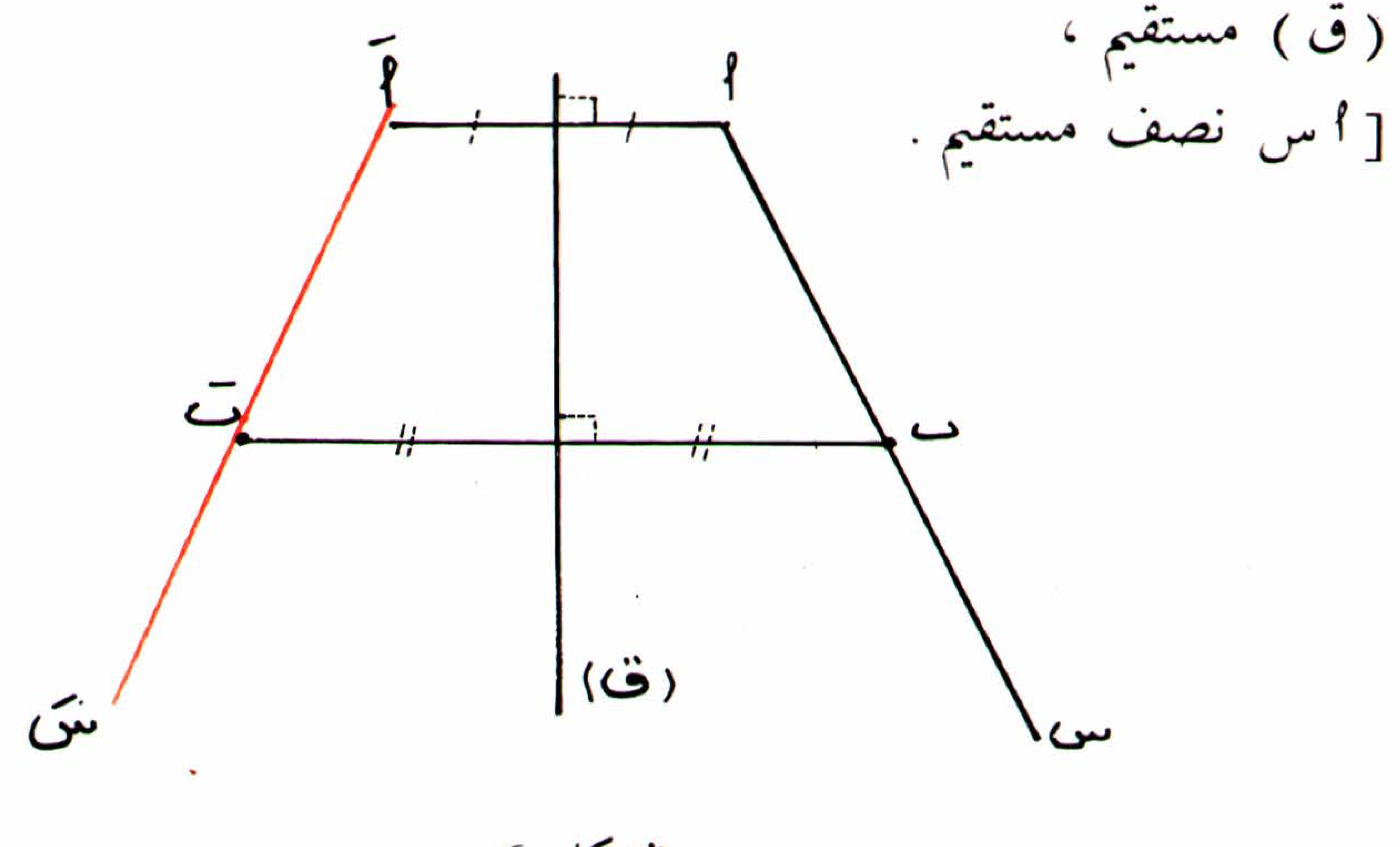
المستقيم (ل′) يسمى نظير المستقيم (ل) بالنسبة إلى (△) .

الشكل (5)

نظير مستقيم بالنسبة إلى مستقيم هو مستقيم .

4 ـ نظير نصف مستقيم بالنسبة إلى مستقيم .

(ق) مستقيم ،
[أ س نصف مستقيم .



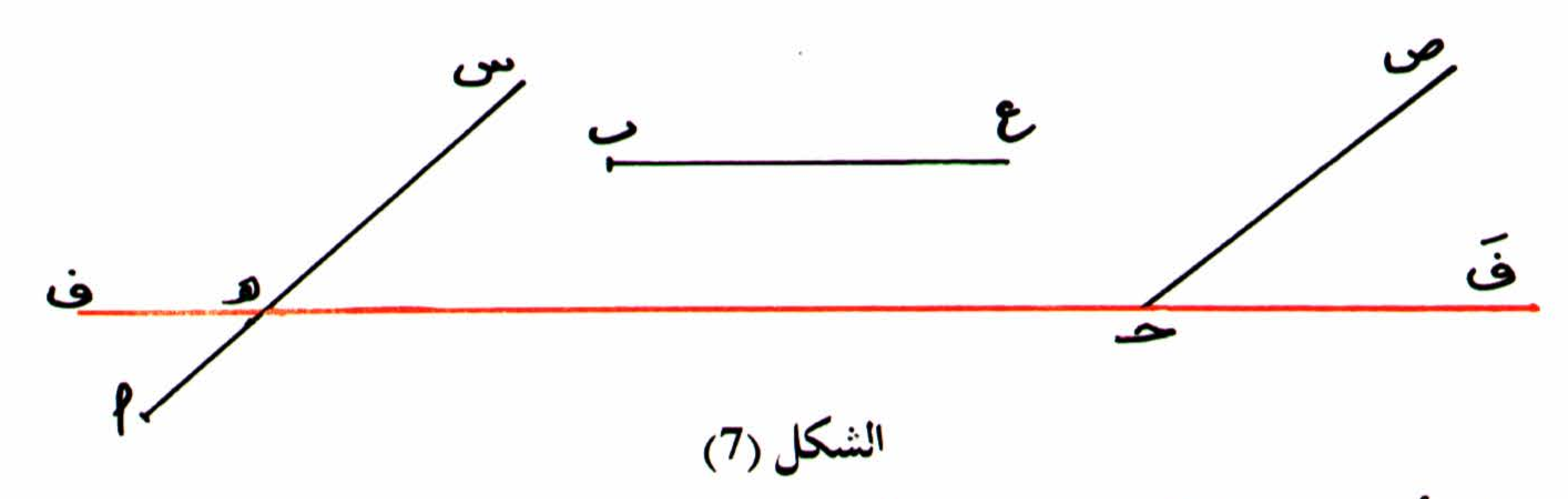
الشكل (6)

نشاط : ب نقطة من [أ س .

ـ أنشيء أ′ و ب′ نظيرتي أ و ب على الترتيب بالنسبة إلى (△) .

نصف المستقيم [أ′س′ هو نظير [أس بالنسبة إلى المستقيم (ق) .

إليك الشكل (7)



الشكل (7)

1) أنشيء نظير كل من انصاف المستقيمات [أس ، [بع ، [حص بالنسبة إلى (ف ف′) .

2) أكمل :

نظير [هـس بالنسبة إلى (ف ف′) هو ...

نظير [أس بالنسبة إلى (ف ف′) هو ...

نظير [حص بالنسبة إلى (ف ف′) هو ...

[بع هو نظير ... بالنسبة إلى (ف ف′) .

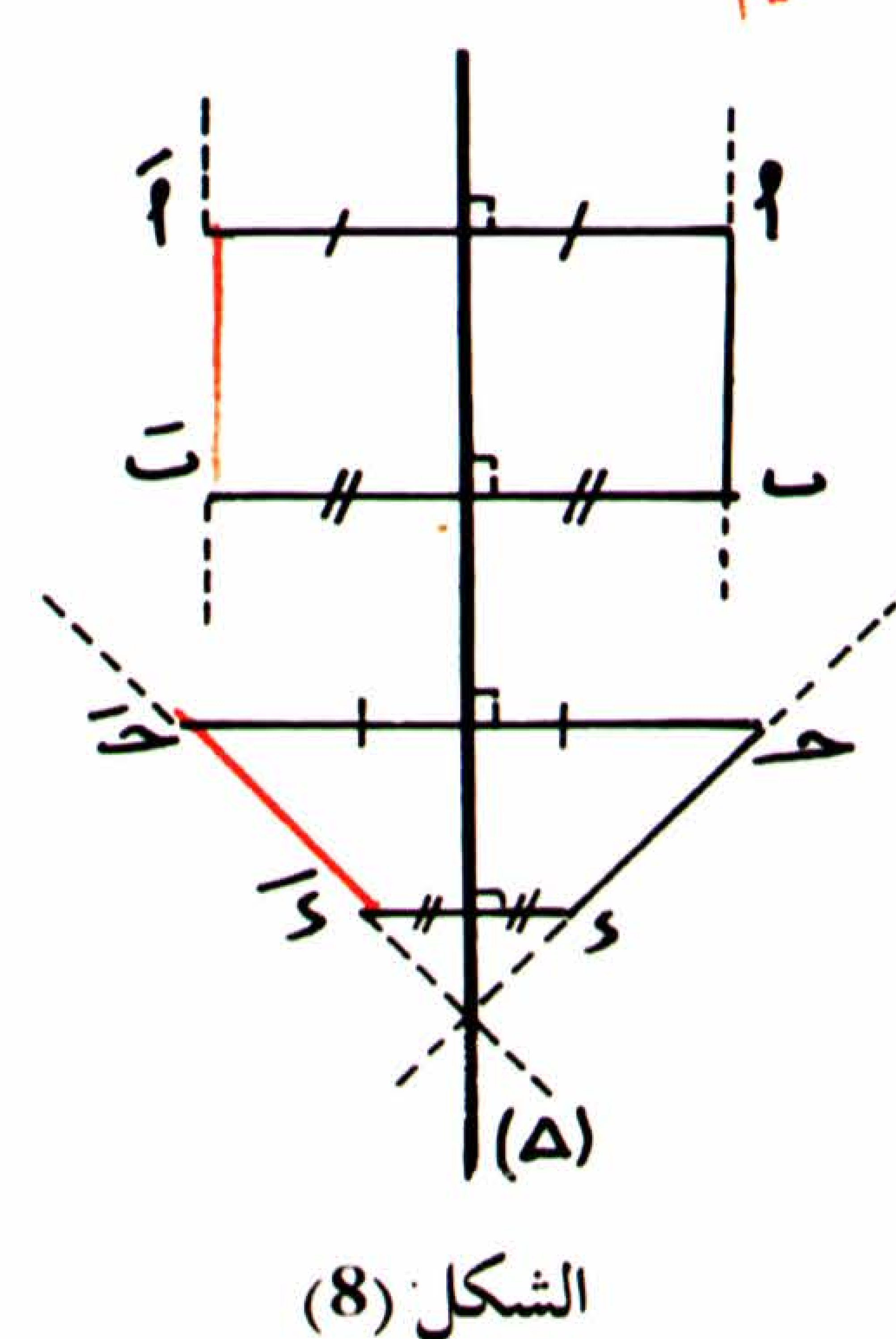
5 ـ نظيرة قطعة مستقيمة بالنسبة إلى مستقيم .

إليك الشكل (8).

[أب] قطعة مستقيمة حاملها يوازي تماما (Δ) .

[حد] قطعة مستقيمة حاملها لا يوازي (Δ) .

لاحظ أن النقط أ′ ، ب′ ، ح′ ، د′ هي على الترتيب نظائر النقط أ ، ب ، ح ، د بالنسبة إلى (Δ) .



الشكل (8)

نسمي [اَ بَ] ، [حَ دَ] **نظيرتي** [ا ب] ، [ح د] **بالنسبة إلى** (Δ) على الترتيب .

- لاحظ أن (اَ بَ) // (ا ب) و (ح د) ، (حَ دَ) متقاطعان في نقطة من (Δ) .
- تحقق أن : ا ب = اَ بَ و ح د = حَ دَ .

نظيرة قطعة مستقيمة بالنسبة إلى مستقيم هي قطعة مستقيمة تقايسها .

نتيجة :

التناظر بالنسبة إلى مستقيم يحفظ المسافات .

6 ـ نظيرة زاوية بالنسبة إلى مستقيم .

(ق) مستقيم ، [م س ، م ع] زاوية .

نشاط :

ـ أنشيء [مَ سَ ، [مَ عَ نظيري نصفي المستقيمين [م س ، [م ع على الترتيب بالنسبة إلى (ق).

لاحظ أنه : مهما كانت النقطة ﻫ من الزاوية [م س ، م ع] فإن نظيرتها ﻫَ هي نقطة من الزاوية [مَ سَ ، مَ عَ] .

الشكل (9)

ـ تحقّق بالمشفوف أن الزاوية [م س ، م ع] تقايس [م′س′ ، م′ع′] .
الزاوية [م′س′ ، م′ع′] هي نظيرة الزاوية [م س ، م ع] بالنسبة إلى (ق) .

ـ تحقّق أن س م ع = س′م′ع′ .

نظيرة زاوية بالنسبة إلى مستقيم هي زاوية تقايسها .

7 ـ محور تناظر شكل .

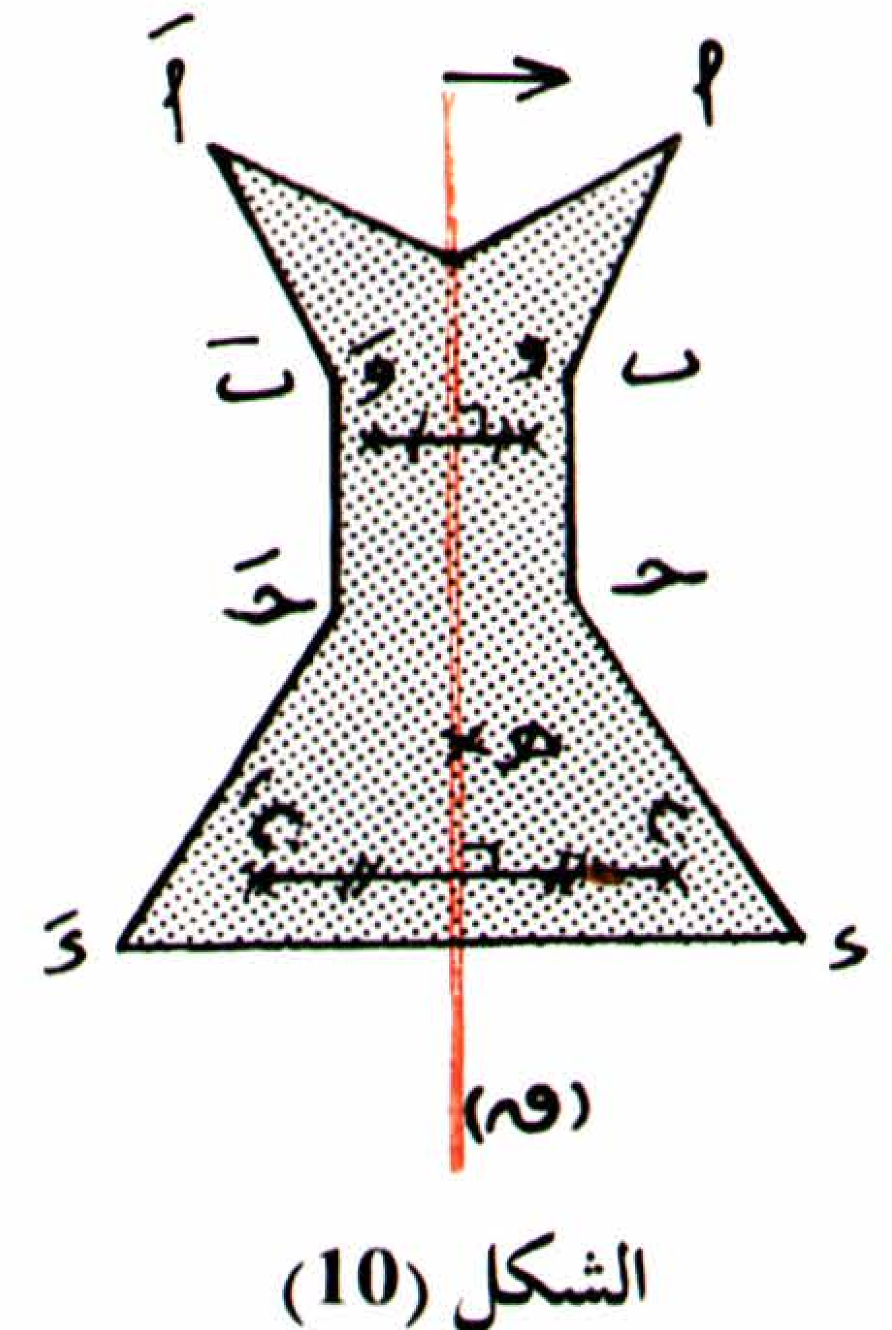
إليك الشكل (10) .

نشاط :

ـ تحقّق أن نظيرة كل نقطة ﻫ من المضلّع بالنسبة إلى (ق) هي نقطة ﻫ′ من المضلع نفسه .

نقول إن نظير المضلع بالنسبة إلى (ق) هو المضلع نفسه .

المستقيم (ق) يسمى **محور تناظر المضلّع**



الشكل (10)

أ و ب نقطتان متمايزتان ، ارسم القطعة المستقيمة [أ ب] .

1) أنشيء (∆) محور القطعة المستقيمة [أ ب] .
2) هل (∆) محور تناظر القطعة [أ ب] ؟
3) أوجد محور تناظر آخر للقطعة [أ ب] .

التَّمَارِينُ

1. عيّن نقطتين ا ، ب من نصف مستو حدّه المستقيم (س ع) حيث :
(ا ب) لا يوازي (س ع) .
1) أنشيء ا′ ، ب′ نظيرتي النقطتين ا ، ب على الترتيب بالنسبة إلى المستقيم (س ع) . ما هو نظير المستقيم (ا ب) بالنسبة إلى (س ع) ؟
2) م هي نقطة تقاطع (ا ب) و (س ع) . عيّن (ا′ ب′) ∩ (س ع)

2. [ا ب] قطعة مستقيمة ، م منتصفها ، (Δ) محورها .
1) عيّن نقطتين ح ، ء من (Δ) بحيث يكون المستقيم (ا ب) محور القطعة [ح ء] .
2) تحقق أن القطع [ا ح] ، [ح ب] ، [ب ء] ، [ء ا] متقايسة مثنى مثنى .

3. ارسم زاوية قائمة [م س ، م ع] . عيّن نقطة ا منها حيث :
ا ∉ [م س و ا ∉ [م ع . ب هي نظيرة ا بالنسبة إلى حامل [م س و ح هي نظيرة ا بالنسبة إلى حامل [م ع .
ـ تحقّق أن النقط ب ، م ، ح على استقامة واحدة .
ما هو منتصف القطعة المستقيمة [ب ح] .

4. ارسم مثلثا ا م ب قائما في م .
1) أنشيء النقطة ح نظيرة النقطة ب بالنسبة إلى حامل [ا م] . ما هو نوع المثلث ا ب ح ؟
2) أنشيء النقطة ء نظيرة النقطة ا بالنسبة إلى حامل [ب ح] . ما هو نوع الرباعي ا ب ء ح ؟

5. ا ب ح ء رباعي محدّب . (س ع) مستقيم يقطع حامل كل ضلع من هذا الرباعي .
1) أنشيء ا′ ، ب′ نظيرتي ا ، ب بالنسبة إلى (س ع) .
2) أتمم إنشاء الرباعي ا′ ب′ ح′ ء′ نظير ا ب ح ء بالنسبة إلى (س ع) باستعمال المسطرة فقط .

6. أ ، ب نقطتان من نصف مستو حدّه المستقيم (ق).

حيث : (أب) لا يوازي (ق).

1) أنشيء أ′ ، ب′ نظيرتي أ ، ب بالنسبة إلى (ق) على الترتيب.

2) عيّن نقطة م من (ق). قارن بين أم + ب م و أ′م + ب′م.

3) عيّن نقطة هـ من (ق) بحيث يكون : أب′ = أهـ + هـ ب.

7. ارسم زاوية [م س ، م ع] ثم منصّفها [م ص.

عيّن نقطتين أ ، ب من [م س ثم نقطتين أ′ ، ب′ من [م ع بحيث يكون :

م أ = م أ′ و م ب = م ب′.

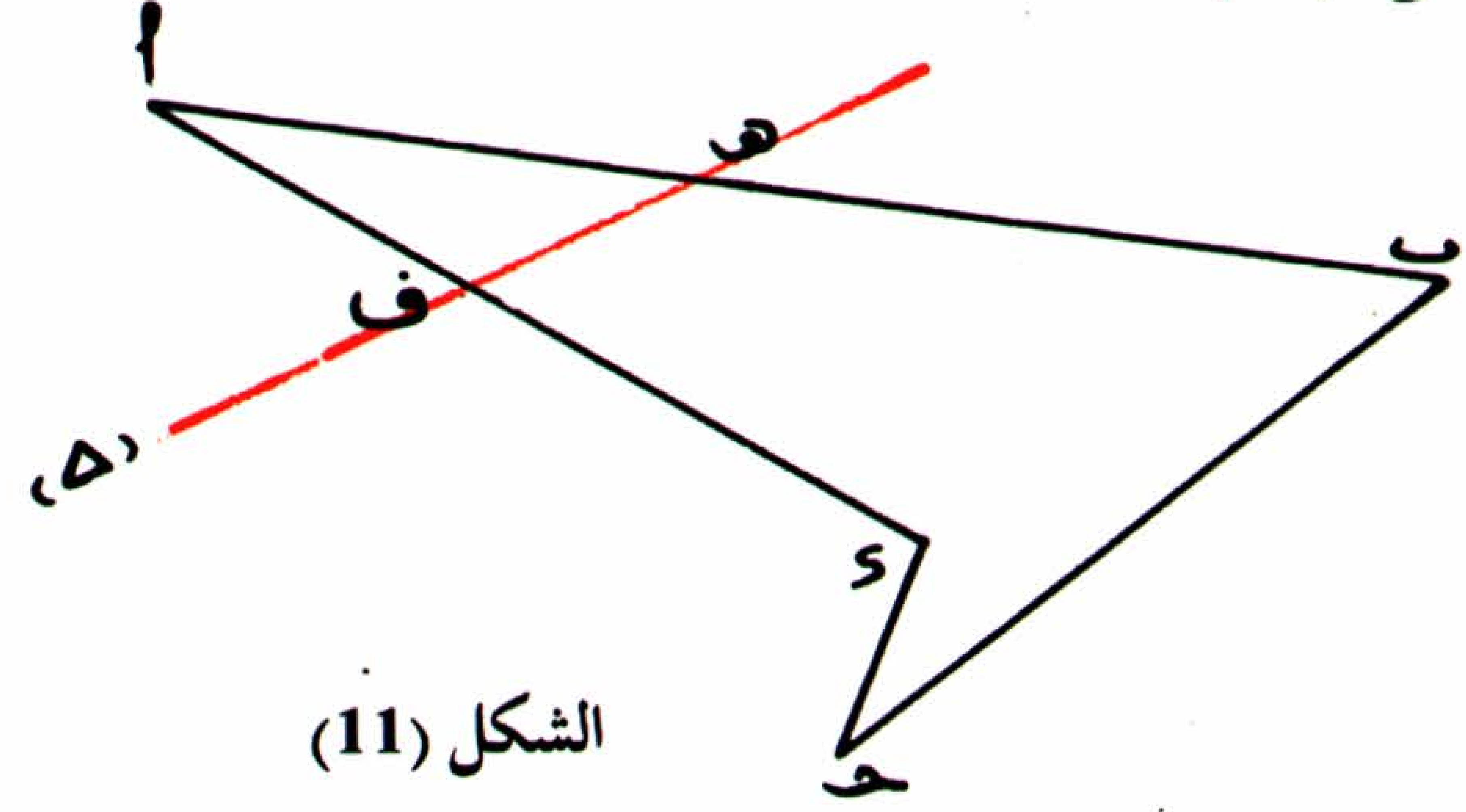
1) ما هما نظيرتا أ ، ب′ بالنسبة إلى حامل [م ص ؟

ما هي نظيرة القطعة [أب′] بالنسبة إلى حامل [م ص ؟

2) م نقطة تقاطع (أب′) و [م ص. ما هي نقطة تقاطع [م ص و (أ′ب) ؟

ـ اذكر عندئذ طريقة أخرى لإنشاء منصّف زاوية.

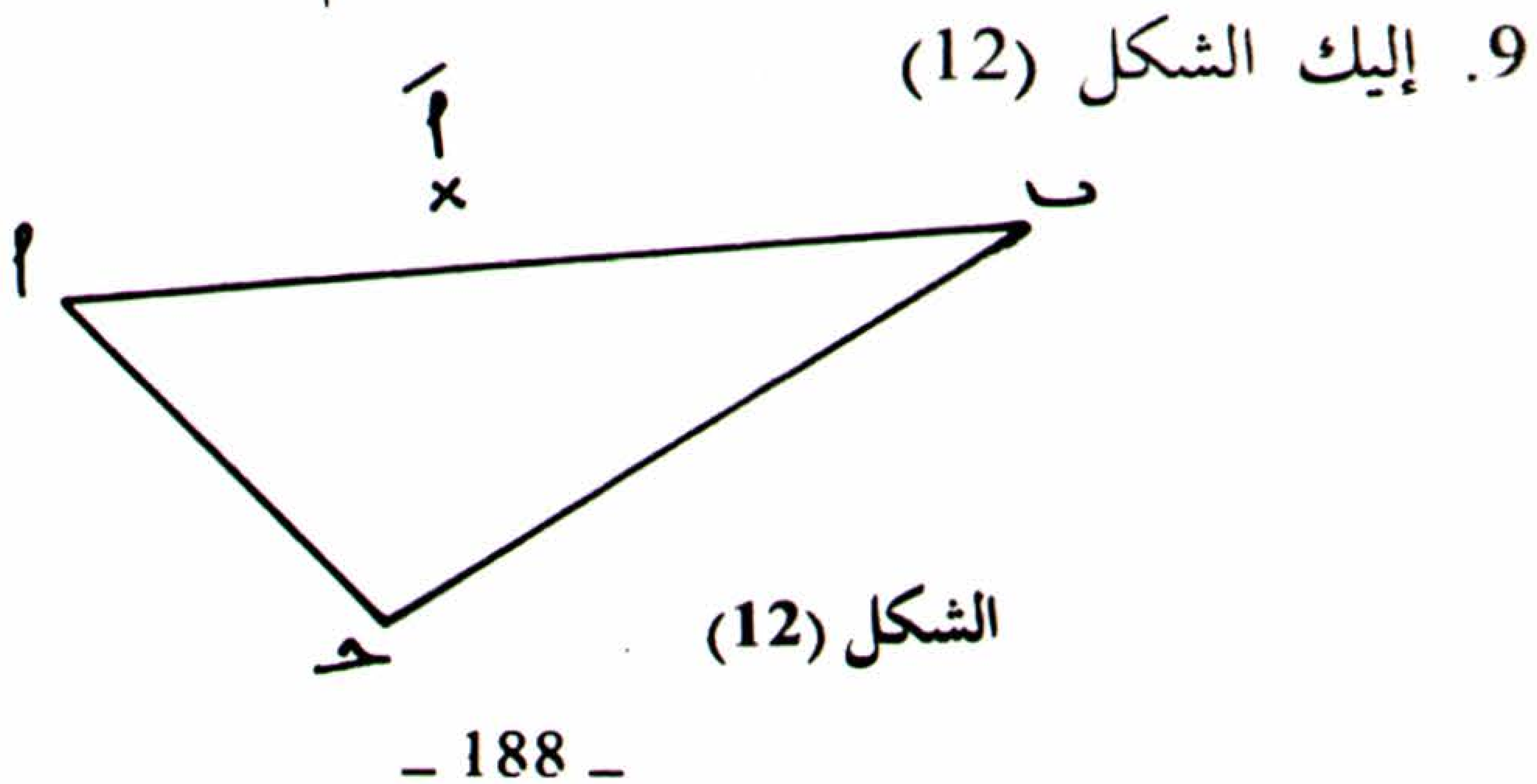
8. إليك الشكل (11)



الشكل (11)

ـ أنشيء نظير الشكل بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

9. إليك الشكل (12)



الشكل (12)

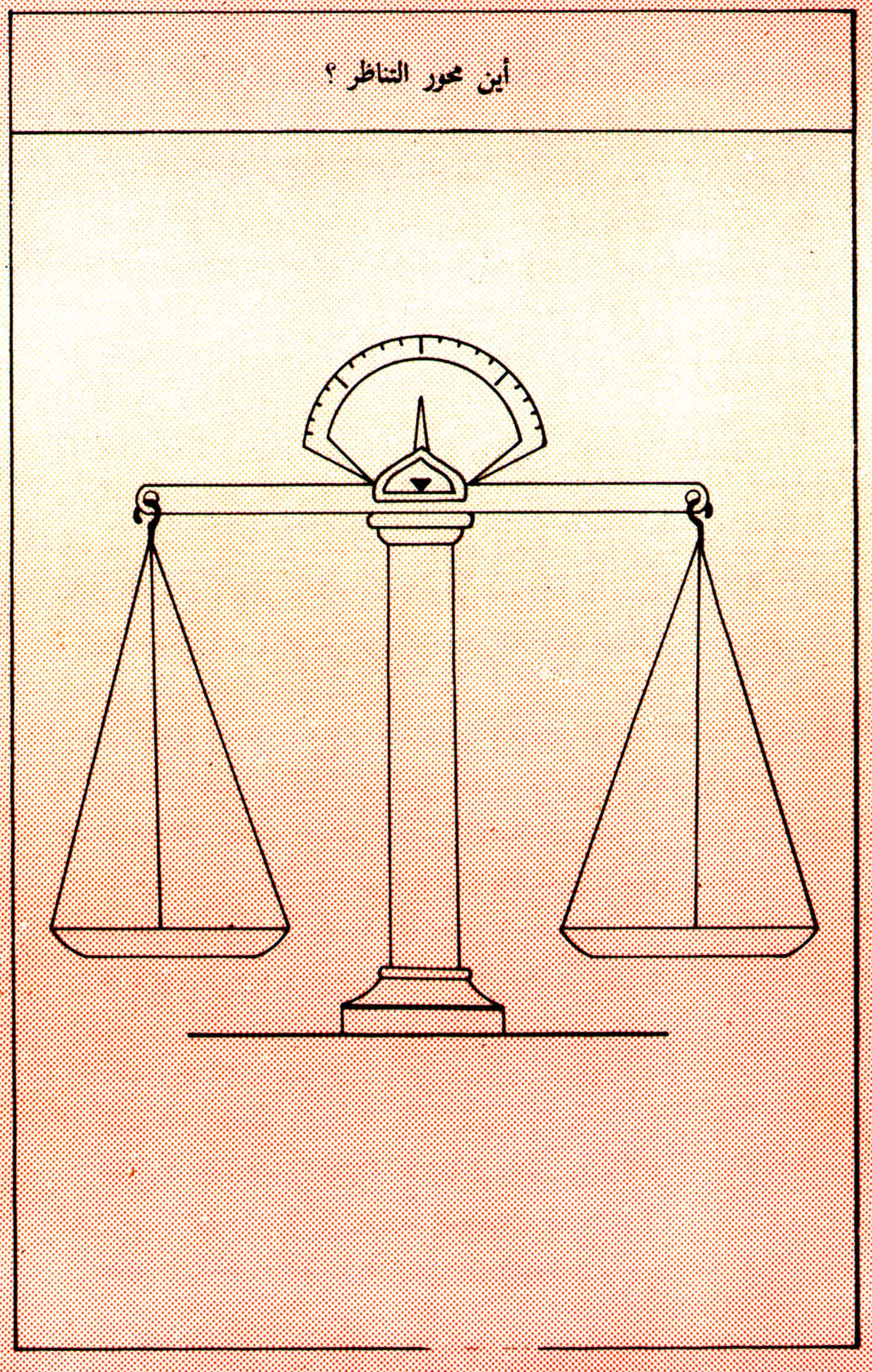
1) النقطة أ′ هي نظيرة النقطة أ بالنسبة إلى مستقيم (Δ) يطلب إنشاؤه .
2) عيّن ب′ ، حـ′ نظيرتي ب ، حـ بالنسبة إلى (Δ) .
3) ما هو نظير المثلث أ ب حـ بالنسبة إلى (Δ) ؟

10. ارسم ثلاثة أنصاف مستقيمات [م س ، [م ع ، [م ص لها نفس المبدأ م بحيث يكون : س م̂ ع = 90^0 و [م ص ⊂ [م س ، م ع]
1) أنشيء الزاوية [م س′ ، م ع′] نظيرة الزاوية [م س ، م ع] بالنسبة إلى المستقيم (م ص) .
2) تحقّق أن الزاويتين [م س ، م س′] و [م ع ، م ع′] متكاملتان .

11. ارسم أربعة أنصاف مستقيمات [م س ، [م ع ، [م ص ، [م ل بحيث تكون الزاويتان [م س ، م ع] و [م ص ، م ل] متقايستين .
ـ أوجد مستقيما (ق) بحيث تكون الزاويتان السابقتان متناظرتين بالنسبة إليه .

12. ارسم زاوية [م س ، م ع] ثم منصفها [م ف .
ارسم المستقيم (س′ع′) الذي يشمل النقطة م ويعامد حامل [م ف .
1) ما هو نظير نصف المستقيم [م س بالنسبة إلى حامِل [م ف ؟
ما هي نظيرة الزاوية [م س ، م ف] بالنسبة إلى حامل [م ف ؟
2) ما هو نظير [م س′ بالنسبة إلى حامل [م ف ؟
قارن بين س′ م̂ ع′ و ع′ م̂ ع .

13. أ ، ب ، حـ ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة .
1) ارسم محاور القطع [أ ب] ، [ب حـ] ، [أ حـ] .
تحقّق أن هذه المحاور الثلاثة تشترك في نقطة واحدة هـ .
2) ارسم الدائرة (ى) التي مركزها هـ ونصف قطرها هـ أ .
تحقّق أن النقط أ ، ب ، حـ تنتمي إلى الدائرة (ى) .


أين محور التناظر ؟

15 الأعــداد الأولية

1 ـ العدد الأولي

أكمل الجدول الآتي :

العدد	قواسمه	الملاحظة
2	1 ، 2	له قاسمان فقط
15	1 ، 3 ، 5 ، 15	له أكثر من قاسمين
13		
24		
7		
18		

لاحظ أن لكلٍّ من الأعداد 2 ، 13 ، 7 قاسمين فقط هما العدد 1 والعدد نفسه .
نقول عن هذه الأعداد إنها **أولية** .
الأعداد 15 ، 24 ، 18 **ليست أولية** .

أ عدد طبيعي غير معدوم ويختلف عن 1 .
أ عدد أولي **معناه** أ يقبل القسمة على 1 وعلى نفسه فقط.

اكتب ق$_{15}$ ، لاحظ أن :
أصغر قاسم للعدد 15 يختلف عن 1 هو 3 . وأن العدد 3 أولي .

- ما هو أصغر قاسم للعدد 24 يختلف عن الواحد ؟
  هل هو أولي ؟
- نفس السؤال بالنسبة للعدد 18 .

نستنتج أن :

إذا كان ا عدداً طبيعياً ليس أولياً ، فإن أصغر قاسم له يختلف عن 1 هو عدد أولي .

2 ـ البحث عن أولية عدد

لمعرفة أولية عدد طبيعي ع نتبع ما يلي :

1) نبحث في قابلية قسمة العدد ع على الأعداد الأولية الأولى الأصغر منه . .

2) نتوقّف عن هذا البحث عندما نجد حاصلاً أصغر من القاسم أو يساويه .

3) إذا كان الباقي في كل مرة غير معدوم **فالعدد** ع **أولي** .

مثال : هل العدد 139 أولي ؟

العدد 139 لايقبل القسمة على كل من 2 ، 3 ، 5 حسب قواعد قابلية القسمة .

ولايقبل القسمة على 7 لأن $139 = 7 \times 19 + 6$

وأيضا لايقبل القسمة على 11 وعلى 13 لأن $139 = 7 \times 19 + 6$ ؛

$139 = 11 \times 12 + 7$ ؛ $139 = 13 \times 10 + 9$.

فالعدد 139 لا يقبل القسمة على كل من 7 ، 11 ، 13 .

في القسمة الأخيرة وجدنا الحاصل أصغر من القاسم والباقي غير معدوم .

اذن نتوقّف ، **ونستنتج أن العدد 139 أولي** .

---

1) عين الأعداد الأولية من بين الأعداد الطبيعية التالية :

3 ، 8 ، 5 ، 11 ، 21 ، 23 ، 27 ، 33 ، 31 ، 37 .

2) أذكر مجموعة الأعداد الأولية الأصغر من 20 .

3) ما هي مجموعة الأعداد الزوجية التي هي أعداد أولية ؟

---

3 ـ جدول الأعداد الأولية الأصغر من 100 :

10	9	8	**7**	6	**5**	4	**3**	**2**	1
20	**19**	18	**17**	16	15	14	**13**	12	**11**
30	**29**	28	27	26	25	24	**23**	22	21
40	39	38	**37**	36	35	34	33	32	**31**
50	49	48	**47**	46	45	44	**43**	42	**41**
60	**59**	58	57	56	55	54	**53**	52	51
70	69	68	**67**	66	65	64	63	62	**61**
80	**79**	78	77	76	75	74	**73**	72	**71**
90	**89**	88	87	86	85	84	**83**	82	81
100	99	98	**97**	96	95	94	93	92	91

س = { 67 ، 51 ، 57 ، 91 ، 103 ، 101 ، 137 ، 673 }

ضع كل عنصر من س في الخانة المناسبة من الجدول الآتي :

عدد غير أولي	عدد أولي

4 ـ تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية .

نشاط : هل العدد 180 أولي ؟ لا .

لاحظ أن أصغر قاسم أولى للعدد 180 هو العدد 2 .

أي : $180 = 2 \times \mathbf{90}$.

• هل 90 أولي ؟ لا .

90 يقبل القسمة على 2 . نكتب :

$180 = 2 \times (2 \times \mathbf{45})$.

إن اصغر قاسم أولي للعدد 45 هو العدد 3 .

$[(\mathbf{15} \times 3) \times 2] \times 2 = 180$.

$(\mathbf{15} \times 3) \times 2 \times 2 = 180$

العدد 15 يقبل القسمة على 3 .

نكتب $[(5 \times 3) \times 3] \times 2 \times 2 = 180$

$5 \times (3 \times 3) \times (2 \times 2) = 180$

أو : $5 \times 3^2 \times 2^2 = 180$

نقول إن الكتابة $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ **هي تحليل للعدد الطبيعي** 180 **إلى جداء عوامل أولية** . أو إن $5 \times 3^2 \times 2^2$ هي **التحليل الأولي** للعدد 180 .

ويمكن تقديم هذا التحليل عملياً كما يلي :

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

أي : $5 \times 3^2 \times 2^2 = 180$

مثال آخر : لتحليل العدد 4410 إلى جداء عوامل أولية

يمكننا أن نكتب :

4410	2
2205	3
735	3
245	5
49	7
7	7
1	

أي : $7^2 \times 5 \times 3^2 \times 2 = 4410$

حلل كلاًّ من الأعداد الآتية إلى جداء عوامل أولية :
512 ؛ 3795 ؛ 27300 ؛ 1296 ؛ 43275 .

5 ـ البحث عن المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين

نشاط 1 :

- أوجد مجموعة المضاعفات العشرة الأولى لكل من 90 ، 75 .
  ما هو م م أ (90 ، 75) ؟
- حلل كلاًّ من 90 ، 75 ، م م أ (90 ، 75) إلى جداء عوامل أولية .
  تجد أن : $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ ؛ $75 = 3 \times 5^2$ ؛
  م م أ (90 ، 75) $= 2 \times 3^2 \times 5^2$.

لاحظ أن كل العوامل الموجودة في تحليل م م أ (90 ، 75) موجوده على الأقل في أحد تحليلي العددين 90 ، 75 بأس مساوٍ أو أكبر لنفس العامل .

نشاط 2 :

- حلل كلاًّ من الأعداد 36 ، 45 ، 84 إلى جداء عوامل أولية .
- ما هو م م أ (36 ، 45 ، 84) ؟

تجد أن : $36 = 2^2 \times 3^2$ ؛ $45 = 3^2 \times 5$ ؛ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.

إذن م م أ (36 ، 45 ، 84) $= 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$.

لاحظ أن كل عامل من عوامل م م أ (36 ، 45 ، 84) موجود على الأقل في تحليل أحد الأعداد 36 ، 45 ، 84 وبأكبر أس .

قاعدة :

لإيجاد المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين غير معدومين أو لعدّة أعداد طبيعية غير معدومة نتبع ما يأتي :

* **نحلّل كلا من هذه الأعداد إلى جداء عوامل أولية .**
* **نحسب جداء العوامل المشتركة وغير المشتركة على أن نأخذ كل عامل مرّة واحدة وبأكبر أس .**

1 ـ عين المضاعف المشترك الأصغر للعددين الطبيعيين ا ، ب في كل من الحالات التالية :

1) ا = 24 و ب = 36 ؛ 2) ا = 72 و ب = 42 ؛

3) ا = 270 و ب = 700 .

2 ـ عين المضاعف المشترك الأصغر للأعداد الطبيعية ا ، ب ، حـ في كل من الحالات الآتية :

1) ا = 150 ، ب = 280 ، حـ = 220 .

2) ا = 8 × 72 ، ب = 2^3 × 125 ، حـ = 9^2 × 25 × 26

6 ـ البحث عن القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين

نشاط 1 :

أوجد $ق_{42}$ ، $ق_{60}$. ما هو ق م أ (42 ، 60) ؟

•حلّل كلاًّ من 42 ، 60 ، ق م أ (42 ، 60) إلى جداء عوامل أولية .

تجد أن :

42 = 2 × 3 × 7 ؛ 60 = 2^2 × 3 × 5 ؛ ق م أ (42 ، 60) = 2 × 3 .

لاحظ أن كل العوامل الموجودة في تحليل ق م أ (42 ، 60) موجودة في آن واحد في تحليلي العددين 42 ، 60 بأس مساوٍ أو أصغر لنفس العامل .

نشاط 2 :

حلّل كلاًّ من الأعداد 72 ؛ 48 ؛ 90 إلى جداء عوامل أولية .

ما هو ق م أ (72 ، 48 ، 90) ؟

تجد أن :

72 = 2^3 × 3^2 ؛ 48 = 2^4 × 3 ؛ 90 = 2 × 3^2 × 5 ؛

ق م أ (72 ، 48 ، 90) = 2 × 3 × 5 .

لاحظ أن كل عامل من عوامل ق م أ (72 ، 48 ، 90) هو عامل مشترك بين التحاليل الأولية للأعداد 72 ، 48 ، 90 ومأخوذ بأصغر أس .

قاعدة :

لإيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين غير معدومين أو لعدّة أعداد طبيعية غير معدومة ، نتّبعُ ما يأتي :

* نحلّل كلاًّ من هذه الأعداد الى جداء عوامل أولية .
* نحسب جداء العوامل المشتركة على أن نأخذ كلّ عامل مرة واحدة بأصغر أسّ .

---

1 ـ أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين ا ، ب في كلٍّ من الحالات الآتية :

1) ا = 24 و ب = 36 ؛ 2) ا = 45 و ب = 75 ؛

3) ا = 35 و ب = 18 .

2 ـ أوجد القاسم المشترك الأكبر للأعداد الطبيعية ا ، ب ، حـ في كلٍّ من الحالات الآتية :

1) ا = 54 ، ب = 63 ، حـ = 72 .

2) ا = 240 ، ب = 450 ، حـ = 750 .

3) ا = 8×7^2 ، ب = $2^3 \times 3^2 \times 21$ ، حـ = $6 \times 9 \times 44$.

---

7 ـ الأعداد الأولية فيما بينها .

نشاط 1 : أوجد ق$_{105}$ ، ق$_{242}$ ، ق$_{105}$ ∩ ق$_{242}$.

تجد أن :

ق$_{105}$ ∩ ق$_{242}$ = { 1 }

فالقاسم المشترك الوحيد للعددين 105 ، 242 هو العدد 1 .

نقول إن العددين الطبيعيين 105 ، 242 **أوّليّان فيما بينهما** .

ا ، ب عددان طبيعيان

ا ، ب أوليان فيما بينهما **معناه** ق م أ (ا ، ب) = 1 .

نشاط 2 : حلل كلاً من 35 ، 63 ، 120 إلى جداء عوامل أولية تجد أن :

$35 = 7 \times 5$.

$63 = 3^2 \times 7$.

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$.

لاحظ أنه لا يوجد أي عامل أولي مشترك بين التحاليل الأولية للأعداد 35 . 63 . 120 .

فالقاسم المشترك الوحيد لهذه الأعداد هو 1 .

نقول إن 35 . 63 . 120 هي أعداد أولية فيما بينها .

---

1 ـ تحقق أن العددين الطبيعيين أ ، ب أوّليّان فيما بينهما في كل من الحالات الآتية :

1) أ = 21 و ب = 55 . 2) أ = 63 و ب = 110 ؛

3) أ = 78 و ب = 385

2 ـ هل الأعداد أ . ب . حـ أوَّليّة فيما بينها مثنى مثنى ؟ وهل هي أوليّة فيما بينها في كلّ من مما يلي ؟ .

1) أ = 140 . ب = 117 . حـ = 121 .

2) أ = 133 . ب = 144 . حـ = 294 .

التَّمَارِينُ

1.1) أ = {2 ، 5 ، 12 ، 8 ، 17 ، 19 27 ، 15 ، 21 ، 25 ، 26} .

ـ عيّن المجموعة ل حيث ل = {س / س ∈ أ و س عدد أولي}

2) ب = {س/س ∈ ط و 25 ⩽ س ⩽ 50}

ـ عيّن المجموعة ف حيث ف = {س/س ∈ ب و س ليس أوليا} .

1.2) أوجد كل الأعداد الأولية المحصورة بين 100 و 200 .

2) أوجد كل الأعداد الأولية المحصورة بين 200 و 300 .

3) عيّن مجموعة الأعداد الأولية الأصغر من 300 .

3. تحقّق باستعمال قواعد قابلية القسمة أن الأعداد الطبيعية التالية ليست أولية :

1) 1611 ، 235 ، 138 ، 537 ، 450 ، 435 ، 848 .

2) 275 ، 633 ، 765 ، 460 ، 534 ، 357 ، 488 .

4. عيّن أصغر قاسم أولي لكل من الأعداد التالية :

35 ، 39 ، 66 ، 57 ، 81 ، 47 ، 99 ، 13 ، 54 ، 87 ، 325 .

5. هل الأعداد الطبيعية الآتية أولية ؟

1) 283 ، 461 ، 507 .

2) 2 × 3 × 5 × 2 ؛ 2 × 3 × 5 + 7 + 3 ؛

(2 × 3 × 5) + (7 × 11 × 3) + 1 .

6. عيّن التحليلات الأولية لكل من الأعداد الطبيعية أ ، ب ، حـ ، أ × ب × حـ في كل من الحالات التالية دون حسابها .

1) أ = 9 × 39 × 16 ؛ ب = 21 × 8 × 11 × 15 ،

حـ = 10 × 25 × 32 × 15 .

2) أ = 10^{2} × 36 × 14 ؛ ب = 15 × 6^{3} × 21 .

حـ = 5^{2} × 20^{3} × 42 .

3) أ = 1500 × 170 ؛ ب = 250^{2} × 30^{3} ، حـ = 1600 × 900 .

1.7) حلل كلاً من 10 ، 100 ، 1000 إلى جداء عوامل أولية .

2) استخدم النتائج السابقة لتحليل كل من الأعداد الآتية إلى جداء عوامل أولية :

170 ، 230 ، 500 ، 1600 ، 2500 ، 8000 ، 135000 ، 15000 .

1.8) احسب 210^2.

2) حلل كلاً من 210 ، 210^2 إلى جداء عوامل أولية .

3) تحقّق من أن $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ هو مربّع $2^2 \times 3 \times 5$.

4) حلّل 1764 إلى جداء عوامل أولية ، تحقّق أنه مربّع عدد طبيعي يُطلب تعيينه .

1.9) تحقّق أن العدد $2^{12} \times 3^6 \times 5^6$ هو مربّع عدد س ومكعّب عدد ص .
عيّن كلاً من س ، ص .

2) نفس السؤال بالنسبة للعدد $2^{18} \times 3^{12} \times 5^6$.

10. أ $= 2^3 \times 5^2 \times 13$ ؛ ب $= 2^3 \times 3 \times 5^3 \times 13$ ؛
حـ $= 2^5 \times 5^2 \times 11 \times 13$.

1) تحقّق أن كلاً من ب و حـ مضاعف للعدد أ .

2) هل ب مضاعف للعدد حـ .

3) هل حـ مضاعف للعدد ب .

4) عيّن أصغر عدد طبيعي إذا ضرب في العدد حـ نحصل على مضاعف للعدد ب .

1.11) حلّل كلاً من العددين 12936 ، 308 إلى جداء عوامل أولية .

2) تحقق أن 12936 مضاعف للعدد 308 .

3) أوجد م م أ (12936 ، 308).

12. عيّن م م أ (أ ، ب) في كل من الحالات التالية :

1) أ = 172 ، ب = 424.

2) أ = 1240 ، ب = 236

3) أ $= 2 \times 3 \times 5^2$ ، ب $= 2^3 \times 5 \times 7$.

4) أ $= 2^2 \times 5 \times 11$ ، ب $= 3 \times 5^2 \times 11^2$.

1.13) عيّن م م أ (63 ، 294 ، 105) .

2) أوجد العددين الطبيعيين ا ، ب حيث :

ا = م م أ (63 ، 294) و ب = م م أ (ا ، 105) .

ـ تحقّق أن م م أ (63 ، 294 ، 105) = ب .

14. أحسب ق م أ (ا ، ب) في كل من الحالات الآتية :

ا = 126 و ب = 128 ؛ ا = 390 و ب = 640 ؛

ا = $2^5 \times 3^2 \times 7$ و ب = 1440 .

1.15) حلّل كلاً من 72 ، 360 إلى جداء عوامل أولية .

2) تحقّق أن 72 قاسم للعدد 360 .

3) أوجد ق م أ (72 ، 360) .

1.16) أحسب ق م أ (390 ، 1055 ، 45) .

2) أوجد العددين الطبيعيين حـ ، ء حيث :

حـ = ق م أ (390 ، 1055) ، ء = ق م أ (حـ ، 45) .

ـ تحقّق أنّ ق م أ (390 ، 1055 ، 45) = ء .

1.17) حلّل كلاً من 36 ، 24 إلى جداء عوامل أولية .

2) أوجد م م أ (36 ، 24) ، ق م أ (36 ، 24) .

3) تحقّق أن م م أ (36 ، 24) × ق م أ (36 ، 24) = 36×24

4) عيّن م$_{36}$ ، م$_{24}$ ، ق$_{36}$ ، ق$_{24}$ ، م$_{36}$ $\cap$ م$_{24}$ ، ق$_{36}$ $\cap$ ق$_{24}$.

5) تحقّق أنّ :

- م$_{36}$ $\cap$ م$_{24}$ = م$_{\text{م م أ}}$ (36 ، 24) .
- ق$_{36}$ $\cap$ ق$_{24}$ = ق$_{\text{ق م أ}}$ (36 ، 24)

18. أوجد العددين الطبيعيين ا ، ب إذا علمت أنّ :

م م أ (ا ، ب) = 336 ، ق م أ (ا ، ب) = 12

متاهــة

للانتقال من خانة الانطلاق إلى خانة الوصول (الشكل)
نراعي ما يلي :
1) يتم الانتقال في كل الاتجاهات من خانة إلى خانة مجاورة .
(الخانتان المتجاورتان هما خانتان لهما ضلع مشترك) .

2) للانتقال من خانة إلى خانة مجاورة لها يجب أن يكون العددان اللذان يشغلان الخانتين المتجاورتين غير أوليين فيما بينهما .

الانطلاق ←

56	87	330	19	23	54
97	58	118	37	48	36
45	153	103	24	70	61
120	17	49	91	65	42
62	51	119	105	48	39

← **الوصول**

حدد على الجدول مسار الانتقال

16 الدائرة والقرص

1 ـ الدائرة والقرص

الدائرة	القرص
(د) دائرة مركزها م ونصف قطرها 2.5 سم .	(ق) قرص مركزه م′ ونصف قطره 3 سم
ـ أكمل ما يلي باستعمال أحد الرموز : > ، < ، =	
م حـ = 2,5 سم ؛ م ب ... 2,5 سم م هـ ... 2,5 سم ؛ م ل ... 2,5 سم م أ ... 2,5 سم ؛ م ك ... 2,5 سم • تلاحظ أن : كلا من النقط هـ ، حـ ، ل ، ك **تنتمي** إلى الدائرة (د) . وأن النقط م ، ب ، أ **لا تنتمي** إلى الدائرة (د) .	م′هـ′ > 3 سم ؛ م′أ′ ... 3 سم م′ف ... 3 سم ؛ م′ى ... 3 سم ؛ م′حـ′ ... 3 سم ؛ م′ء′ ... 3 سم . م′ف′ ... 3 سم . • المسافة بين كل من النقط أ′ ، ب′ ، م′ ، ف ، حـ′ ، ء′ والنقطة م′ هي أصغر من 3 سم أو تساوي 3 سم هذه النقط تنتمي إلى القرص (ق) .

الدائرة	القرص
القطعة [ك ل] تسمى **وترا** للدائرة (د) . – عيّن أوتارا أخرى للدائرة (د) . – هل [هـ ب] وتر للدائرة (د) ؟ لماذا ؟ • لاحظ أن : [ك ل] ⊄ (د) • النقط هـ ، م ، حـ على استقامة واحدة .	القطعة [أَ' بَ'] تسمى **وترا** للقرص (ق) . – عيّن أوتاراً أخرى للقرص (ق). – هل [م' ف] وتر للقرص (ق)؟ لماذا ؟ • لاحظ أن : [أ' ب'] ⊂ (ق) .
• القطعة [هـ حـ] تسمى **قطراً** للدائرة (د) . • النقطتان حـ ، هـ **متقابلتان قطريا**	• النقط حـ' ، م' ، ء' على استقامة واحدة . • القطعة [حـ' ء'] تسمى **قطراً** للقرص (ق) . • النقطتان حـ' ، ء' **متقابلتان قطرياً**.

الدائرة (د) التي مركزها م ونصف قطرها نـ هي مجموعة النقط ن حيث م ن = نـ .

نرمز لهذه الدائرة بالرمز د (م ، نـ) .

القرص (ق) الذي مركزه م ونصف قطره نـ هو مجموعة النقط ن حيث م ن ⩽ نـ .

نرمز لهذا القرص بالرمز ق (م ، نـ) .

ملاحظة :

حدُّ القرص ق (م ، ں) هو الدائرة د (م ، ں) .

وتر الدائرة هو قطعة مستقيمة طرفاها نقطتان من الدائرة .

قطر دائرة هو وتر يشمل مركزها .

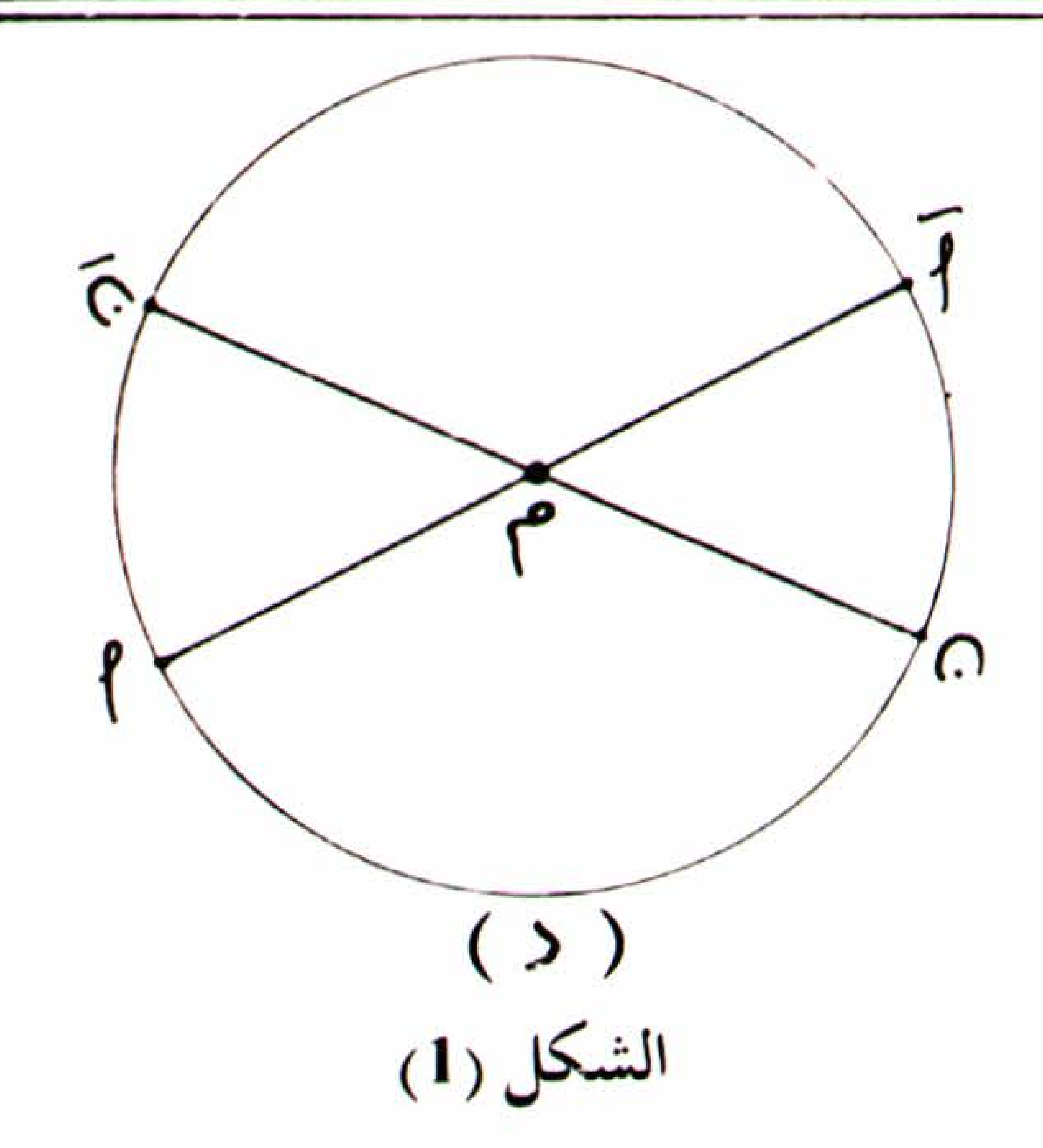
- قطر دائرة هو **أطول** وتر فيها .
- حامل قطر دائرة يسمى **مستقيم قطري** .
- وتر قرص هو وتر الدائرة التي تحدُّه .
- قطر قرص هو قطر الدائرة التي تحدُّه .

---

1) هل كل نقطتين من القرص تعينان وتراً ؟
متى تعيّن نقطتان من القرص وتراً ؟
2) هل الدائرة مجموعة محدّبة ؟ هل القرص مجموعة محدّبة ؟

نشاط :

ـ تحقق أن نظيرة كل نقطة من الدائرة (د) بالنسبة إلى المركز م هي نقطة من (د) .



الشكل (1)

نتيجة :

مركز الدائرة هو مركز تناظر لها.

ـ تحقق أن كل نقطتين متقابلتين قطرياً هما متناظرتان بالنسبة إلى المركز م .

---

2 ـ طول دائرة و محيط قرص

نشاط :

ـ أكمل الجدول التالي حيث ل هو طول دائرة و ق طول قطرها .

ق	26	30	50	7,6	8,4	100	7
ل	80,6	94,2	157	23,864	26,376	314	22
ل : ق							

• **نقبل أنه** : مهما كانت الدائرة ، فإن حاصل قسمة طولها ل على طول قطرها ق هو عدد نرمز إليه بالرمز π .

أي ل : ق = π

ومنه ل = ق × π

طول دائرة يساوي جداء طول قطرها والعدد π ، أي ل = ق × π

• نستعمل في الحسابات أحد الأعداد : 3,14 ، 3,141 ، 3,1416 ، $\frac{22}{7}$ كقيمة تقريبية للعدد π .

• لدينا ق = 2 ىر و ل = ق × π

يمكننا أن نكتب : ل = 2 ىر × π أو ل = 2 π ىر

ملاحظة :

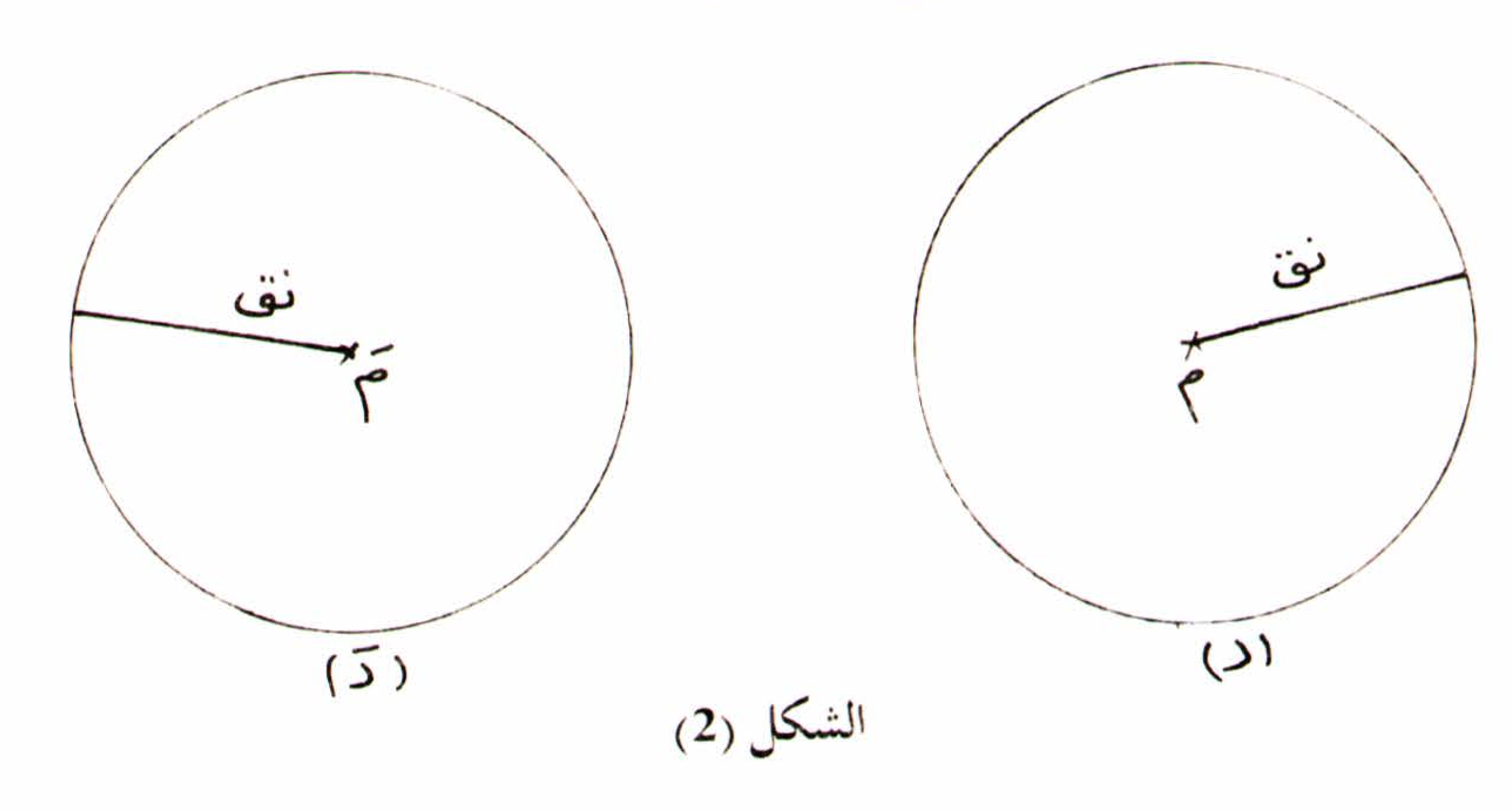
محيط القرص ق(م ، ىر) هو طول الدائرة د (م ، ىر) التي تحدُّه .

3 ـ الدوائر المتقايسة

نشاط :

إليك الشكل (2) حيث : د (م ، نق) ، دَ (مَ ، نق)

دائرتان طول نصف قطر كل منهما نق .



الشكل (2)

ـ انقل (دَ) على ورقة شفافة .

ـ طبّق الدائرة الناتجة على الدائرة (د)

ـ لاحظ أن الدائرة الناتجة تنطبق على الدائرة (د) .

نقول إن الدائرتين (د) و (دَ) **متقايستان** .

تتقايس دائرتان إذا أمكن تطبيق إحداهما على الأخرى

ملاحظة :

- لدائرتين متقايستين نفس الطول ونصفا قطريهما متساويان
- القرصان المتقايسان هما قرصان حدّاهما متقايسان .

4 ـ الزاوية المركزية

د (م ، نق) دائرة .

[م س ، م ع] زاوية رأسها م مركز الدائرة .

[م س ، م ع] تسمّى زاوية مركزية .

ملاحظة :

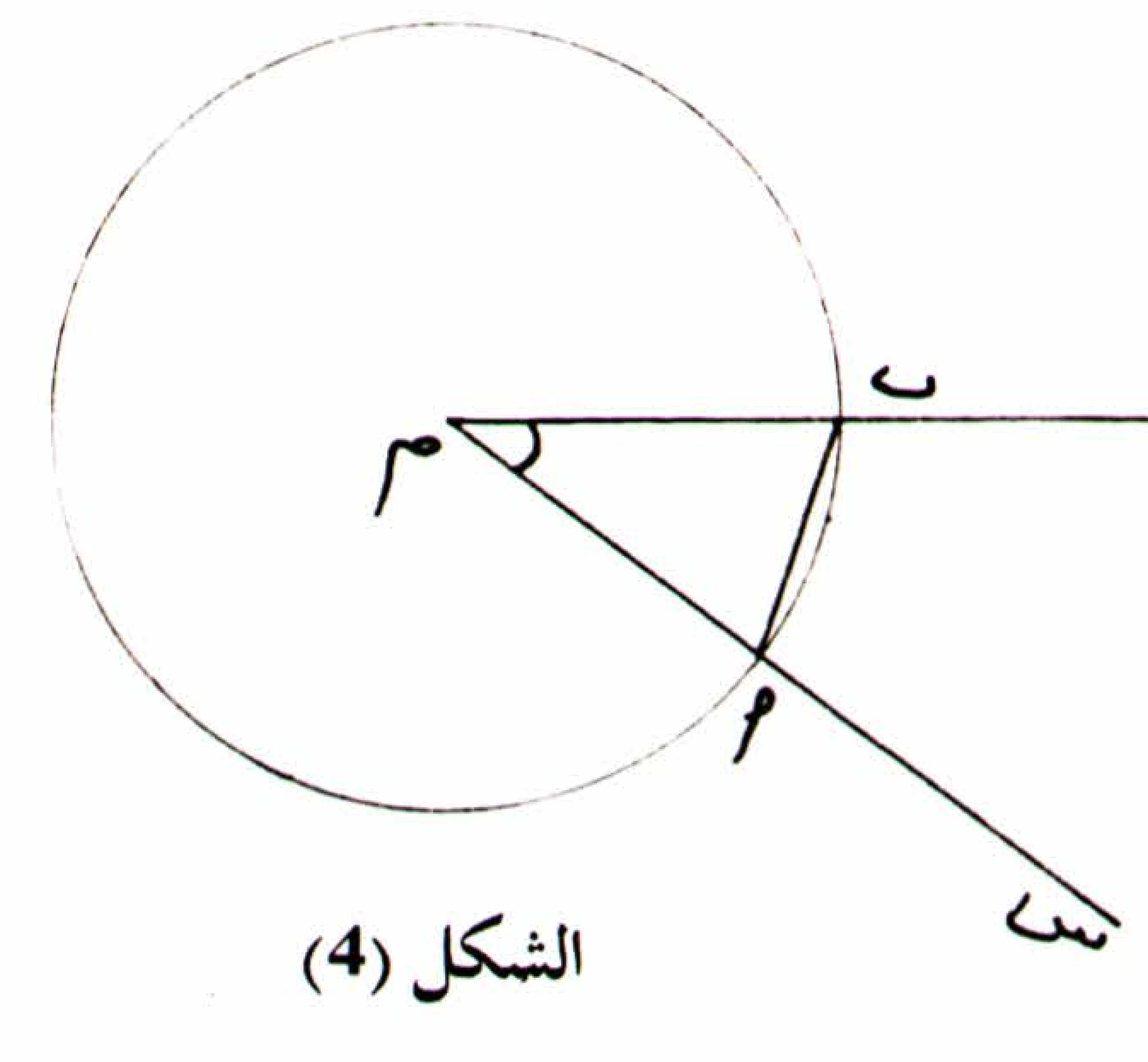
الزاوية المنعكسة [م س ، م ع]
هي أيضا زاوية مركزية .

الشكل (3)

5 ـ أقواس دائرة

د(م ، نق) دائرة ، [م س ، م ع]
زاوية مركزية (الشكل 4)

المجموعة (د) ∩ [م س ، م ع]
هي **قوس** نرمز إليها بالرمز ⌒أب .

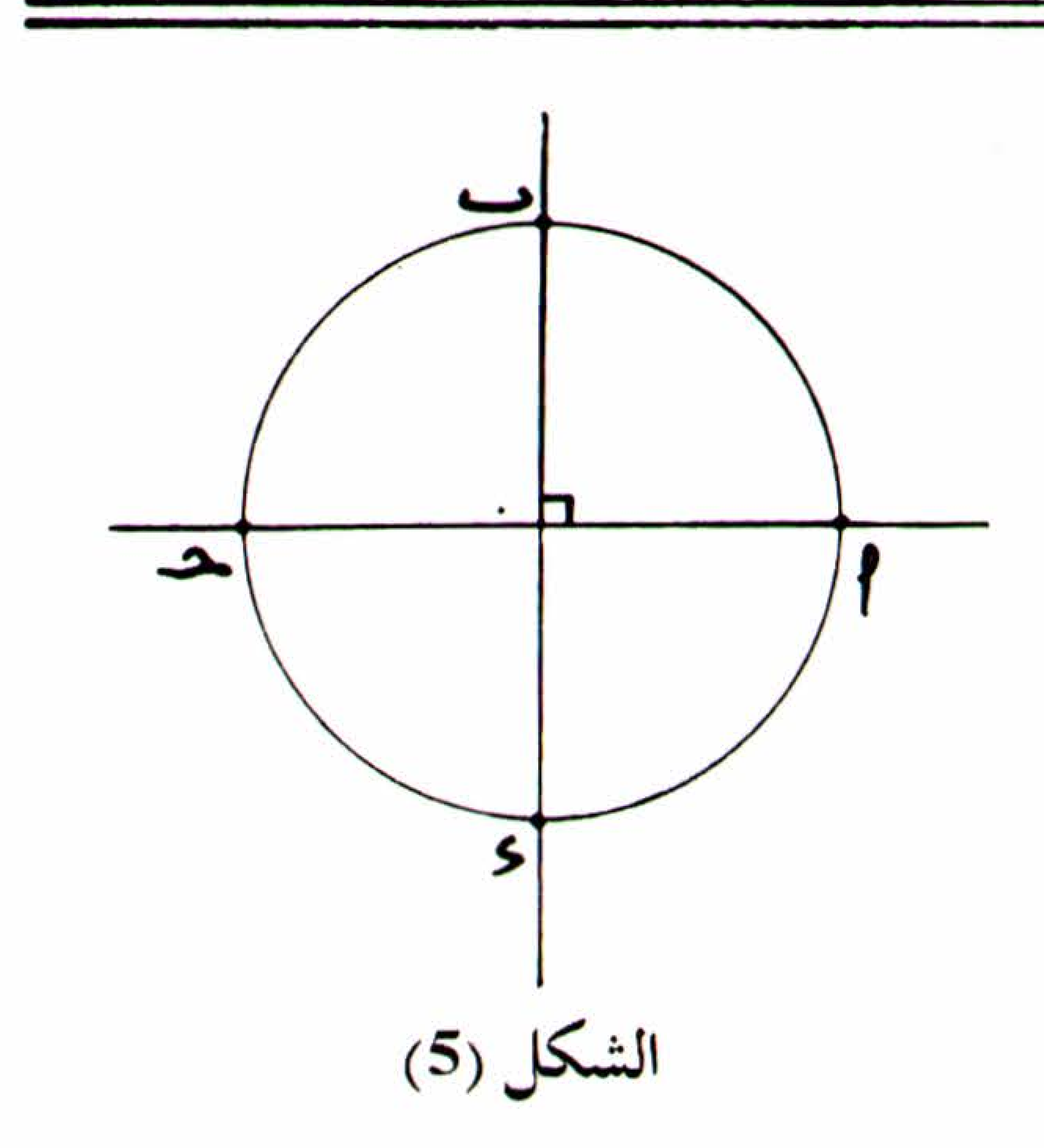


الشكل (4)

ملاحظة :

- إذا كانت [م س ، م ع] زاوية مركزية منعكسة فإن
المجموعة (د) ∩ [م س ، م ع] هي القوس ⌒أب .
نقول إن الزاوية المركزية [م س ، م ع] تحصر القوس ⌒أب وأن الزاوية
المركزية المنعكسة [م س ، م ع] تحصر القوس ⌒أب .
- الكتابة ⌒أب تدّل على القوس المحصورة بالزاوية المركزية الناتئة
[م س ، م ع] .
- لاحظ أن :
الوتر [أ ب] يشدّ كلاًّ من القوسين ⌒أب ، ⌒أب .

قيس قوس هو قيس الزاوية المركزية التي تحصره



الشكل (5)

إليك الشكل (5)

1) عيّن قيس كل من الأقواس :

أب ، أحـ ، أء ، أأ ، أأ .

2) عيّن على هذه الدائرة

قوساً أهـ قيسها 120° .

6 ـ الأقواس المتقايسة

نشاط (1) :

إليك الشكل (6)

ـ انقل القوس أب على ورقة شفافة .

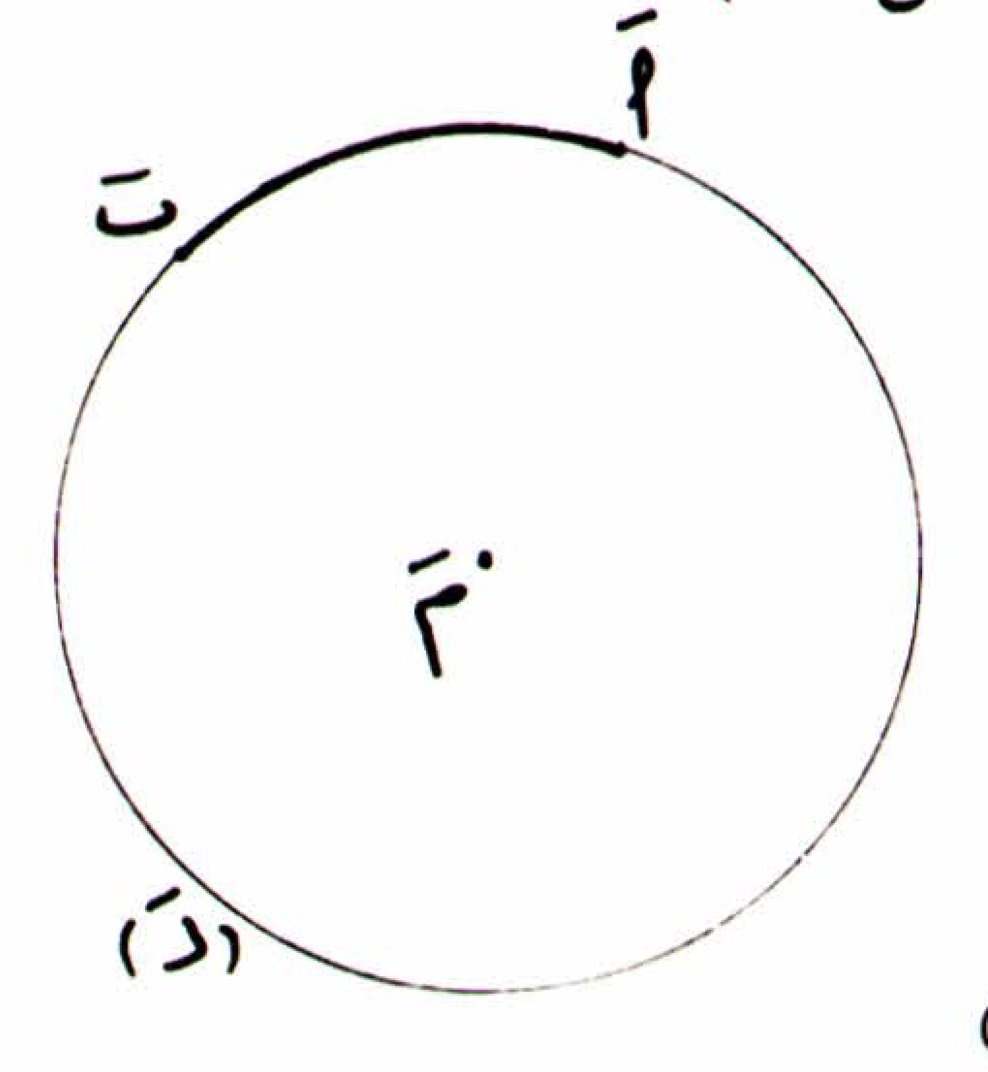
ـ طبّق القوس الناتج على القوس حـ ء .

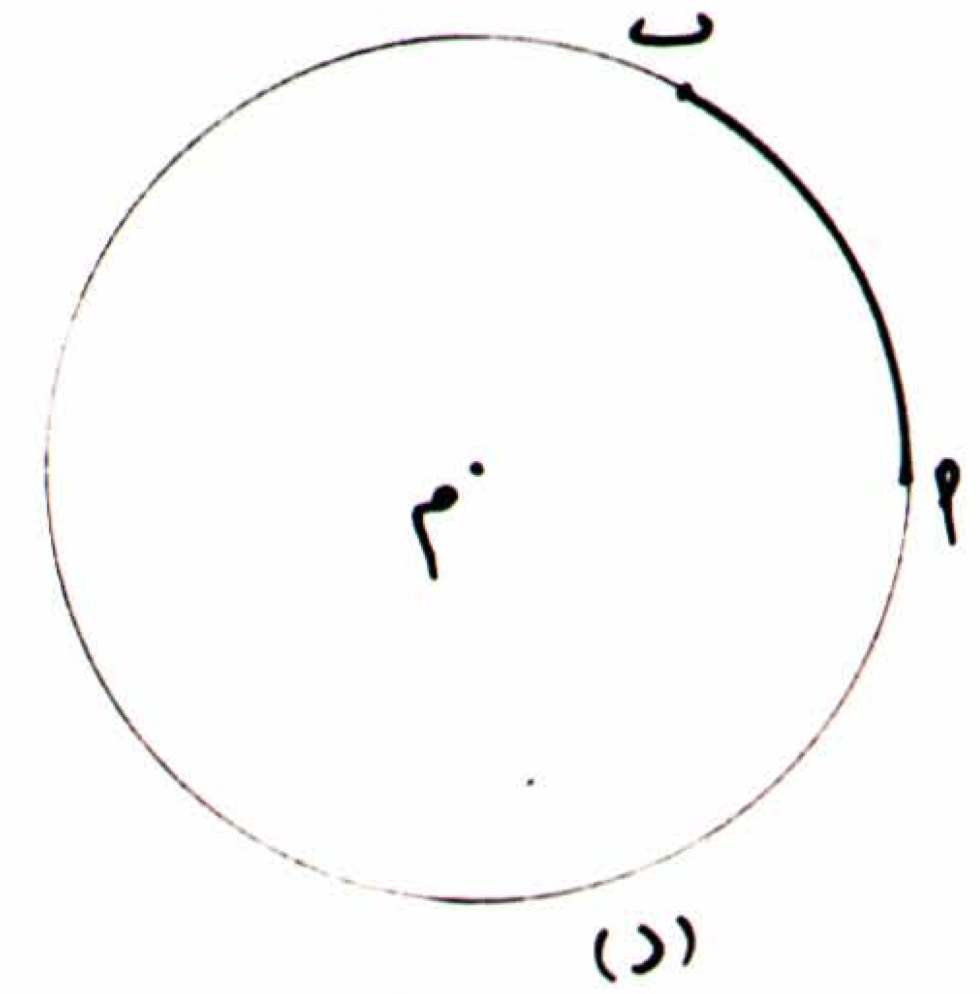
إذا انطبقت القوسان على بعضهما فنقول إنهما **متقايستان**

الشكل (6)

نشاط (2) :

(د) ، (دَ) دائرتان متقايستان (الشكل 7)





الشكل (7)

ـ انقل القوس أب على ورقة شفافة .

ـ طبق القوس الناتج على القوس أَبَ

إذا انطبقت القوسان على بعضهما . نقول إنهما **متقايستان** .

تتقايس قوسان من دائرة أو من دائرتين متقايستين إذا أمكن تطبيق إحدى القوسين على الأخرى .

- ارسم دائرتين متقايستين ، ثم انشيء عليهما قوسين متقايستين .
- تحقق أن هاتين القوسين تعيّنان زاويتين مركزيتين متقايستين .
- تحقق أن الزاويتين المركزيتين المتقايستين من دائرة تحصُران قوسين متقايستين .

نشاط (3) :

د (م ، س) ، د′ (م ، س′)

دائرتان متمركزتان (لهما نفس المركز)

[م س ، م ع] زاوية مركزية

تحصر القوسين

أب⌒ ، أ′ب′⌒ من (د) ، (د′)

على الترتيب .

الشكل (8)

لاحظ أن :

لهاتين القوسين نفس القيس وهو قيس [م س ، م ع] .

- هل هاتان القوسان قابلتان للتطابق ؟ لماذا ؟

ملاحظة :

القوسان المتقايستان لهما نفس القيس

لكن

القوسان اللتان لهما نفس القيس ليستا دوماً قابلتين للتطابق

نشاط (4) :

إليك الشكل (9)

حيث [أب] قطر للدائرة (د).

لاحظ أن :

[أب] تعين القوسين أب ، أب .

ـ تحقق أن هاتين القوسين متقايستان .

كل من القوسين أب ، أب يسمى **نصف دائرة**.

ـ تحقق أن نظيرة كل نقطة من القوس أب بالنسبة إلى المستقيم (أب) هي نقطة من القوس أب .

(أب) هو محور تناظر للدائرة (د) .

ـ ارسم مستقيما قطرياً آخراً يختلف عن (أب) .

ـ تحقق أنه أيضا محور تناظر للدائرة (د) .

الشكل (9)

كل مستقيم قطري للدائرة هو محور تناظر لها .

7 ـ طول قوس

تعلم أن كل زاوية مركزية تحصر قوساً .

الزاوية الكلية التي رأسها م هي زاوية مركزية تحصر قوساً هي **الدائرة كلّها**

الزاوية الكلّية المركزية التي قيسها $360°$ تحصر قوساً طولها : 2π نق (الشكل 10)

الشكل (10)

الزاوية المركزية التي قيسها $1°$ تحصر قوساً طولها : $\frac{2\pi \text{ نق}}{360}$

والزاوية المركزية التي قيسها $45°$ مثلا تحصر قوساً طولها : $\frac{2\pi \text{ نق}}{360} \times 45$

وبصفة عامة :

• الزاوية المركزية التي قيسها $د^{\circ}$ تحصر قوساً طولها ل حيث :

$$\text{ل} = \frac{2\pi\,\text{نق}}{360} \times \text{د}$$

• الزاوية المركزية التي قيسها غ غراداً تحصر قوساً طولها ل حيث :

$$\text{ل} = \frac{2\pi\,\text{نق}}{400} \times \text{غ}$$

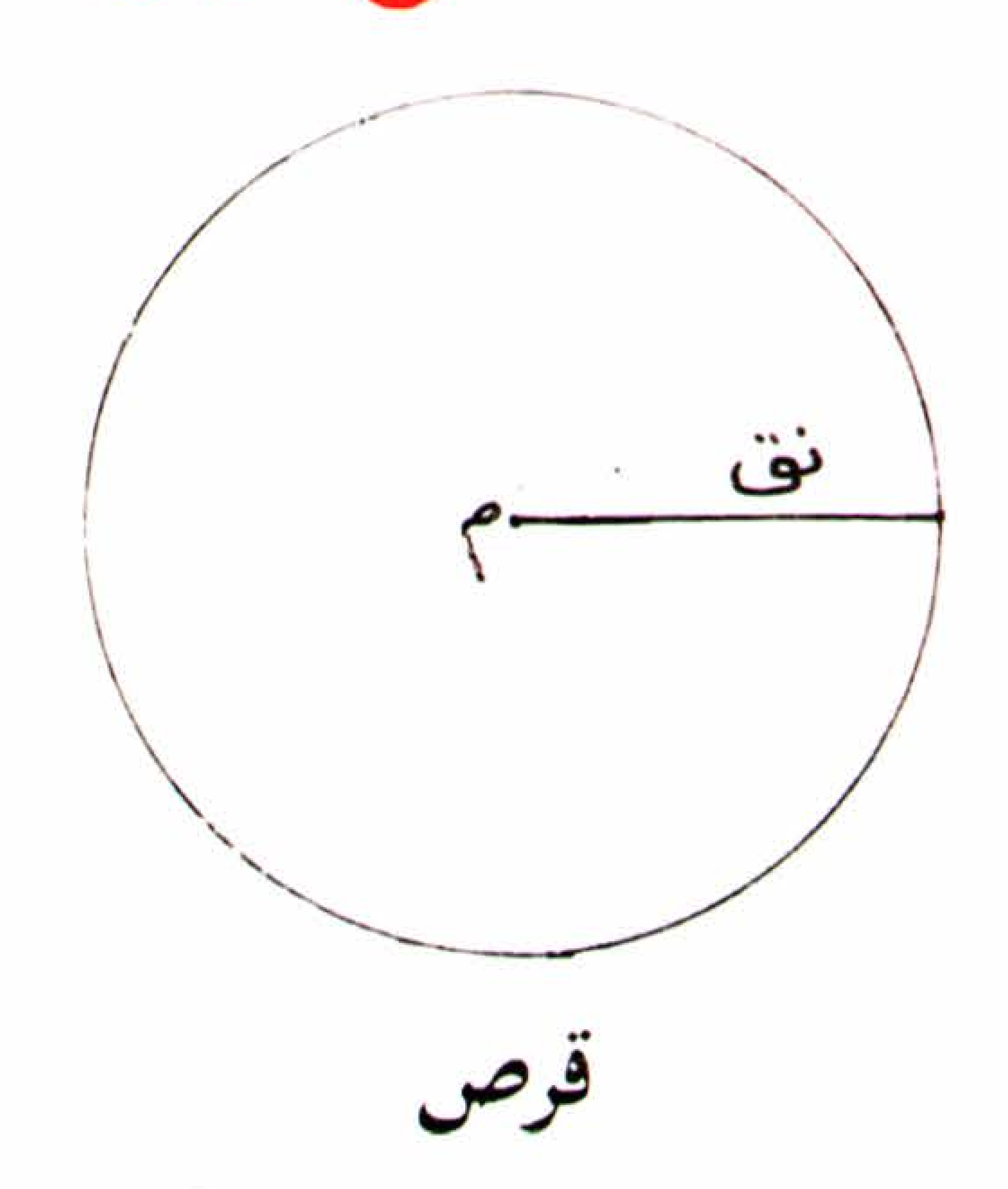
(د) دائرة نصف قطرها 5 سم . $\overset{\frown}{\text{أب}}$ قوس منها محصورة بزاوية مركزية قيسها 72° .

1) احسب ل طول القوس $\overset{\frown}{\text{أب}}$.

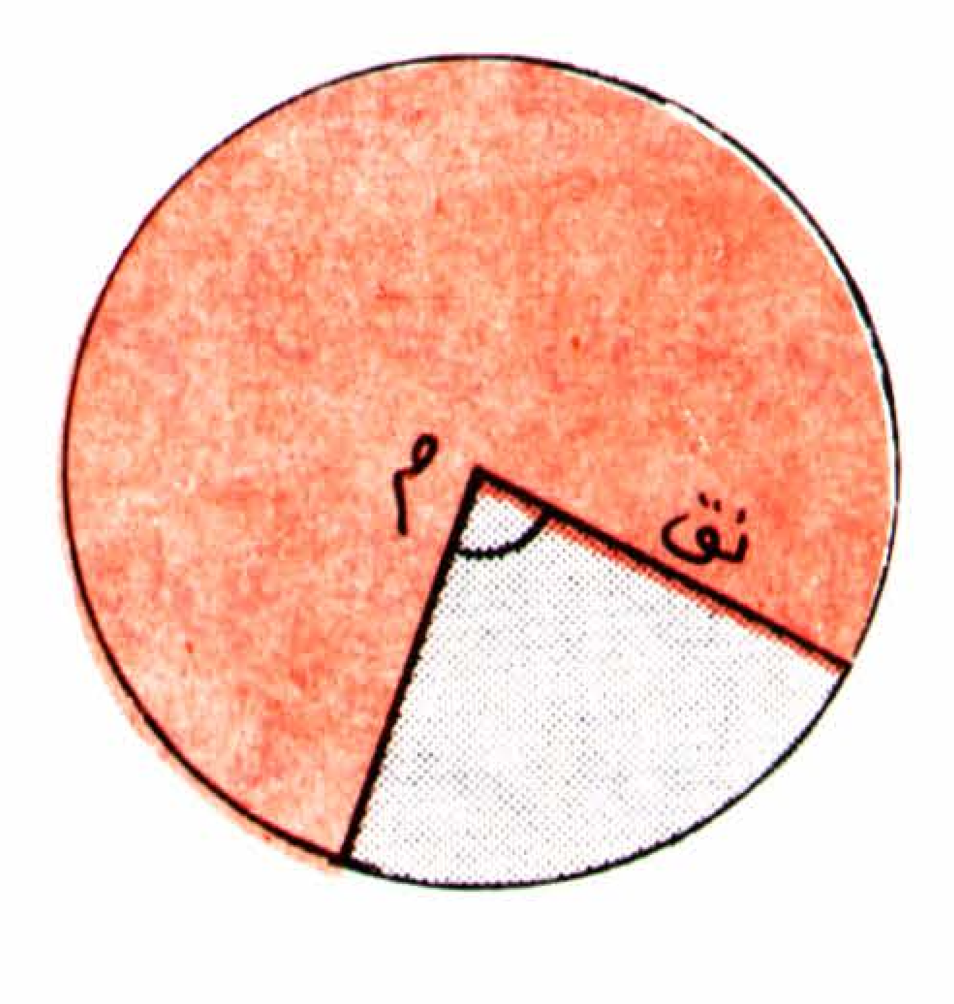
2) احسب طول قوس محصورة بزاوية مركزية مستقيمة .

---

8 ـ مساحة قطاع قرص



قرص



قطاع قرص

الشكل (11)

تعلم أن :

مساحة القرص ق (م ، نق) تساوي π نق^2 . ($\text{نق}^2 = \text{نق} \times \text{نق}$)

وأن الوحدة الأساسية لقياس المساحات هي المتر مربع (م^2)

لاحظ أن :

- كل زاوية مركزية في قرص تعيّن **قطاع قرص** .
- الزاوية المركزية الكلية التي قيسها 360^0 تعيّن قرصا مساحته : π نو^2 (الشكل 11) .
- الزاوية المركزية في القرص ق (م ، نو) التي قيسها 1^0 تعيّن قطاع قرص مساحته $\frac{\pi \text{ نو}^2}{360}$
- والزاوية المركزية في القرص ق (م ، نو) التي قيسها 75^0 مثلا تعيّن قطاع قرص مساحته $\frac{\pi \text{ نو}^2}{360} \times 75$

وبصفة عامة :

- الزاوية المركزية التي قيسها د^0 تعيّن قطاع قرص مساحته مـ حيث :

$$\text{مـ} = \frac{\pi \text{ نو}^2}{360} \times \text{د}$$

الزاوية المركزية التي قيسها غ غراداً تعيّن قطاع قرص مساحته مـ حيث :

$$\text{مـ} = \frac{\pi \text{ نو}^2}{400} \times \text{غ}$$

(د) دائرة نصف قطرها 4 سم .

1) احسب بطريقتين مساحة قطاع القرص المعيّن بزاوية مركزية قائمة .

2) احسب بطريقتين مساحة قطاع القرص المعيّن بزاوية مركزية مستقيمة .

مسألة محلولة

في الشكل منبّه ميناؤه قرص طولا عقربيه هما 4 سم . 4.5 سم يستقل كل من العقربين من الرقم 3 إلى الرقم 5 فيمسح كل منهما زاوية مركزية قيسها "60.

الشكل (12)

1) احسب ل طول القوس $\overset{\frown}{أأ'}$ التي يعيّنها طرف عقرب الدقائق . ثم أحسب م مساحة قطاع القرص الذي يمسحه هذا العقرب .

2) احسب ل' طول القوس $\overset{\frown}{بب'}$ التي يعيّنها طرف عقرب الساعات . ثم أحسب م' مساحة قطاع القرص الذي يمسحه هذا العقرب .

3) أحسب مساحة أ أ' ب' ب جزء الإكليل المكوّن من فرق هذين القطاعين .

(نأخذ $\pi = 3.14$)

الحل :

1) $ل = \frac{2\pi \times 4.5}{360} \times 60$ أي ل $= 4.710$ سم

$م = \frac{\pi \times (4.5) \times (4.5)}{360} \times 60$ أي م $= 10.5975$ سم²

2) $ل' = \frac{2\pi \times 4}{360} \times 60$ أي ل' $= 4,1866$ سم

$م' = \frac{\pi \times 4^2}{360} \times 60$ أي م' $= 8,3733$ سم²

3) مساحة الجزء أ أ' ب' ب $= 10,5975 - 8.3733$

أي مساحة الجزء أ أ' ب' ب $= 2,2242$ سم²

التمـــاريـــن

1. ارسم الدائرة د (م ، 3 سم) .

(ق) قرص حدّه (د) . (خ) مجموعة نقط خارج القرص (ق) .

1) عيّن ست نقط أ ، ب ، ح ، ى ، هـ ، و حيث : م أ = 3 سم ؛

م ب = 6,5 سم ؛ م ح = 3 سم ؛ م ى = 2 سم ؛ م هـ = 5 سم ؛ م و = 1,5 سم .

2) أكمل باستعمال أحد الرمزين ∋ ، ∌ ما يلي :

أ ... (ق) ؛ ب ... (ق) ؛ ح ... (ق) ؛ ى ... (ق) ؛ هـ ... (ق) ؛

و ... (ق) ؛

أ ... (د) ؛ ب ... (د) ؛ ح ... (د) ؛ ى ... (د) ؛ هـ ... (د) ؛

و ... (د) ؛

أ ... (خ) ؛ ب ... (خ) ؛ ح ... (خ) ؛ ى ... (خ) ؛ هـ ... (خ) ؛

و ... (خ)

2. ارسم دائرة نصف قطرها 3,5 سم . عيّن نقطة أ من هذه الدائرة .

1) ارسم وترًا [أ ب] طوله 5 سم . ما هو عدد الأوتار التي تشمل أ وطول كل منها 5 سم ؟

2) ارسم وترًا [أ ح] طوله 6 سم . ما هو عدد الأوتار التي تشمل أ وطول كل منها 6 سم ؟

3. ارسم الدائرة د (م ، 4 سم) .

1) عيّن ثلاث نقط أ ، ب ، ح من هذه الدائرة بحيث :

قيس ⌒أ ب = قيس ⌒أ ح .

2) تحقق أن الزاويتين [م أ ، م ب] ، [م أ ، م ح] متقايستان .

4. ارسم دائرة (د) مركزها م .

1) عيّن نقطتين أ ، ب متقابلتين قطريا من هذه الدائرة .

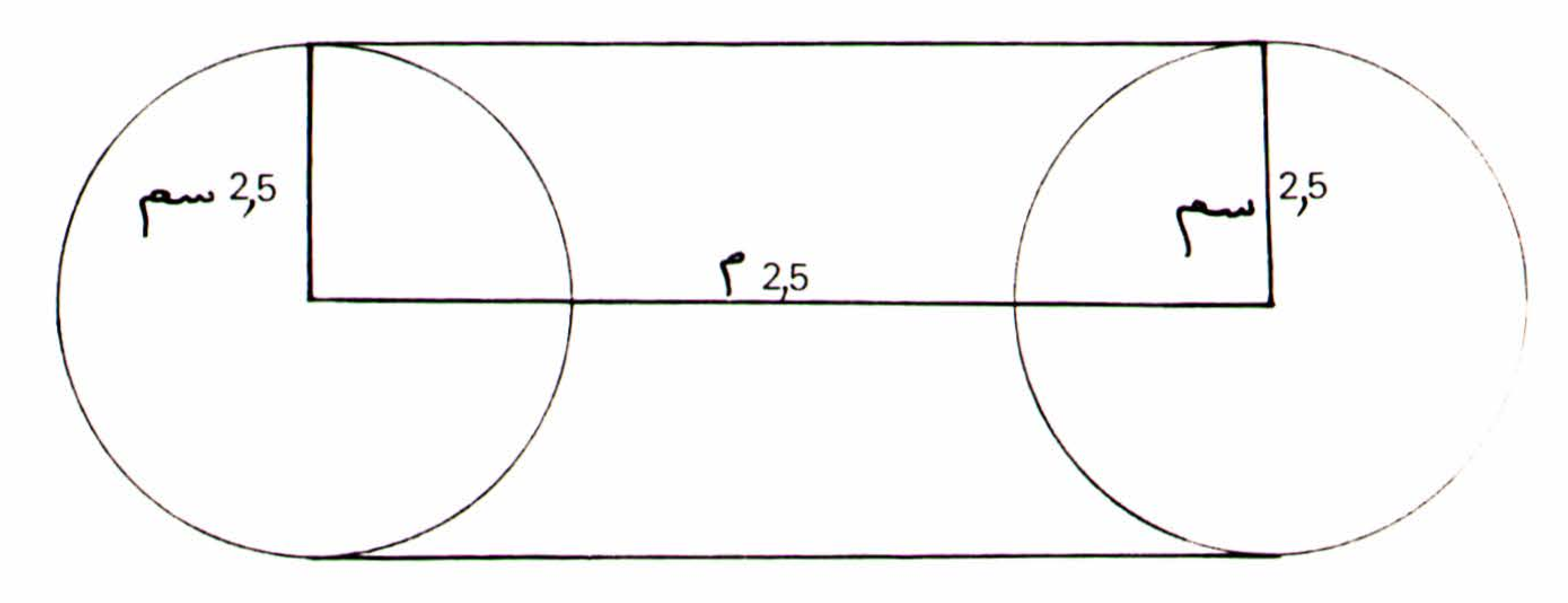
2) عيّن نقطتين ح ، ى متقابلتين قطريا .

3) تحقق أن القوسين ⌒ب ح ، ⌒أ ى متقايستان

وأن القوسين ⌒أ ح ، ⌒ب ى متقايستان .

5. ارسم دائرة (د) مركزها م .
عيّن نقطتين ا ، ب من هذه الدائرة ، عيّن نقطة هـ من القوس $\overset\frown{اب}$
بحيث يكون : قيس $\overset\frown{اهـ}$ = قيس $\overset\frown{هـب}$.
1) تحقق أن [م هـ هو منصف للزاوية المركزية [م ا ، م ب] .
2) عيّن نقطة د من القوس $\overset\frown{اب}$ بحيث يكون :
قيس $\overset\frown{اد}$ = قيس $\overset\frown{دب}$. تحقق أن [م د هو منصف للزاوية المنعكسة [م ا ، م ب] .
3) تحقق أن الزاوية [م هـ ، م د] مستقيمة .

6. بكرتان طولا نصفي قطريهما متساويان . وهما مرتبطتان بسير مشدود كما يظهر في الشكل (13) .



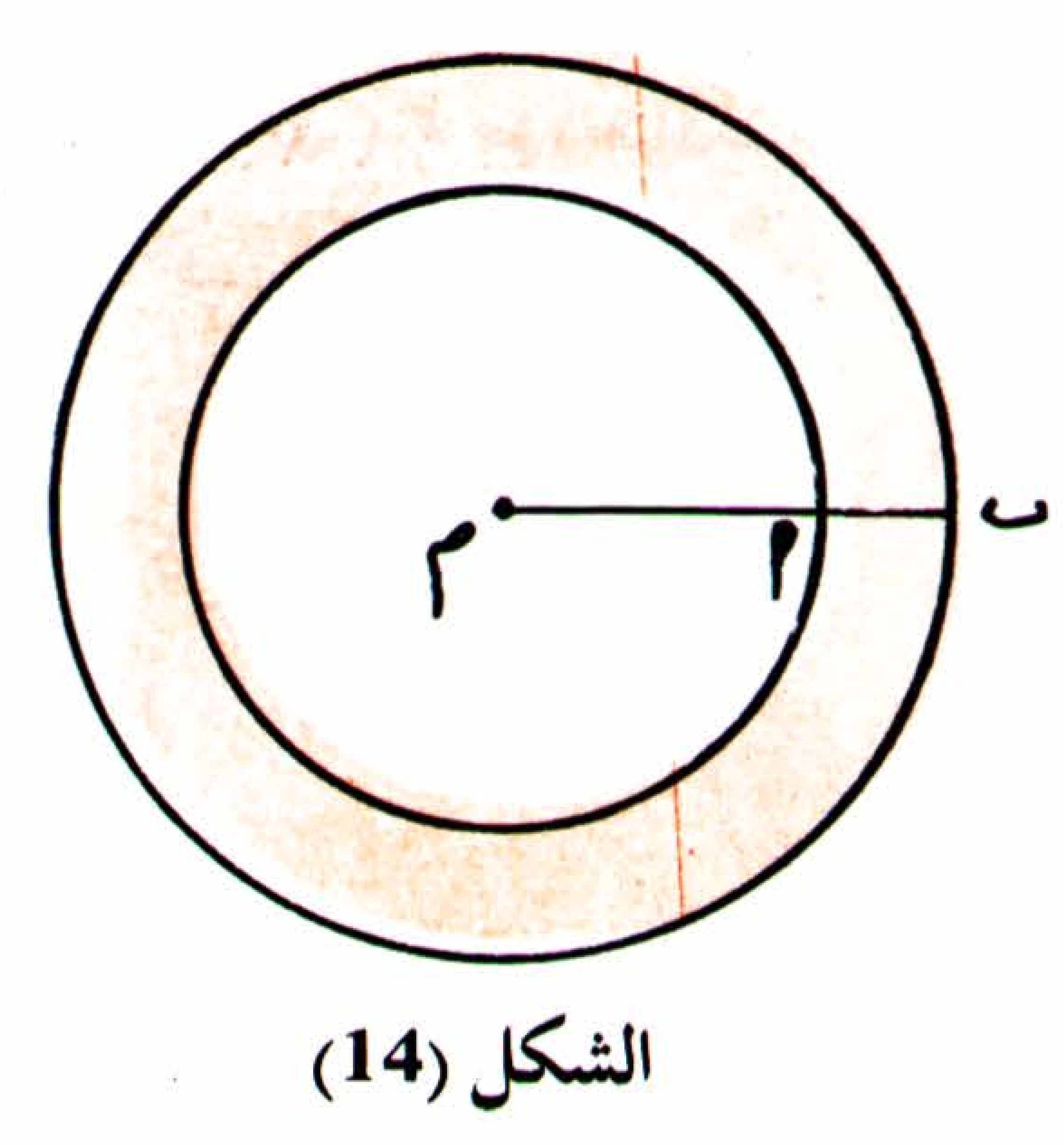
الشكل (13)

ـ احسب طول السير .

7. شكل خط الاستواء دائرة تقريبا طولها 40000 كم .
ـ أوجد طول نصف قطرها .

8. تدور الأرض حول الشمس وترسم دائرة طول نصف قطرها مئة وخمسين مليون كيلومتر .
ـ ما هي المسافة التي تقطعها الأرض خلال عام ؟

9. عربة ذات عجلتين طول قطر كل منهما 0,80 م .
ا هي نقطة تماس العجلة مع الأرض .
ـ كم مرة تمس العجلة الأرض في ا إذا علمت أن العربة قطعت مسافة 3,7 كم ؟

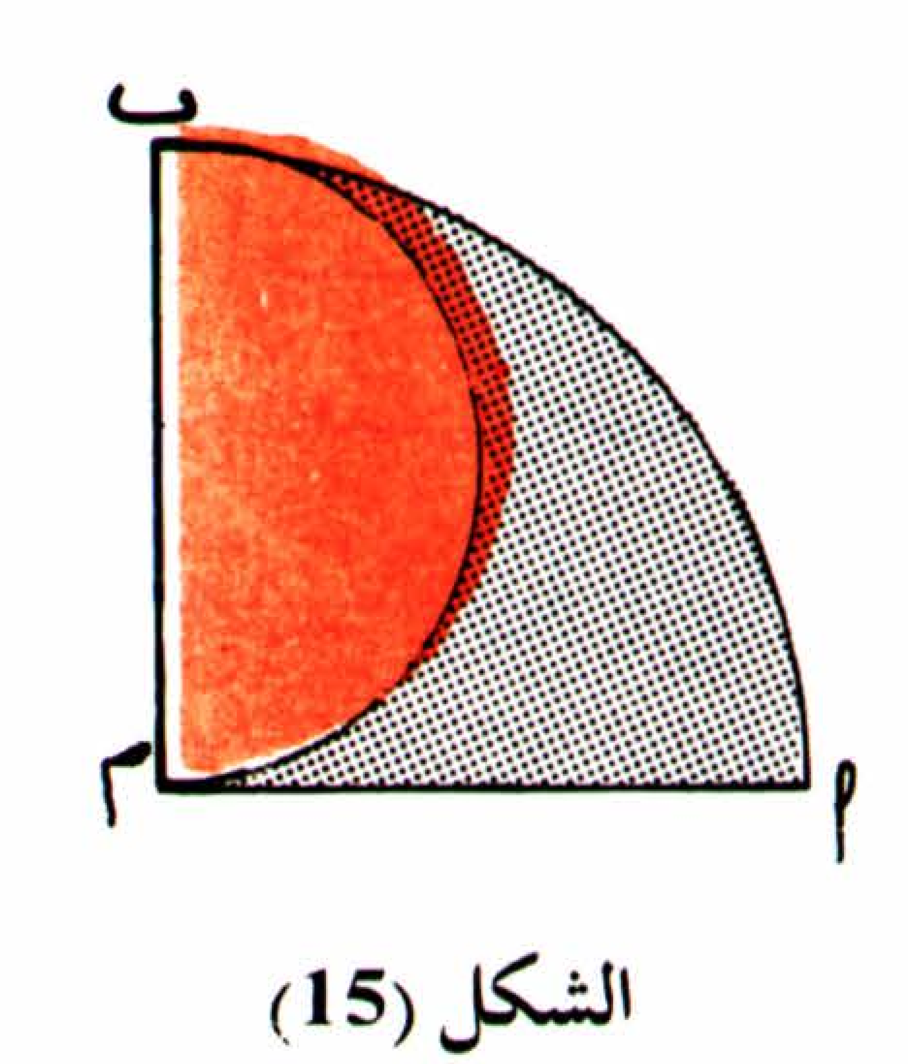


الشكل (14)

10. أراد مزارع أن يغرس شجيرات تبعد الواحدة عن الأخرى مسافة 3,14 م على دائرة طول نصف قطرها 8 م .
ـ ما هو عدد الشجيرات التي يمكن غرسها ؟

11. إليك الشكل (14)

مساحة الجزء الملوّن 21,98 سم^2 . فإذا كانت مساحة القرص الذي مركزه م ونصف قطره [م ب] هي 50,24 سم^2 .
ـ أحسب طول القطعة [م أ] .

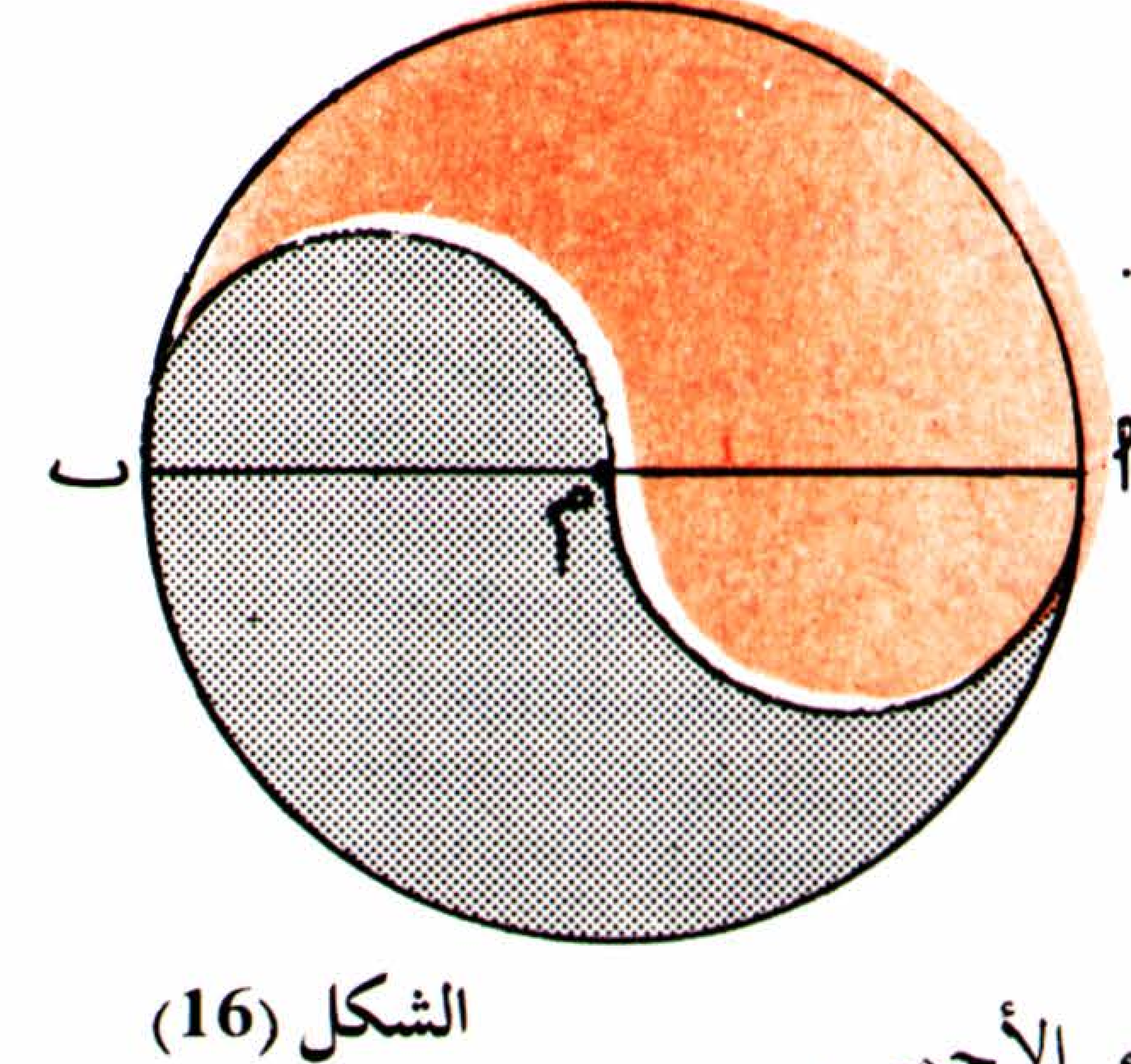


الشكل (15)

12. قرص ملوّن بثلاثة ألوان مفصولة عن بعضها بثلاثة دوائر مشتركة المركز أطوال أنصاف أقطارها هي 5 سم ؛ 7,5 سم ، 12 سم على الترتيب .
ـ احسب مساحة كل من الأجزاء الثلاثة الملوّنة .

13. لديك في الشكل (15)

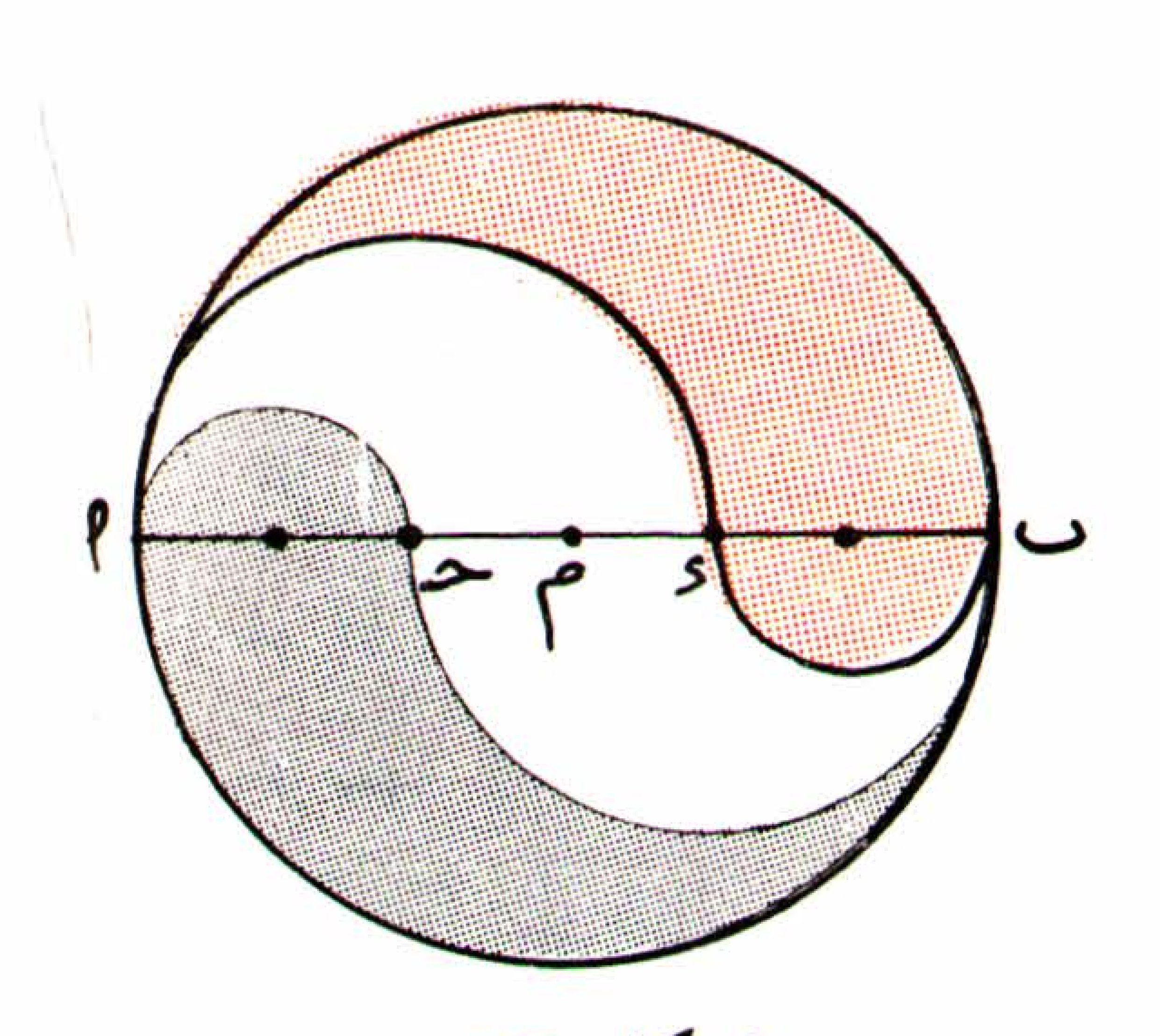
ربع قرص مركزه م . ونصف قطره م أ = 20 سم ونصف قرص قطره م ب .
ـ قارن بين مساحة الجزء الرمادي ومساحة نصف القرص .



الشكل (16)

14. (ق) قرص مركز م وقطره [أ ب] .
[م أ] ، [م ب] قطرا نصفي دائرتين .
ـ استعن بالشكل لحساب مساحة الجزء الأحمر .
ـ ما هي مساحة الجزء الآخر ؟ علما بأن أ ب = 6 سم .

15. (ق) قرص مركزه م وقطره [ا ب]
حيث ا ب = 6 سم .
حـ ، ء نقطتان من [ا ب] حيث طول
كل من القطع [ا حـ] ، [حـ ء] ،
[ء ب] هو 2 سم .

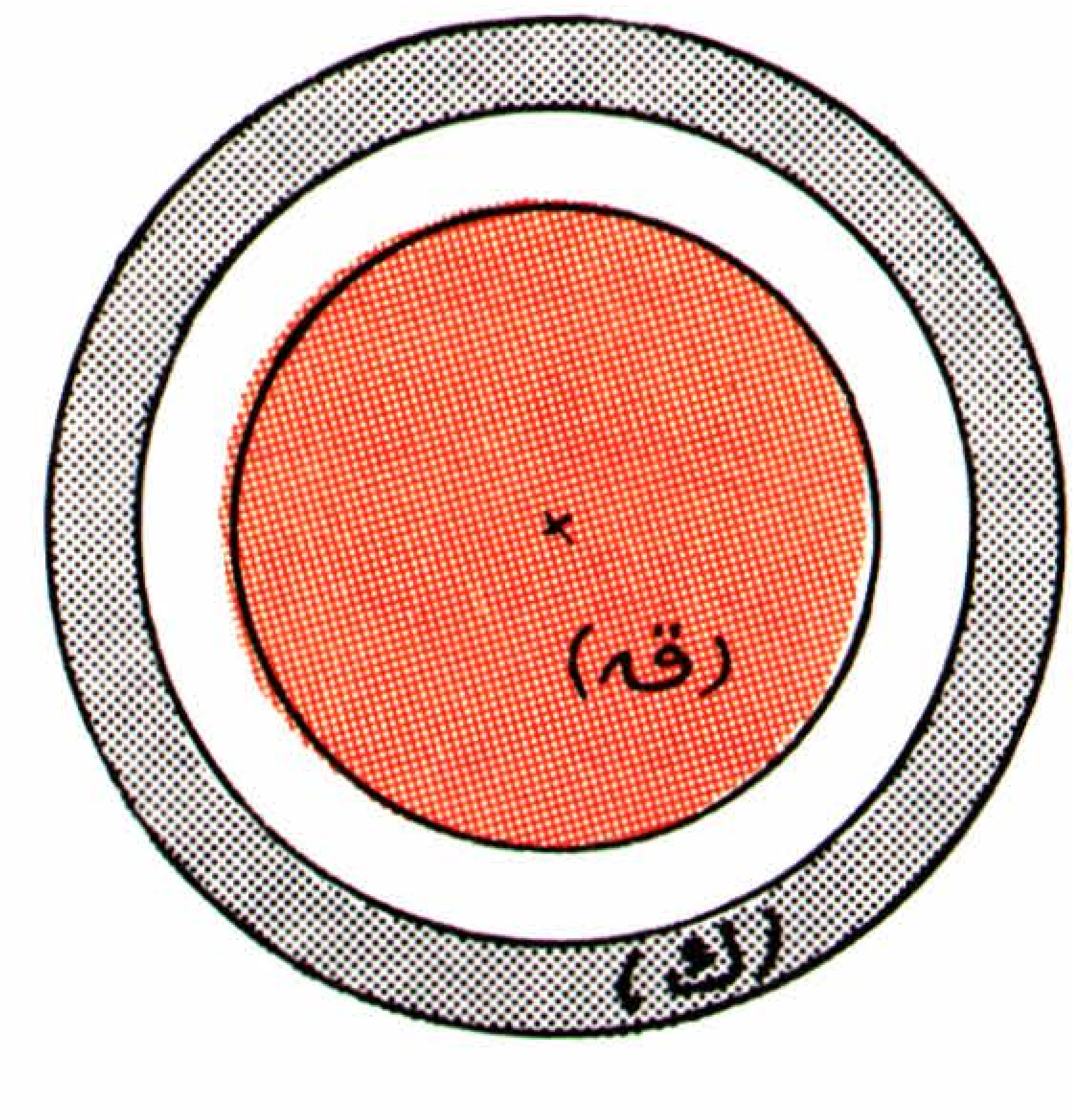


الشكل (17)

ـ احسب مساحة كلّ من الأجزاء الثلاثة في الشكل (17) .

16. ارسم الدائرة د (م ، 5 سم) . عيّن نقطتين ا ، ب من الدائرة
بحيث يكون : $\widehat{\text{ا م ب}} = 50^0$.
1) ما هو قيس القوس $\widehat{\text{ا ب}}$ بالدرجات .
2) أحسب طول القوس $\widehat{\text{ا ب}}$.
3) أحسب مساحة قطاع القرص
المُعيّن بالزاوية [م ا ، م ب] .

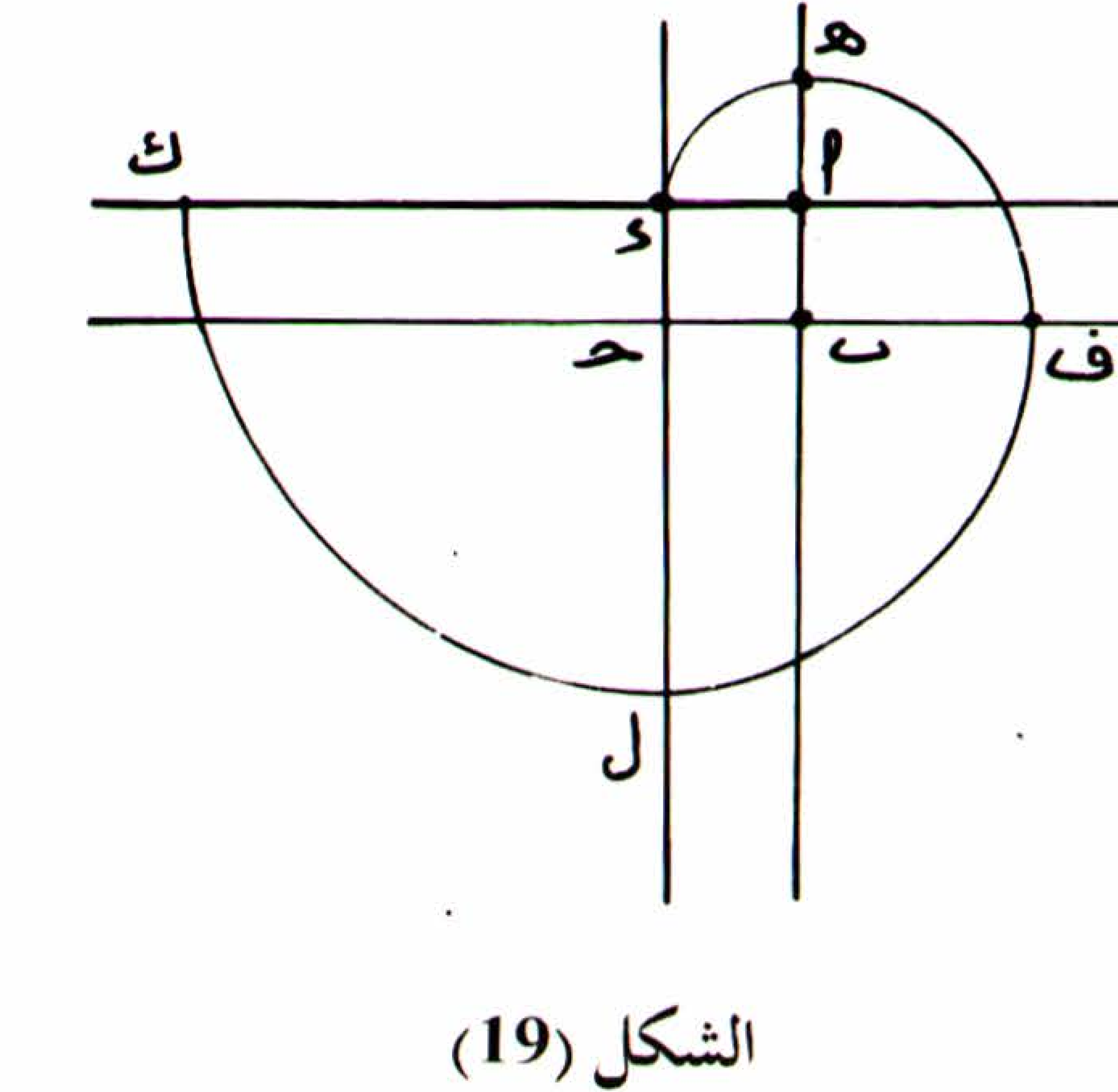
17. إليك الشكل (18)



الشكل (18)

ـ احسب مساحة كل من القرص
(ق) والإكليل (ك) .
ـ قارن بين مساحتيهما .

18. إليك الشكل (19) حيث ا ب حـ ء
مربع طول ضلعه 1 سم .



الشكل (19)

ـ ارسم ربع دائرة $\widehat{\text{ء هـ}}$ مركزها ا ثم صلها
بربع الدائرة $\widehat{\text{هـ ف}}$ ذات المركز ب ثم صل
هذا الربع الأخير بربع الدائرة $\widehat{\text{ف ل}}$
ذات المركز حـ .
وأخيرا ارسم ربع الدائرة $\widehat{\text{ل ك}}$ التي
مركزها [illegible]

لقد أنشأنا دورة حلزونية . يمكنك إنشاء دورة أخرى وذلك بأخذ المراكز ا . ب . ح . ى على الترتيب .

1) ما هو طول نصف قطر كل ربع دائرة في الشكل (19)

2) ما هو طول القوس ىك من الحلزون ؟

3) احسب مساحة الجزء المحدود بالحلزون والقطعة [ى ك] .

4) أنشيء دورة حلزونية أخرى . ما هو طول دورتين من الحلزون ؟

العدد π ...

ـ منذ القدم وحتى يومنا هذا ظل العدد π والبحث عن أكبر جزء عشري له رغبة ملحّة لدى علماء الرياضيات نظراً لأهميته في الهندسة (طول دائرة ، مساحة قرص ، ...) ونظراً لقيمته كعدد .

• أرخميدس (287 – 212 قبل الميلاد) كان يستعمل الحصر :

$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$$ أي $$3,140845 < \pi < 3,142857$$

• الخوارزمي (محمد بن موسى حوالى القرن 9 م) كان يستعمل الحصر :

$$\frac{62832}{20000} < \pi < \frac{22}{7}$$ أي $$3,1416 < \pi < 3,1428$$

• إليك قيمة مقربة للعدد π :

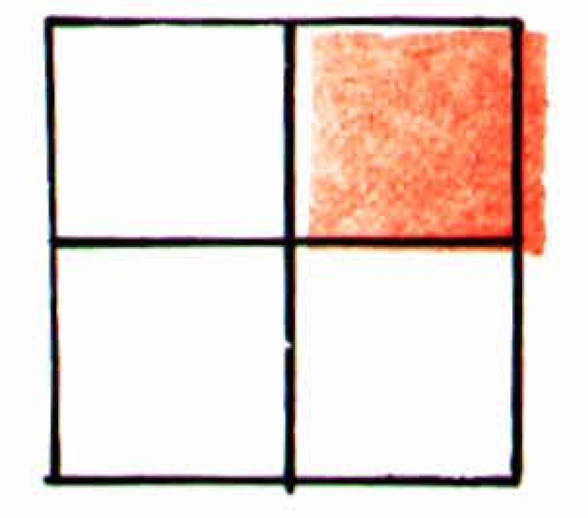
3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640629620899986280
348253421170629821480865132823066470938446995505822317253594081284811745028410270193 8
5211055596446229489549303819644288109756659334461284756482337867831652712019091456485
669234603486104543266482133936072602491412737245870066063155881748815209209628292 5...

• في سنة 1983 توصل الباحثان الرياضيان يوشياكي وياسومرا إلى أدّق قيمة مقرّبة للعدد π حيث الجزء العشري يتكوّن من 2^{23} رقما عشريا أي 8388608 رقما بعد الفاصلة ، وذلك باستعمال حاسوب إلكتروني .

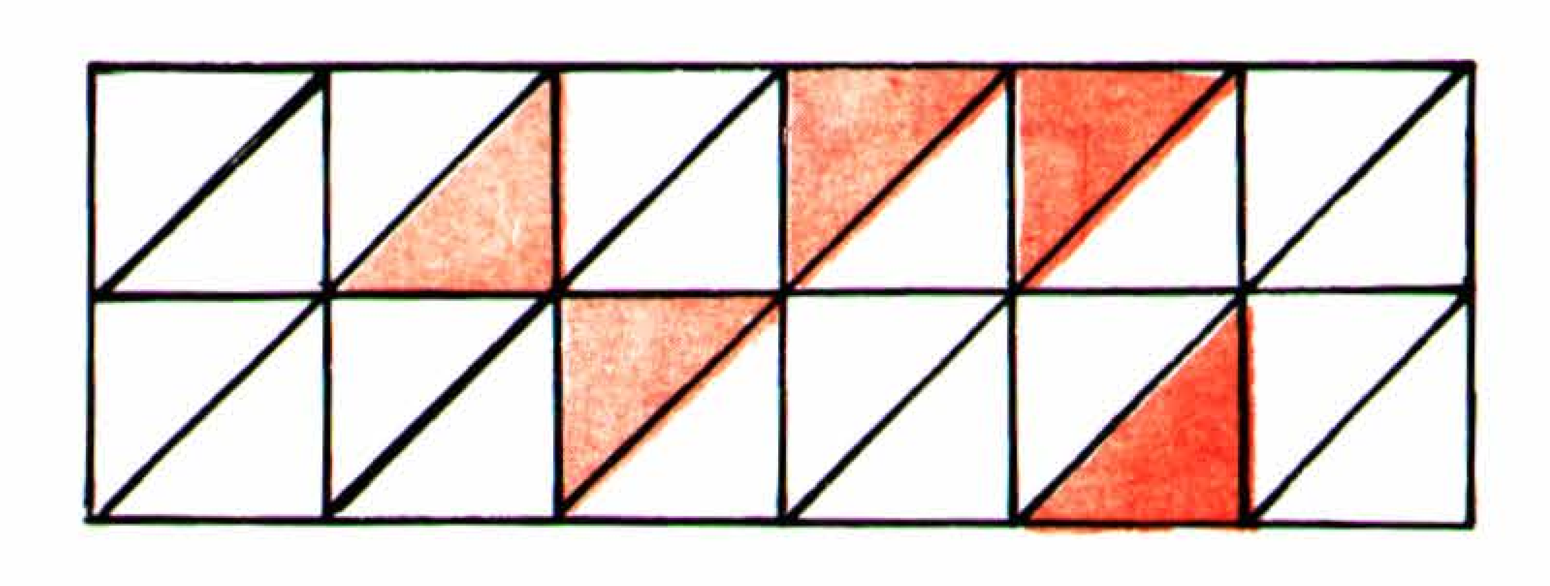
17 مجموعة الأعداد الكسرية ك

1 ـ الكسر

نشاط 1 : لاحظ الأشكال الآتية :

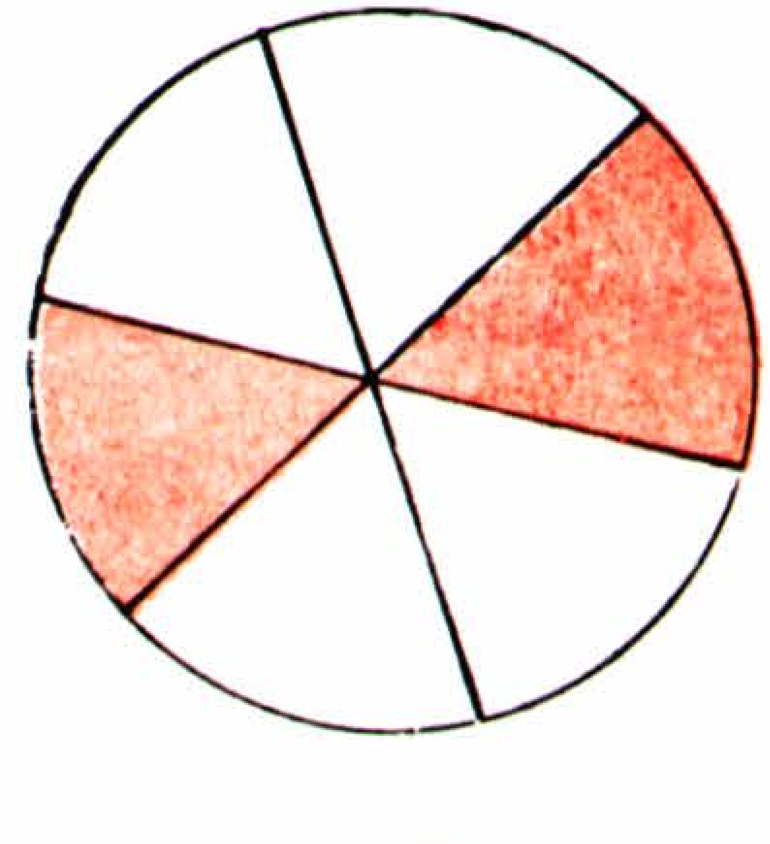


الشكل (1)



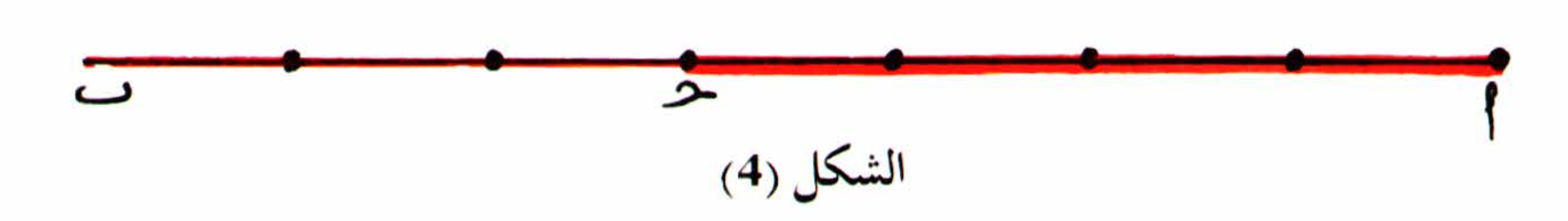
الشكل (2)

عبر عن مساحة كل جزء ملوّن بالنسبة إلى مساحة الشكل كلّه في كلٍّ من الحالات السابقة ؟



الشكل (3)

نشاط 2 : لاحظ الشكل التالي :



الشكل (4)

1) عبر عن طول القطعة [أ حـ] بالنسبة إلى طول القطعة [أ ب] ؟

2) عبر عن طول القطعة [أ ب] بالنسبة إلى طول القطعة [أ حـ] ؟

كل من $\frac{1}{4}$ ؛ $\frac{5}{24}$ ؛ $\frac{2}{6}$ ؛ $\frac{4}{7}$ ؛ $\frac{7}{4}$ **يسمى كسراً** .

وأيضاً : $\frac{3}{2}$ ؛ $\frac{2}{3}$ ؛ $\frac{49}{13}$ ؛ $\frac{19}{19}$ هي كسور .

أ ، ب عددان طبيعيان حيث ب $\neq 0$.

الكتابة $\frac{أ}{ب}$ تدلّ على كسر .

العدد أ هو **بسط الكسر** والعدد ب هو **مقامه** .

أ ، ب يسمّيان **حدّي الكسر** $\frac{أ}{ب}$

، إليك الكسور $\frac{3}{10}$ ، $\frac{27}{100}$ ، $\frac{4350}{1000}$

لاحظ أنّ مقام كلٍّ منها هو قوة للعدد 10 .

($10 = 10^1$ ، $100 = 10^2$ ، $1000 = 10^3$)

كلّ من هذه الكسور يسمى **كسراً عشرياً** .

الكسر العشري هو كسر مقامه قوة للعدد 10 .

2 ـ الكسور المتكافئة

نشاط 1 :

عبّر عن مساحة الجزء الملوّن في الشكل 6 بالنسبة إلى مساحة القرص بطريقتين .

مساحة القطاع الملوّن هي $\frac{1}{4}$ مساحة القرص .

الشكل (5)

مساحة القطاع الملوّن هي أيضاً $\frac{2}{8}$ مساحة القرص .

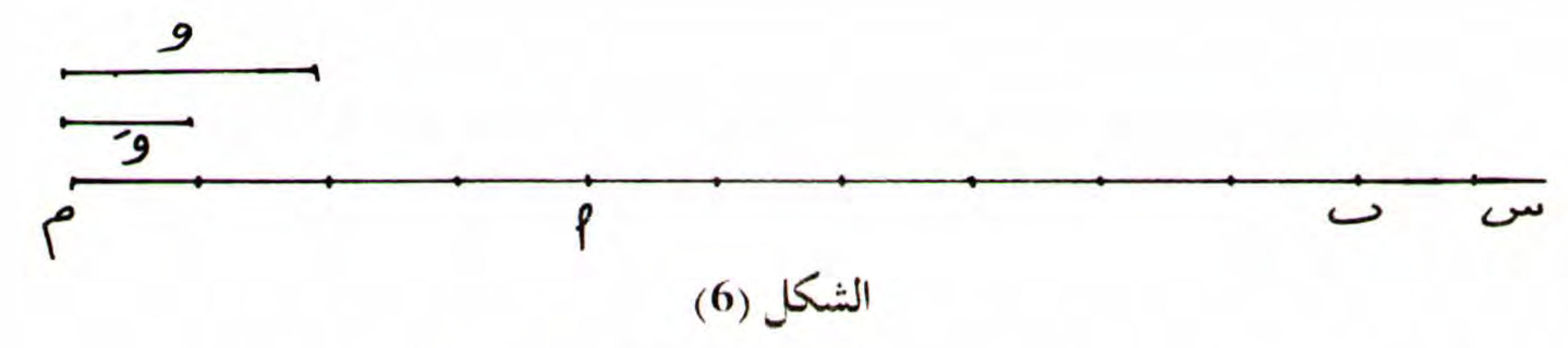
نقول إن الكسرين $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{8}$ **متكافئان**

نكتب : $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$.

لاحظ أن : $1 \times 8 = 4 \times 2$.

نشاط 2 :

[م س نصف مستقيم مُدرّج .



الشكل (6)

يمكن أن نعبّر عن طول القطعة [م أ] بالنسبة إلى طول القطعة [م ب] بطريقتين :

- إذا أخذنا الوحدة و فإن :

$$م أ = \frac{2}{5} م ب .$$

- وإذا أخذنا الوحدة وَ فإن :

$$م أ = \frac{4}{10} م ب$$

نقول إن الكسرين $\frac{2}{5}$ ، $\frac{4}{10}$ متكافئان .

ونكتب : $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

لاحظ أن : $2 \times 10 = 5 \times 4$

نشاط 3 : إليك الكسرين $\frac{7}{11}$ ، $\frac{21}{33}$.

قارن بين الجداءين 7×33 و 11×21 .

تجد أن : $7 \times 33 = 11 \times 21$.

نقول إن الكسر $\frac{21}{33}$ يكافيء الكسر $\frac{7}{11}$ أو إن الكسر $\frac{7}{11}$ يكافيء

الكسر $\frac{21}{33}$.

فالكسران $\frac{7}{11}$ و $\frac{21}{33}$ **متكافئان** .

نكتب : $\frac{7}{11} = \frac{21}{33}$

نشاط 4 : أحسب الجداءين 8×4 و 7×9 .

هل $\frac{8}{7}$ يكافيء $\frac{9}{4}$ ؟

تجد أن $\frac{8}{7}$ و $\frac{9}{4}$ غير متكافئين

ونكتب : $\frac{8}{7} \neq \frac{9}{4}$.

ا ، ب ، جـ ، د أعداد طبيعية حيث ب ، د غير معدومين

$\frac{ا}{ب}$ و $\frac{جـ}{د}$ متكافئان **يعني** ا . د = ب . جـ .

نكتب :

$\frac{ا}{ب} = \frac{جـ}{د}$ **يعني** ا . د = ب . جـ

1 ـ هل الكسر $\frac{14}{3}$ يكافيء الكسر $\frac{56}{12}$ ؟ وهل يكافيء الكسر $\frac{42}{7}$ ؟

2 ـ أكمل باستعمال أحد الرمزين = ، ≠ :

$\frac{22}{55} \ldots \frac{16}{40}$ ؛ $\frac{5}{6} \ldots \frac{40}{48}$ ؛ $\frac{7}{8} \ldots \frac{24}{32}$.

3 ـ أكمل بحيث تحصل على كسرين متكافئين :

$\frac{5}{10} = \frac{\cdot}{8}$ ؛ $\frac{2}{\cdot} = \frac{8}{20}$ ؛ $\frac{4}{3} = \frac{24}{\cdot}$ ؛ $\frac{5}{6} = \frac{\cdot}{\cdot}$.

نشاط 5 :

إليك الكسر $\frac{2}{7}$

احسب 2×5 و 7×5 ثم تحقق أن الكسرين

$\frac{2}{7}$ و $\frac{5 \times 2}{5 \times 7}$ متكافئان .

مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم حـ ، فإن :

$\frac{أ}{ب} = \frac{أ \, . \, حـ}{ب \, . \, حـ}$.

1 ـ أوجد كسرين يكافئان الكسر $\frac{25}{13}$ ثم أوجد كسراً لا يكافئه .

2 ـ م = $\{ \frac{4}{3} . \frac{18}{15} . \frac{1}{7} . \frac{6}{10} . \frac{20}{15} . \frac{6}{42} . \frac{8}{6} \}$

عين المجموعتين ل ، ق حيث :

ل = { س/س ∋ م و س يكافيء $\frac{4}{3}$ }

ق = { س/س ∋ م و س يكافيء $\frac{6}{5}$ } .

---

3 ـ اختزال الكسور

نشاط 1 : إليك الكسر $\frac{42}{72}$. لاحظ أن كلاًّ من 42 ، 72 يقبل القسمة على 2 .

احسب 42 : 2 و 72 : 2 ثم تحقق أن الكسرين

$\frac{42}{72}$ و $\frac{42 : 2}{72 : 2}$ متكافئان . أي $\frac{42}{72} = \frac{21}{36}$

نقول إننا **إختزلنا** الكسر $\frac{42}{72}$ وأن الكسر الناتج هو $\frac{21}{36}$.

ونقول إن الكسر $\frac{42}{72}$ **قابل للاختزال** .

نشاط 2 : إليك الكسر $\frac{25}{35}$ لاحظ أن كلاًّ من 25 ، 35 يقبل القسمة على 5 .

احسب 25 : 5 و 35 : 5

تحقق أن $\frac{25}{35}$ و $\frac{5}{7}$ متكافئان .

نقول إننا اختزلنا الكسر $\frac{25}{35}$ والكسر الناتج هو $\frac{5}{7}$.

نشاط 3 : إليك الكسر $\frac{90}{42}$

حلل كلاًّ من 90 ، 42 إلى جداء **عوامل** أولية .

أوجد كسراً مقامه 21 يكافيء الكسر $\frac{90}{42}$.

أوجد كسراً آخر مقامه 7 يكافيء الكسر $\frac{90}{42}$.

نقول إننا اختزلنا الكسر $\frac{90}{42}$.

الكسران الناتجان هما $\frac{45}{21}$ ، $\frac{15}{7}$

عموماً .

> اختزال الكسر $\frac{أ}{ب}$ هو استبداله بكسر $\frac{حـ}{ء}$ يكافئه
> حيث حـ < أ ، ء < ب .

---

1) أوجد ثلاثة كسور تكافيء الكسر $\frac{240}{96}$ مقاماتها هي على الترتيب :
12 ، 48 ، 8 .

2) اختزال الكسور : $\frac{8}{36}$ ، $\frac{9}{45}$ ، $\frac{16}{94}$.

---

4 ـ الكسر غير القابل للاختزال

نشاط : إليك الكسر $\frac{8}{13}$.

• ما هو ق م أ (8 ، 13) ؟

تجد أن 8 و 13 أوليان فيما بينهما .

نقول إن الكسر $\frac{8}{13}$ هو كسر **غيرُ قابلٍ للاختزال** .

> الكسرُ $\frac{أ}{ب}$ غيرُ قابلٍ للاختزال يعني أن أ و ب أوليان فيما بينهما .

---

1) أوجد ثلاثة كسور غير قابلة للاختزال .

2) ع = $\{\frac{2}{3} ، \frac{11}{14} ، \frac{17}{68} ، \frac{54}{12} ، \frac{42}{6} ، \frac{15}{4}\}$

• ما هي س مجموعة العناصر من ع التي كل منها هو كسر غير قابل للاختزال ؟

• ما هي م$_{ع}^{س}$ ؟

---

5 ـ توحيد مقامات الكسور

نشاط 1 : إليك الكسرين $\frac{4}{18}$ و $\frac{7}{12}$.

ـ أوجد كسرين يكافئان $\frac{4}{18}$ و $\frac{7}{12}$ على الترتيب ولهما نفس المقام .

• لاحظ أن هذا المقام المشترك هو مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 18 و 12 .

• نختار مثلا 72

لدينا : $\frac{4}{18} = \frac{4 \times 4}{4 \times 18}$ ، $\frac{7}{12} = \frac{6 \times 7}{6 \times 12}$

أي : $\frac{4}{18}=\frac{16}{72}$ ، $\frac{7}{12}=\frac{42}{72}$.

للكسرين $\frac{16}{72}$ و $\frac{42}{72}$ نفس المقام .

نقول إننا **وحّدنا مقامي** الكسرين $\frac{4}{18}$ ، $\frac{7}{12}$.

و 72 هو مقام مشترك لهذين الكسرين .

ملاحظة :

يمكنك اختيار أصغر مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 18 ، 12 كمقام مشترك ، إنه**المضاعف المشترك الأصغر** لهذين العددين

أي : م م أ (18 ، 12) = 36 .

$\frac{4}{18}=\frac{2\times4}{2\times18}$ ، $\frac{7}{12}=\frac{3\times7}{3\times12}$

أي : $\frac{4}{18}=\frac{8}{36}$ ، $\frac{7}{12}=\frac{21}{36}$.

نشاط 2 :

أوجد كسراً يكافيء $\frac{5}{4}$ وكسراً يكافيء $\frac{13}{7}$ بحيث يكون للكسرين الناتجين نفس المقام .

نجد مثلا : $\frac{5}{4}=\frac{7\times5}{7\times4}$ و $\frac{13}{7}=\frac{4\times13}{4\times7}$

لاحظ أن م م أ (4 ، 7) = 7×4

نقول إننا **وحّدنا مقامي الكسرين** $\frac{5}{4}$ و $\frac{13}{7}$.

1) وحّد مقامي الكسرين في كلّ من الحالات الآتية :

$\frac{4}{3}$ و $\frac{6}{5}$ ؛ $\frac{14}{2}$ و $\frac{1}{4}$ ؛ $\frac{6}{18}$ و $\frac{24}{27}$.

2) وحّد المقامات في كلّ مما يلي :

$\frac{3}{5}$ و $\frac{11}{3}$ و $\frac{7}{10}$ ؛ $\frac{14}{24}$ و $\frac{15}{6}$ و $\frac{9}{8}$ ؛ $\frac{5}{60}$ و $\frac{14}{36}$ و $\frac{15}{90}$.

6 ـ العدد الكسري

نشاط : أوجد من بين الكسور الآتية الكسور المتكافئة :

$\frac{7}{2}$ ، $\frac{21}{6}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{14}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{10}$ ، $\frac{21}{35}$

تجد أن الكسور $\frac{7}{2}$ ، $\frac{21}{6}$ ، $\frac{14}{4}$ متكافئة .

نقول إن الكسور $\frac{7}{2}$ ، $\frac{14}{4}$ ، $\frac{21}{6}$ **تمثل نفس العدد الكسري** .

لديك أيضاً الكسرين $\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{10}$ متكافئين ، فهما يمثلان **نفس العدد الكسري**

الكسور المتكافئة تعيّن نفس العدد الكسري الذي نرمز إليه بأحد هذه الكسور .

1 ـ أوجد أربعة كسور يكافيء كلٌّ منها الكسر $\frac{4}{7}$.

هل يمكنك أن تكتب جميع الكسور المكافئة للكسر $\frac{4}{7}$ ؟

2 ـ إليك الكسور الآتية : $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{4}$ ، $\frac{3}{6}$ ، $\frac{4}{6}$ ، $\frac{5}{10}$ ، $\frac{7}{16}$

هل كل هذه الكسور تمثل نفس العدد الكسري ؟

3 ـ نفس السؤال من أجل الكسور :

$\frac{11}{7}$ ، $\frac{12}{21}$ ، $\frac{32}{22}$ ، $\frac{44}{28}$ ، $\frac{55}{30}$.

7 ـ تساوي عددين كسريين

نشاط : إليك الكسرين $\frac{4}{5}$ ، $\frac{12}{15}$. تحقّق أنهما متكافئان .

نقول إن العددين الكسريين اللّذيْن يمثلانهما متساويان ونكتب :

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15} .$$

• هل العددان الكسريان $\frac{15}{3}$ ، $\frac{7}{2}$ متساويان ؟ لا .

نكتب : $\frac{15}{3} \neq \frac{7}{2}$.

$\frac{أ}{ب}$ و $\frac{حـ}{ء}$ عددان كسريان متساويان **معناه** الكسران $\frac{أ}{ب}$ و $\frac{حـ}{ء}$ متكافئان .

أي : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء}$ يعني أ ء = ب حـ

8 ـ العدد الكسري والعدد الطبيعي

نشاط :

اختزل كلاً من الكسور التالية :

$\frac{16}{4}$ ، $\frac{15}{3}$ ، $\frac{27}{9}$ ، $\frac{24}{12}$ ، $\frac{144}{6}$

تجد على الترتيب : $\frac{4}{1}$ ، $\frac{5}{1}$ ، $\frac{3}{1}$ ، $\frac{2}{1}$ ، $\frac{24}{1}$

لاحظ أن مقام كلٍّ من الكسور السابقة هو 1 .
يمكن اعتبار كلٍّ من هذه الكسور ممثلاً لعدد طبيعي .

نكتب : $\frac{4}{1} = 4$ ؛ $\frac{5}{1} = 5$ ؛ $\frac{3}{1} = 3$ ؛ $\frac{2}{1} = 2$ ؛ $\frac{24}{1} = 24$.

كل عدد طبيعي أ يكتب على الشكل $\frac{أ}{1}$.

كل عدد طبيعي أ هو عدد كسري ممثله $\frac{أ}{1}$

نتيجة :

1) ط ⊃ ك

2) $\frac{أ}{أ} = 1$ حيث أ ∋ ط*

3) $\frac{0}{أ} = 0$ حيث أ ∋ ط*

9 ـ العدد الكسري والعدد العشري

نشاط : إليك الأعداد العشرية الآتية :

$0,75$ ؛ $1,825$ ؛ $11,108$ ؛ $101,1$.

اكتب كلاً منها على شكل عددٍ كسري .

تجد مثلاً أن : $0,75 = \frac{75}{100}$.

• لاحظ أن كل **عدد عشري هو عدد كسري** .

عِ هي مجموعة الأعداد العشرية .

• لاحظ أيضاً أن : 15 ∈ ط و $15 = 15,0$ إذن 15 ∈ عِ .

$15,0 = \frac{15,0}{1}$ إذن 15 ∈ ك

نتيجة : ط ⊃ عِ ⊃ ك

10 ـ مقارنة عددين كسريين

نشاط 1 : إليك الكسرين $\frac{4}{5}$ ، $\frac{16}{20}$.

احسب الجداءين 4×20 و 5×16 وقارن النتيجتين .

تجد أن : $4 \times 20 = 5 \times 16$.

نقول إن العدد الكسري $\frac{4}{5}$ **يساوي** $\frac{16}{20}$.

نكتب $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$

نشاط 2 : إليك الكسرين $\frac{2}{7}$ و $\frac{12}{13}$.

احسب 2×13 و 7×12 ؛ قارن النتيجتين .

تجد أن $2 \times 13 < 7 \times 12$

نقول إن العدد الكسري $\frac{2}{7}$ أصغر من العدد الكسري $\frac{12}{13}$.

نكتب : $\frac{2}{7} < \frac{12}{13}$

بصفة عامة :

$\frac{أ}{ب}$ و $\frac{ج}{د}$ عددان كسريان .

$\frac{أ}{ب} \leqslant \frac{ج}{د}$ يعني أ د $\leqslant$ ب ج

ملاحظة : $\frac{أ}{ب} \leqslant \frac{ج}{د}$ يعني أيضاً $\frac{ج}{د} \geqslant \frac{أ}{ب}$.

أكمل باستعمال أحد الرمزين = ، $\leqslant$ ما يلي :

$\frac{9}{15} \ldots \frac{8}{17}$ ؛ $\frac{5}{12} \ldots \frac{15}{16}$ ؛ $\frac{9}{12} \ldots \frac{27}{136}$ ؛ $\frac{11}{23} \ldots \frac{55}{115}$.

ملاحظات :

1) $\frac{1}{1} = 1$.

2) $\frac{أ}{ب} \geqslant 1$ يعني أ $\geqslant$ ب .

3) $\frac{أ}{ب} \leqslant 1$ يعني أ $\leqslant$ ب .

التَّمَارِينُ

1.1) هل الكسران $\frac{5}{6}$ ، $\frac{35}{42}$ متكافئان ؟

2) هل الكسران $\frac{7}{8}$ و $\frac{21}{16}$ متكافئان ؟

1.2) أوجد كسراً بسطه 24 يكافيء الكسر $\frac{3}{5}$.

2) أوجد كسراً مقامه 18 يكافيء الكسر $\frac{11}{6}$.

3) هل يوجد كسر مقامه 13 ويكافيء الكسر $\frac{7}{3}$ ؟

1.3) أوجد كسراً بسطه 3 ويكافيء الكسر $\frac{15}{35}$.

2) أوجد كسراً مقامه 7 يكافيء الكسر $\frac{36}{63}$.

3) هل يوجد كسر مقامه 5 يكافيء الكسر $\frac{24}{25}$ ؟

4. من بين الكسور الآتية عين المتكافئة منها :

$$\frac{2}{7} ، \frac{5}{6} ، \frac{14}{49} ، \frac{15}{18} ، \frac{1}{9} ، \frac{15}{13} ، \frac{3}{27} .$$

5. اختزل كلاً من الكسور الآتية :

1) $\frac{5}{60} ، \frac{18}{27} ، \frac{51}{58} ، \frac{24}{56} ، \frac{8}{16} .$

2) $\frac{25}{100} ، \frac{132}{144} ، \frac{75}{225} ، \frac{60}{300} .$

6. أوجد من بين الكسور الآتية الكسور العشرية بعد اختزالها :

$$\frac{8}{3} ؛ \frac{1}{10} ؛ \frac{35}{500} ؛ \frac{13}{1000} ؛ \frac{48}{4000} ؛ \frac{5}{2} ؛ \frac{10}{15} ؛ \frac{1000}{7} .$$

7. 1) حلل كلاً من العددين الطبيعيين 156 و 224 إلى جداء عوامل أولية .

2) أوجد كسراً غير قابل للاختزال ويكافيء الكسر $\frac{156}{224}$.

3) نفس السؤال بالنسبة إلى الكسر $\frac{540}{240}$.

8. أوجد لكلٍّ من الكسور الآتية كسراً يكافئه وغير قابل للاختزال .

$$\frac{104}{136} ؛ \frac{748}{204} ؛ \frac{315}{399} ؛ \frac{111}{303} ؛ \frac{366}{201} ؛ \frac{360}{572}$$

$$\frac{5 \times 6 \times 7}{12 \times {}^{2}7 \times 5} ؛ \frac{35 \times {}^{2}3 \times 2}{7 \times {}^{2}5 \times {}^{2}2} ؛ \frac{{}^{2}7 \times 6 \times 4}{56 \times {}^{2}3 \times {}^{3}2}$$

9. 1) وحّد مقامي الكسرين في كلٍّ مما يلي :

$\frac{5}{6}$ و $\frac{6}{5}$ ؛ $\frac{9}{12}$ و $\frac{6}{8}$ ؛ $\frac{43}{72}$ و $\frac{7}{12}$.

2) وحّد مقامات الكسور في كلٍّ مما يلي .

$\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ ؛ $\frac{4}{8}$ و $\frac{7}{12}$ و $\frac{9}{15}$ ؛

$\frac{1}{15}$ و $\frac{3}{7}$ و $\frac{8}{8}$ ؛ $\frac{9}{13}$ و $\frac{10}{9}$ و $\frac{37}{39}$.

1.10) حلّل كلاً من العددين الطبيعيين 72 ، 96 إلى جداء عوامل أولية .

2) أوجد م م أ (72 ، 96)

3) وحّد مقامي الكسرين $\frac{13}{72}$ و $\frac{11}{96}$.

4) نفس السؤال بالنسبة إلى الكسرين $\frac{5}{174}$ و $\frac{13}{406}$.

11. وحّد مقامات الكسور الآتية :

$\frac{25}{75}$ و $\frac{48}{72}$ و $\frac{24}{108}$ ؛ $\frac{13 \times 3 \times 4}{7 \times 3 \times 2^2}$ و $\frac{14 \times 25}{70 \times 6}$ و $\frac{5 \times 12 \times 14}{63 \times 56}$.

12. تحقّق أن كلاً من الأعداد الكسرية الآتية هو عدد عشري .

$\frac{3}{10}$ ؛ $\frac{15}{40}$ ؛ $\frac{11}{100}$ ؛ $\frac{25}{8}$ ؛ $\frac{19}{50}$.

13. أوجد الجزء الصحيح والجزء العشري لكل من الأعداد العشرية الآتية :

$\frac{57}{10}$ ؛ $\frac{804}{1000}$ ؛ $\frac{7505}{100}$ ؛ $\frac{92406}{10^5}$.

14. اكتب على شكل كسر كلاً من الأعداد العشرية الآتية :

7,509 ؛ 0,514 ؛ 10,0001 ؛ 142,036 ؛

80,10 ؛ 81,100 ؛ 805,11 ؛ 11,111 .

15. قارن بين العددين الكسريين في كلٍّ مما يلي :

$\frac{8}{7}$ و $\frac{4}{7}$ ؛ $\frac{5}{3}$ و $\frac{5}{13}$ ؛ $\frac{341}{209}$ و $\frac{315}{399}$ ؛ $\frac{195}{345}$ و $\frac{204}{291}$ ؛ $\frac{3}{8}$ و $\frac{36}{96}$.

16.1) رتّب ترتيباً تصاعدياً الأعداد الكسرية التالية :

$\frac{28}{68}$ ، $\frac{64}{34}$ ؛ $\frac{25}{25}$ ، $\frac{10}{34}$ ، $\frac{30}{51}$ ، $\frac{22}{7}$.

2) رتّب تنازلياً الأعداد الكسرية التالية :

$\frac{24}{52}$ ، $\frac{58}{40}$ ، $\frac{14}{14}$ ، $\frac{49}{51}$ ، $\frac{14}{20}$.

17. رتّب تصاعدياً الأعداد العشرية التالية .

1) 2,718 ؛ 2,71 ؛ 2,7 ؛ 2,0 ؛ 2,7182 .

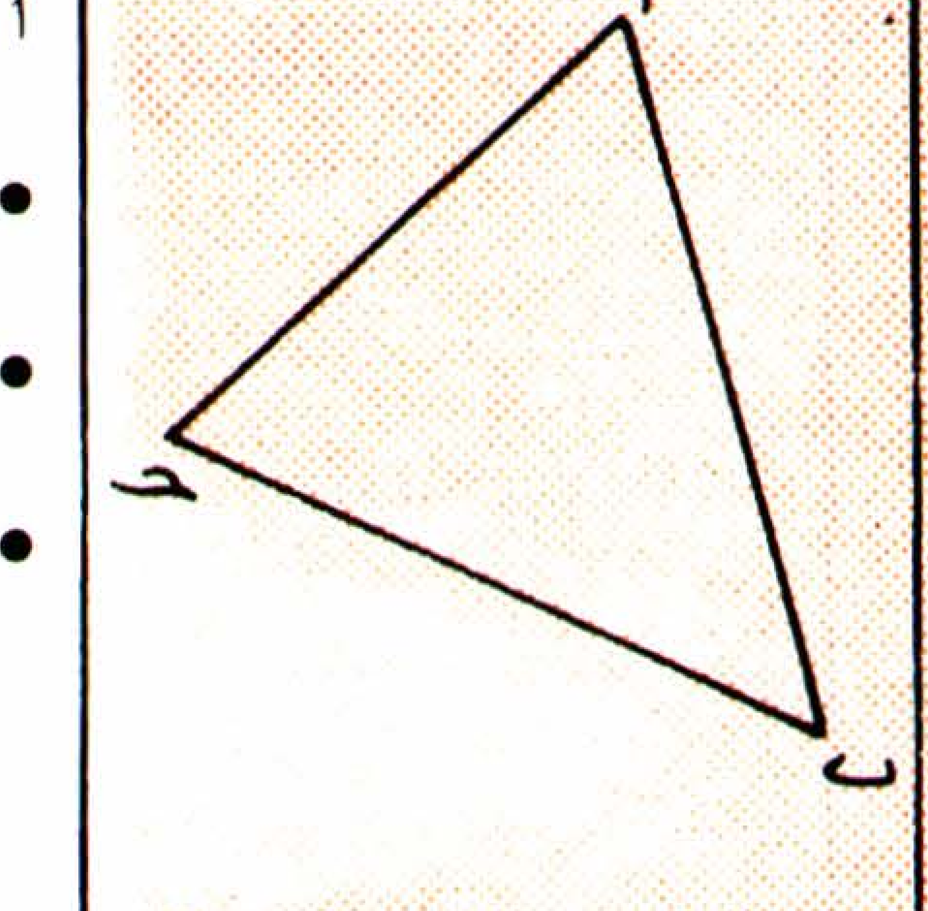
2) 0,6 ؛ 1,6 ؛ 1,50 ، 1,51 ؛ 101,60 ؛

1037,6 ؛ 2786,60 .

18 المثلثات

1 ـ مراجعة

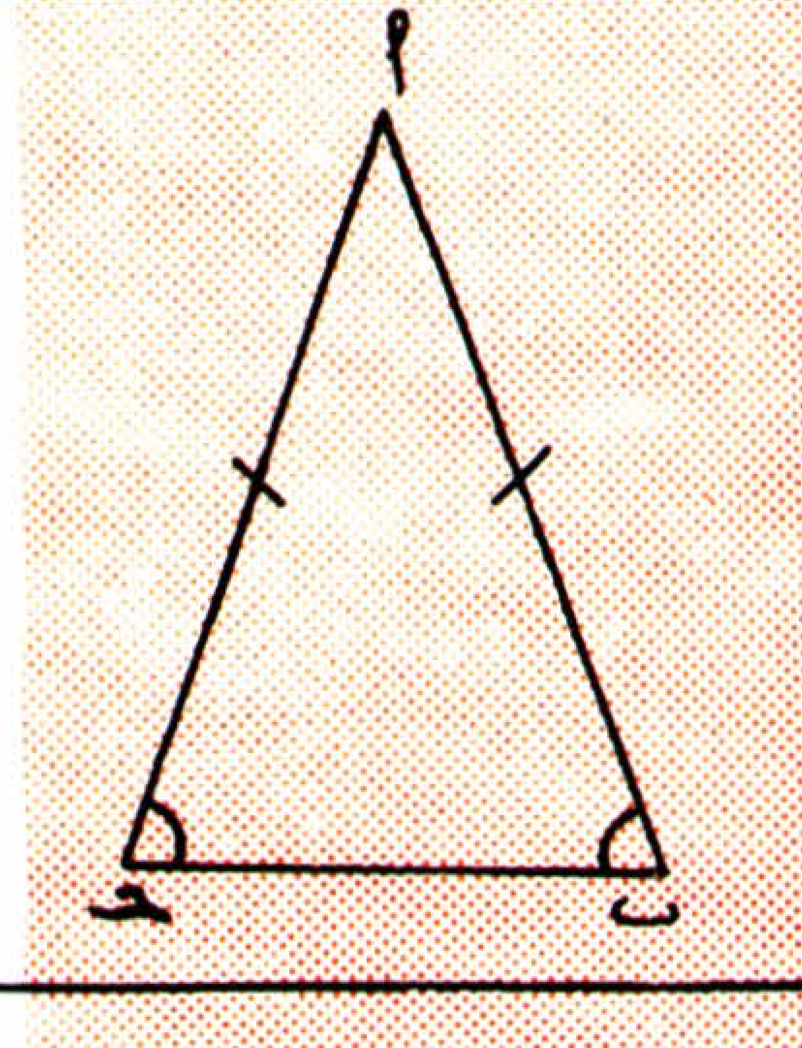
المثلث هو مضلع ذو ثلاثة أضلاع .



أ ب ح مثلث

- أ ، ب ، ح هي **رؤوس** المثلث أ ب ح .
- [أ ب] ، [أ ح] ، [ب ح] **أضلاعه** .
- [أ ب ، أ ح] ، [ب أ ، ب ح] ، [ح أ ، ح ب] **زواياه**.

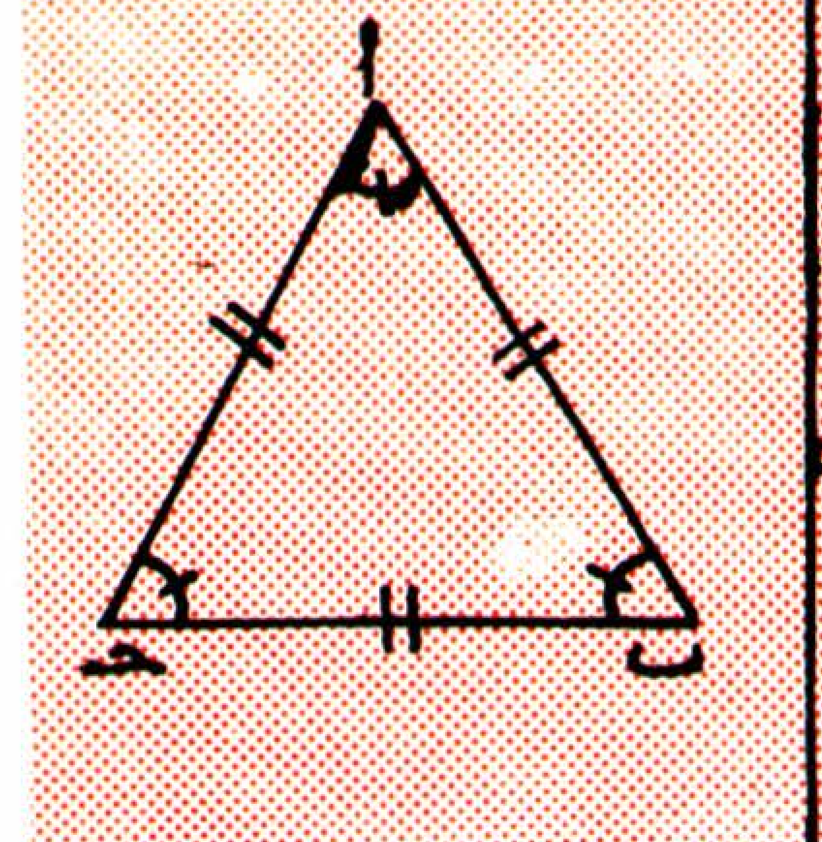
لاحظ أن عدد الأضلاع يساوي عدد الزوايا.



أ ب ح مثلث **متقايس الضلعين** رأسه الأساسي أ وقاعدته [ب ح].

لدينا :

- أ ب = أ ح
- $\widehat{\text{أحب}} = \widehat{\text{أبح}}$.



أ ب ح مثلث **متقايس الأضلاع** .

لدينا :

- أ ب = أ ح = ب ح .
- $\widehat{\text{أبح}} = \widehat{\text{أحب}} = \widehat{\text{بأح}}$.

ملاحظة : المثلث المتقايس الضلعين يسمى أيضا مثلثا متساوي الساقين

أ ب ح مثلث **قائم** في أ .

لدينا :

- [ب ح] وتر .

[أ ب] ، [أ ح] هما ضلعا الزاوية القائمة.

أ ب ح مثلث **قائم** في أ **ومتقايس الضلعين**.

لدينا :

- أ ب = أ ح
- $\widehat{أ ب ح} = \widehat{أ ح ب}$

2 ـ المستقيمات الخاصة في المثلث

متوسطات مثلث

أ ب ح مثلث .

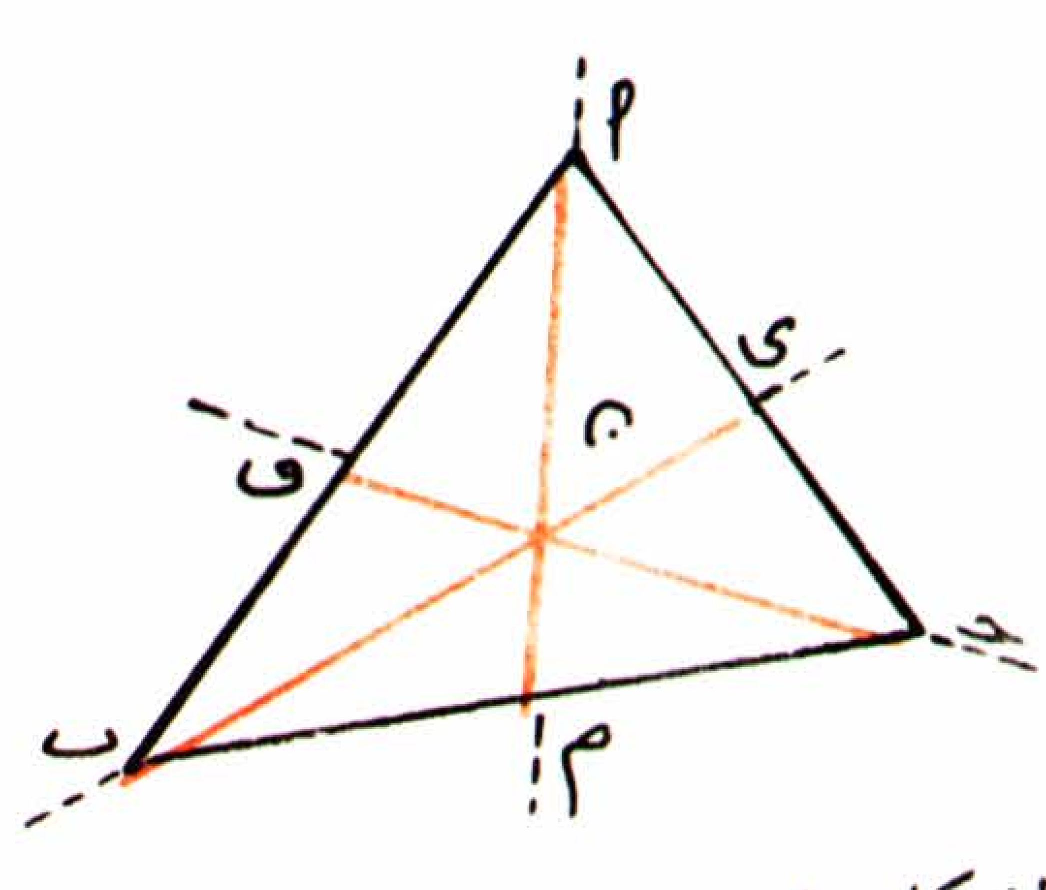
م ، و ، ى منتصفات [ب ح] ، [أ ب] ، [أ ح] على الترتيب .

كل من المستقيمات

(أ م) . (ب ى) (ح و)

يسمى **متوسطا** للمثلث أ ب ح .

لاحظ أن :



الشكل (1)

هذه المتوسطات تتقاطع في نقطة واحدة تسمى **مركز ثقل** المثلث أ ب ح .

نشاط :

ـ عيّن ء منتصف [ا ﻫ] .

ـ تحقق أن : اء = ءﻫ = ﻫ م .

لاحظ الشكل السابق (رقم 1) .

ـ تحقق أن : 1) اﻫ = 2 م ﻫ .

2) 3 اﻫ = 2 ا م .

أعمدة مثلث

ا ب حـ مثلث .

ا′ هو المسقط العمودي للنقطة ا على (ب حـ)

ب′ هو المسقط العمودي للنقطة ب

على (ا حـ) .

حـ′ هو المسقط العمودي للنقطة حـ

على (ا ب) .

الشكل (2)

كل من المستقيمات (ا ا′) ، (ب ب′) ، (حـ حـ′)

يسمى **عموداً للمثلث** ا ب حـ

لاحظ أن :

هذه الأعمدة تتقاطع في نقطة واحدة م .

ملاحظة :

كل من ا ا′ . ب ب′ . حـ حـ′ يسمى **ارتفاعاً للمثلث** ا ب حـ .

إليك الشكل 3 :

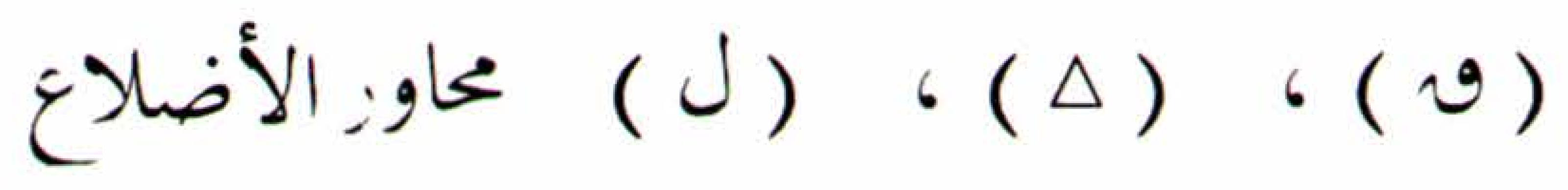
ارسم أعمدة المثلث ا ب حـ .

ـ ماذا تلاحظ ؟

الشكل (3)

محاور أضلاع مثلث


ا ب ح مثلث .


(و) ، (Δ) ، (ل) محاور الأضلاع

[ا ب] ، [ب ح] ، [ا ح]

على الترتيب .

كل من المستقيمات

(و) ، (Δ) ، (ل) يسمى **محور ضلع للمثلث** ا ب ح .

الشكل (4)

لاحظ أن :

هذه المحاور تتقاطع في نقطة واحدة هذه النقطة هي مركز الدائرة التي تشمل رؤوس المثلث ا ب ح .

• الدائرة التي تشمل رؤوس المثلث ا ب ح تسمى **الدائرة المحيطة** بالمثلث ا ب ح .

في هذه الحالة نقول إن المثلث ا ب ح مرسوم داخل الدائرة د (م ، م ا).

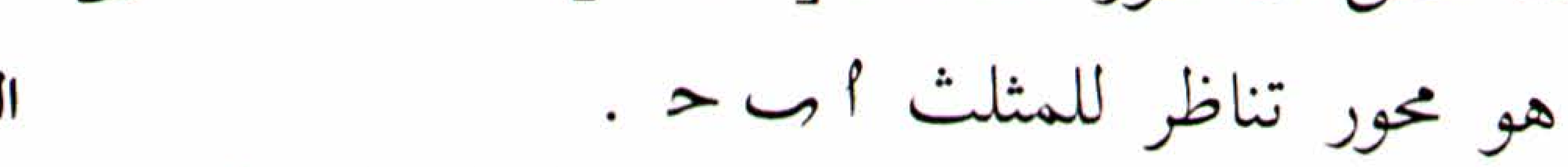

نشاط (1) :

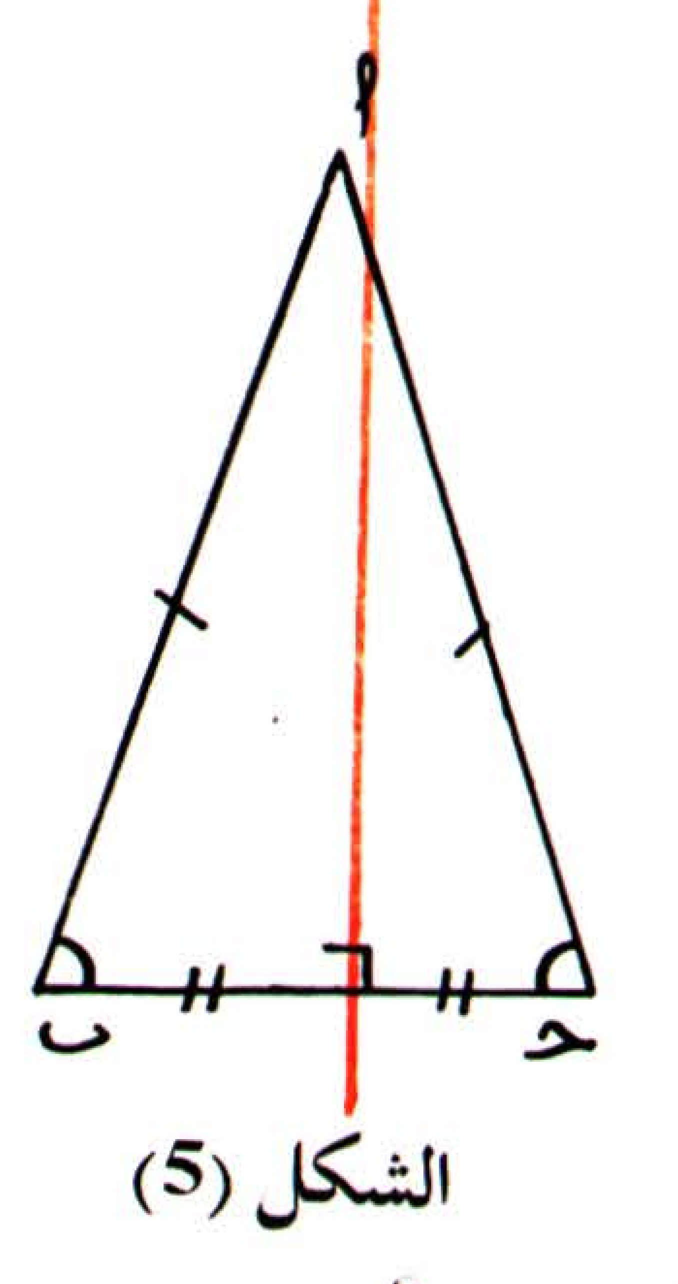
ا ب ح مثلث متقايس الضلعين رأسه الأساسي ا .

– ارسم محور القاعدة [ب ح] .

لاحظ أنه يشمل النقطة ا .

– تحقق أن محور القاعدة [ب ح]


هو محور تناظر للمثلث ا ب ح .


الشكل (5)

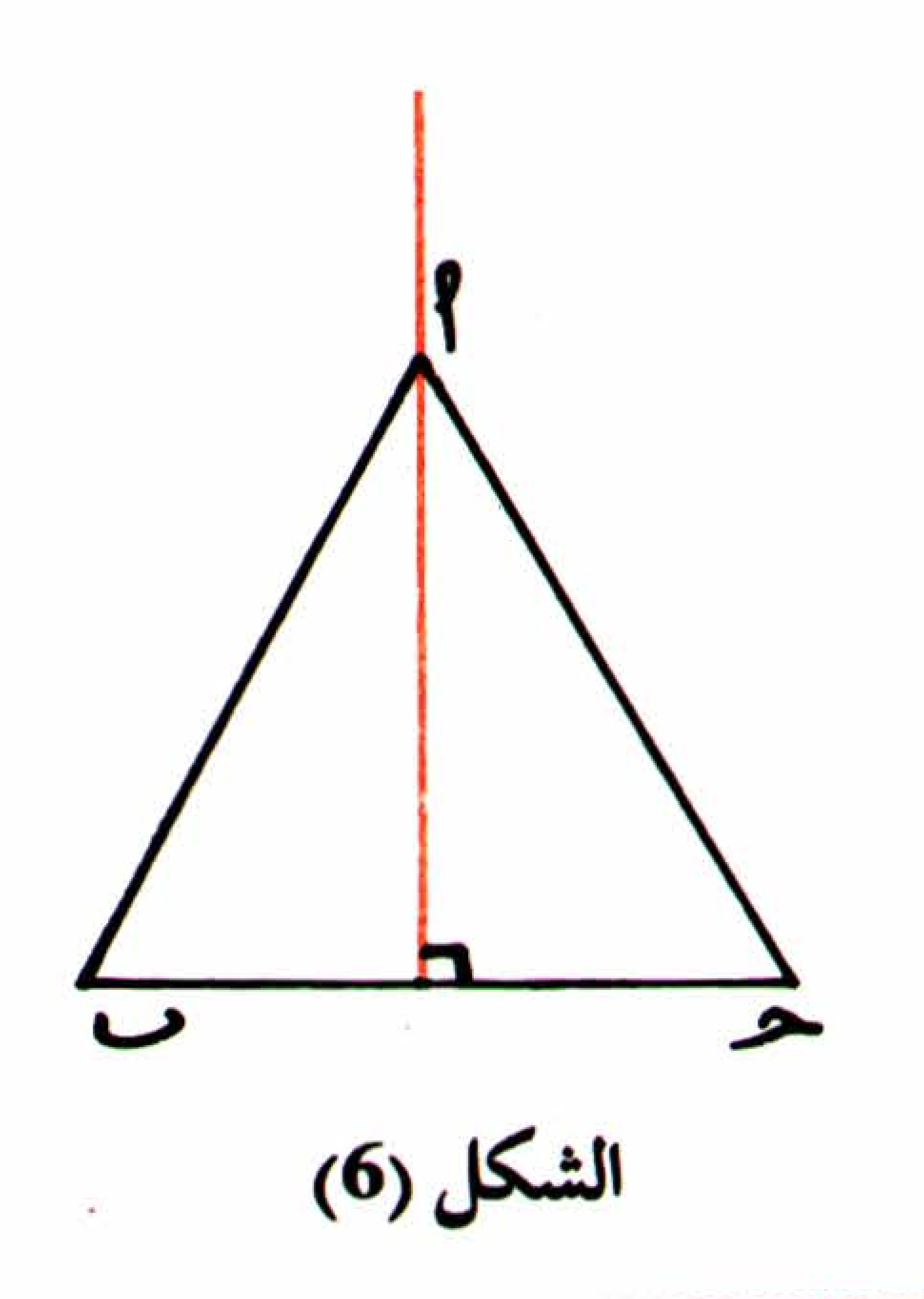
– هل محور [ا ح] هو محور تناظر للمثلث ا ب ح ؟

– هل يوجد محور تناظر آخر لهذا المثلث ؟

نشاط (2) :

أ ب حـ مثلث متقايس الأضلاع

ـ تحقق أن محور كل ضلع هو محور تناظر للمثلث المتقايس الأضلاع .



الشكل (6)

منصفات زوايا مثلث

إليك الشكل (7) .

لاحظ أن :

• حـ أ س = س أ ب (زاويتان)

• أ حـ ص = ص حـ ب (زاويتان)

• أ ب ع = ع ب حـ (زاويتان) .

الشكل (7)

كل من [أ س ، [ب ع ، [حـ ص .

يسمى **منصف زاوية** في المثلث أ ب حـ .

لاحظ أن :

هذه المنصفات تتقاطع في نقطة واحدة م

م هي مركز الدائرة المرسومة **داخل** المثلث أ ب حـ .

نشاط (1) :

أ ب حـ هو المثلث السابق .

م نقطة تقاطع منصفات زواياه .

أ′ هو المسقط العمودي للنقطة م على (ب حـ) ؛ ب′ هو المسقط العمودي للنقطة م على (أ حـ) ؛ حـ′ هو المسقط العمودي للنقطة م على (أ ب)

ـ تحقق أن :

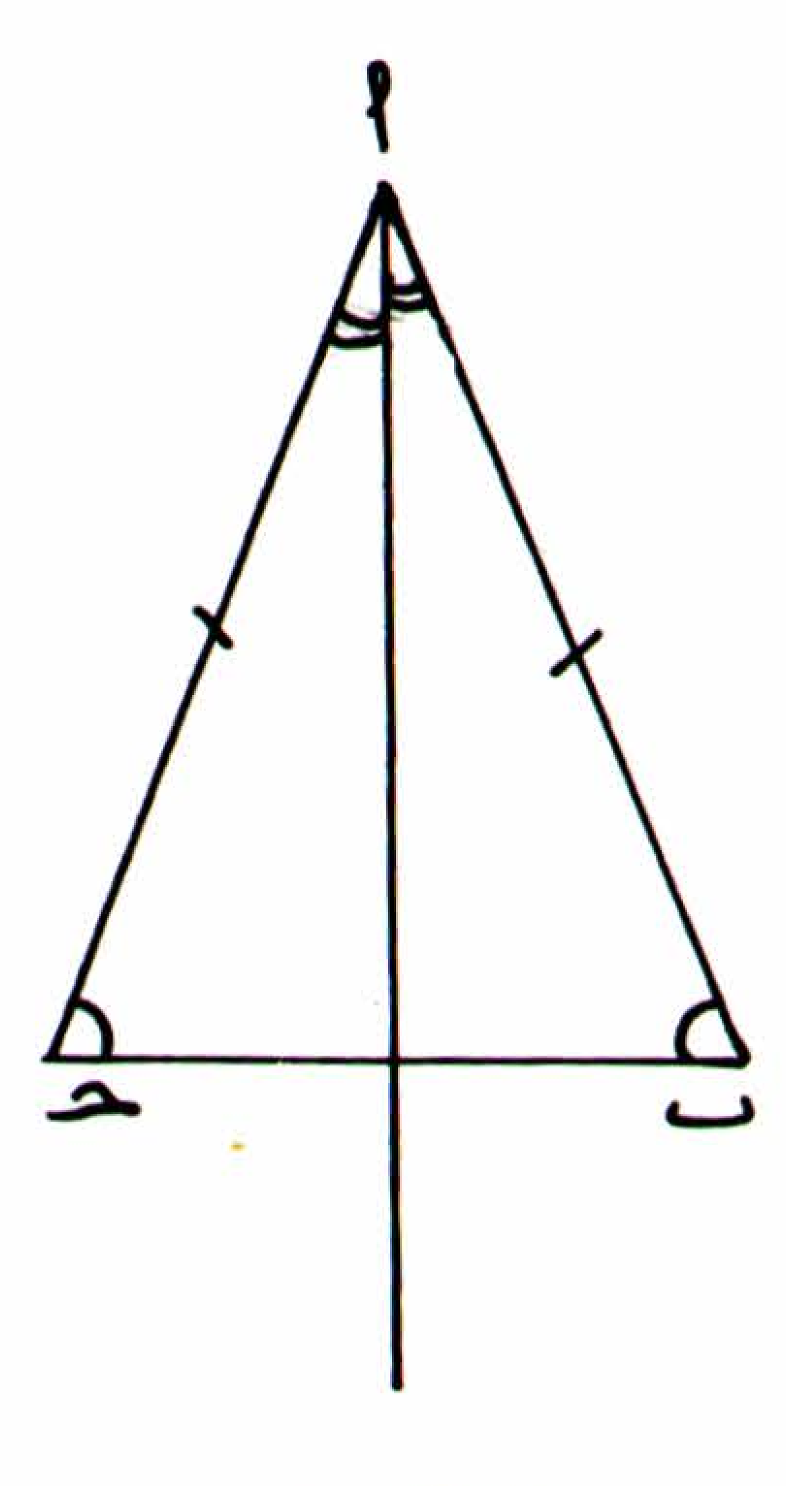
م أ′ = م ب′ = م حـ′

نشاط (2) :

أ ب حـ مثلث متساوي الساقين.

ـ ارسم منصف زاوية الرأس الأساسي أ .

ـ تحقق أن حامل منصف زاوية الرأس الأساسي هو متوسط وعمود ومحور قاعدة المثلث أ ب حـ .



الشكل (8)

نتيجة :

حامل منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين هو متوسط وعمود ومحور القاعدة .

ملاحظة :

في مثلث متقايس الأضلاع حامل منصف كل زاوية هو متوسط وعمود ومحور الضلع المقابل لهذه الزاوية .

3 ـ إنشاء مثلث

تعلم أنه : يتقايس مثلثان إذا امكن تطبيق أحدهما على الآخر .

ارسم المثلث أ ب حـ علماً بأن :

ب حـ = 4 سم ، $\widehat{\text{أ ب حـ}}$ = 55° ، أ حـ ب = 70°

نتبع ما يلي :

• نرسم القطعة [ب ح] .

• باستعمال المنقلة نرسم كلاً من [ب س ، ب ح] ، [ح ع ، ح ب] في نفس الجهة وقيساهما على الترتيب : 55° ، 70°

• أ هي نقطة تقاطع [ب س و[ح ع .

– ارسم مثلثا أ'ب'ح' بحيث :

ب'ح' = 4 سم ، أ'ب'ح' = 55° ، أ'ح'ب' = 70°

– تحقق أن المثلثين أ ب ح ، أ'ب'ح' **متقايسان** .

ارسم المثلث أ ب ح علما بأن

ح أ ب = 75° ، أ ب = 6 سم .

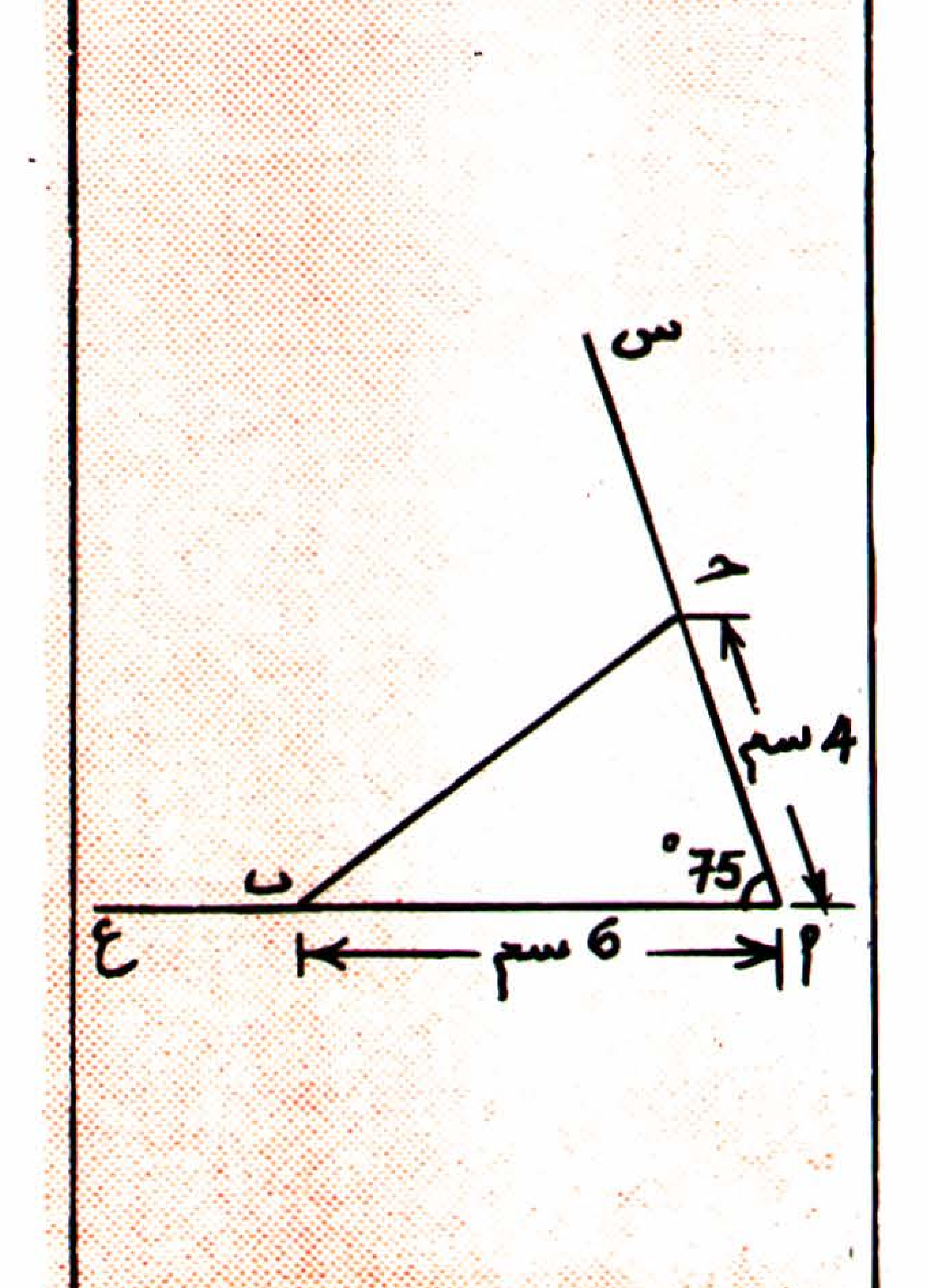
أ ح = 4 سم

نتبع ما يلي :

• نرسم زاوية [أ س ، أ ع] قيسها 75° .

• نعيّن على [أ س النقطة ح وعلى [أ ع النقطة ب حيث أ ح = 4 سم ، أ ب = 6 سم

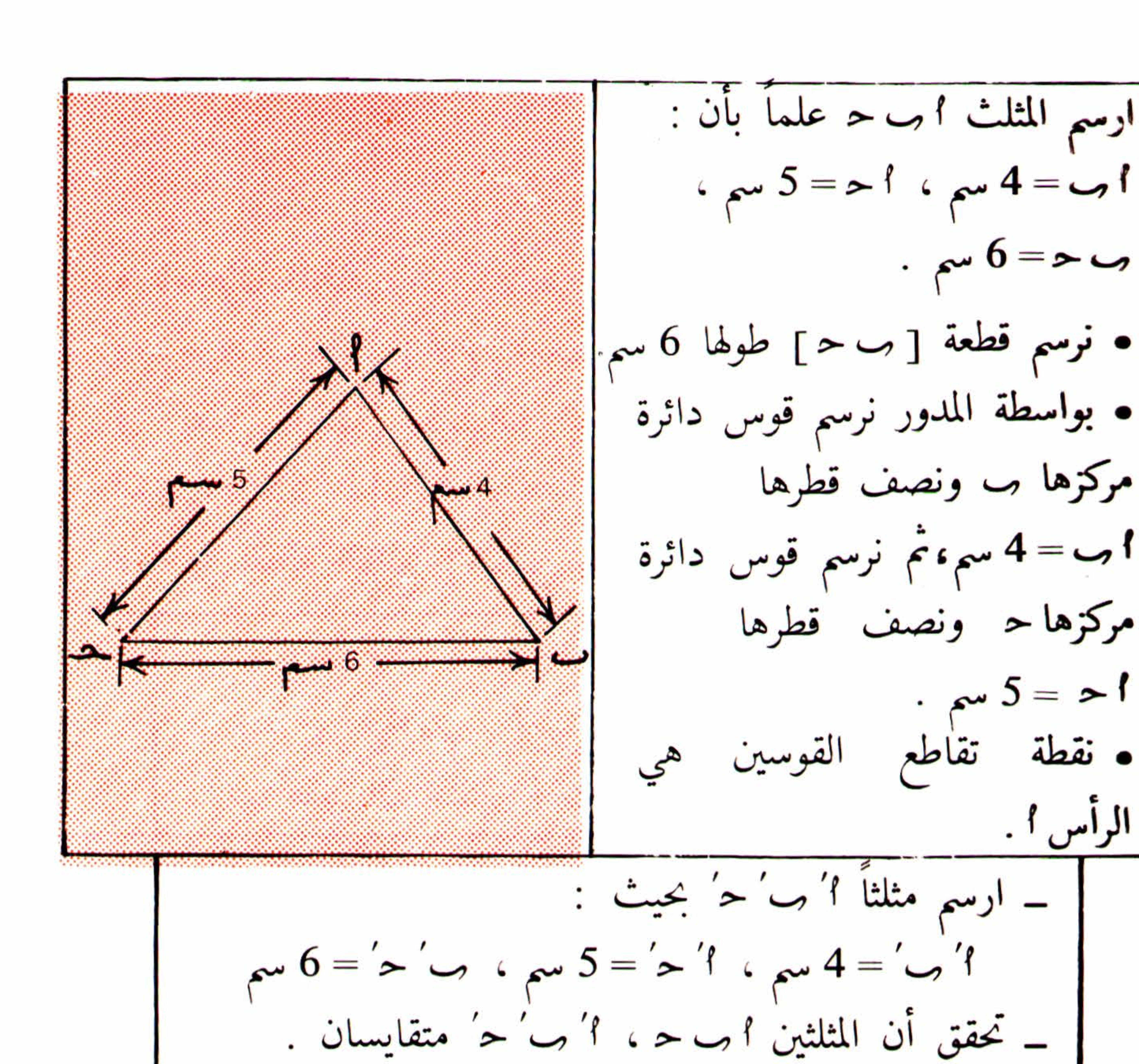
• نرسم القطعة [ب ح] .



ارسم مثلثا أ'ب'ح' بحيث :

ح'أ'ب' = 75° ، أ'ب' = 6 سم ، أ'ح' = 4 سم

– تحقق أن المثلثين أ ب ح ، أ'ب'ح' **متقايسان** .



ارسم المثلث أ ب ح علماً بأن :
أ ب = 4 سم ، أ ح = 5 سم ،
ب ح = 6 سم .

- نرسم قطعة [ب ح] طولها 6 سم.
- بواسطة المدور نرسم قوس دائرة مركزها ب ونصف قطرها أ ب = 4 سم، ثم نرسم قوس دائرة مركزها ح ونصف قطرها أ ح = 5 سم .
- نقطة تقاطع القوسين هي الرأس أ .

ـ ارسم مثلثاً أ' ب' ح' بحيث :
أ' ب' = 4 سم ، أ' ح' = 5 سم ، ب' ح' = 6 سم
ـ تحقق أن المثلثين أ ب ح ، أ' ب' ح' متقايسان .

لاحظ أن :

$4 + 5 > 6 > 4 - 5$ ⎫ أ ح − أ ب > ب ح > أ ح + أ ب
$5 + 6 > 4 > 5 - 6$ ⎬ أي ب ح − أ ح > أ ب > ب ح + أ ب
$4 + 6 > 5 > 4 - 6$ ⎭ ب ح − ب أ > أ ح > ب ح + ب أ

قاعدة :

لإنشاء مثلث يجب أن يكون طول كل ضلع منه محصوراً بين فرق طولي الضلعين الآخرين ومجموعها .

نشاط :

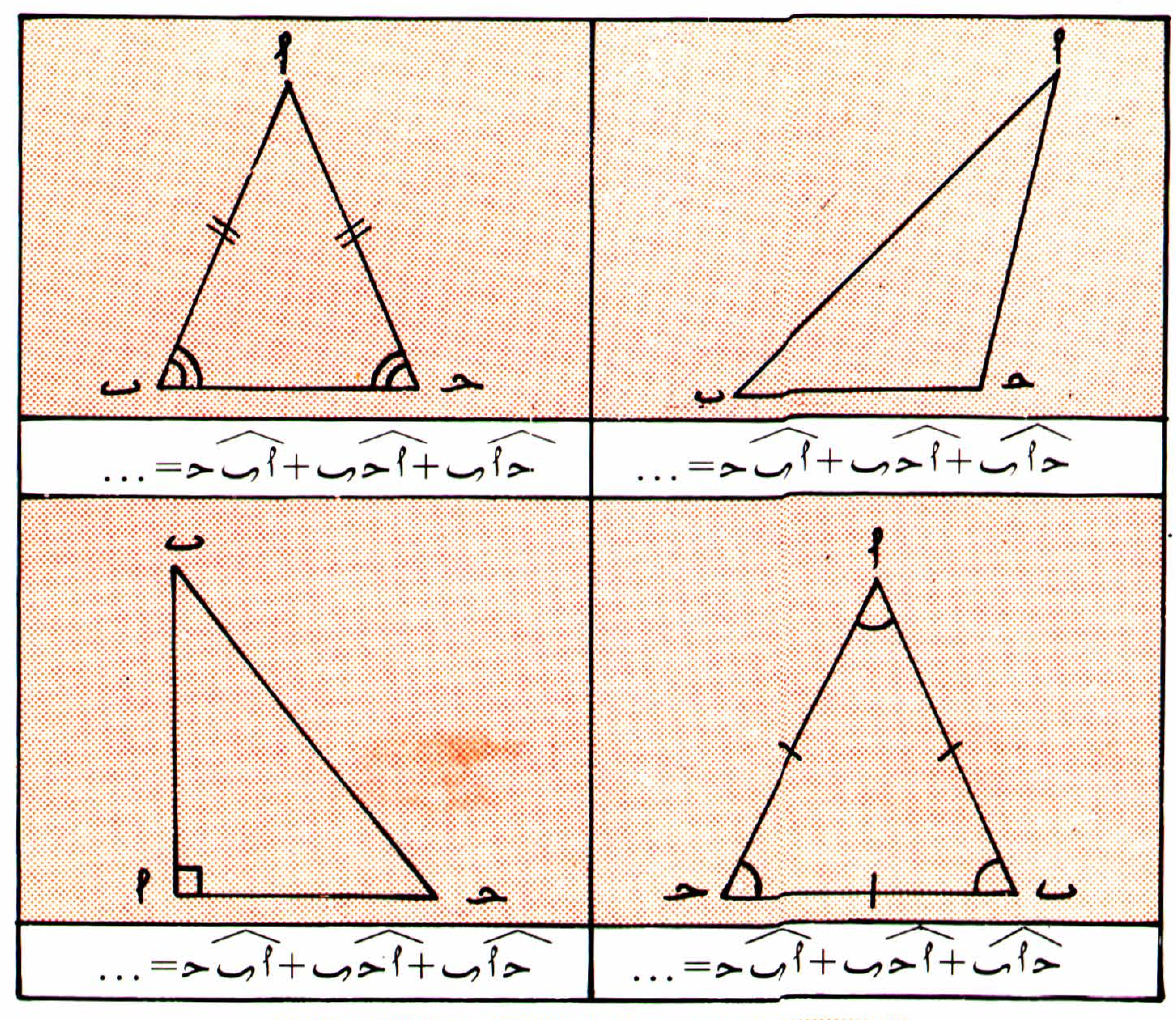
هل يمكن رسم مثلث أ ب ح علماً بأن :
أ ب = 3 سم، ب ح = 2 سم، أ ح = 7 سم

لاحظ أن الكتابة : $3 - 2 > 7 > 2 + 3$ خاطئة.

إن الشكل الناتج ليس مثلثًا .

4 ـ مجموع أقياس زوايا المثلث

نشاط : أكمل الجدول باستعمال المنقلة .



نستنتج أن **مجموع أقياس زوايا مثلث هو $180°$** .

---

1) أ ب حـ مثلث متقايس الأضلاع .

ـ أوجد قيس كل زاوية من زواياه .

2) أ ب حـ مثلث قائم في أ ومتقايس الضلعين .

ـ أوجد قيس كل من الزاويتين الأخريين .

التَّمَارِينُ

1. أ ، ب ، ح ، د أربع نقط من المستوي .
حيث كل ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة .
ـ عيّن جميع المثلثات التي رؤوسها ثلاث من النقط المذكورة .

2. أنشيء مثلثاً أ ب ح بحيث :
1) أ ب = 4 سم ، $\widehat{\text{ب أ ح}} = 72^\circ$ ، $\widehat{\text{أ ب ح}} = 40^\circ$.
2) أ ح = 3,5 سم ، $\widehat{\text{ب أ ح}} = 56^\circ$ ، $\widehat{\text{أ ح ب}} = 68^\circ$.
3) ب ح = 5 سم ، $\widehat{\text{أ ب ح}} = 45^\circ$ ؛ $\widehat{\text{أ ح ب}} = 50^\circ$.

3. أنشيء مثلثاً أ ب ح بحيث :
1) أ ب = 4 سم ، $\widehat{\text{ب أ ح}} = 60^\circ$ ، أ ح = 3 سم .
2) أ ب = 3 سم ، $\widehat{\text{أ ب ح}} = 54^\circ$ ، ب ح = 4 سم .
3) أ ح = 4,5 سم ، $\widehat{\text{أ ح ب}} = 72^\circ$ ، ب ح = 5 سم

4. أنشيء مثلثاً أ ب ح بحيث :
1) أ ب = 3 سم ، أ ح = 4 سم ، ب ح = 5 سم
2) أ ب = 4 سم ، أ ح = 3,5 سم ، ب ح = 4,5 سم .
3) أ ب = 4,5 سم ، أ ح = 4,5 سم ، ب ح = 6 سم .

5. أنشيء مثلثاً أ ب ح بحيث :
1) $\widehat{\text{ب أ ح}} = 90^\circ$ ، أ ب = 4 سم ، أ ح = 3 سم .
2) ارسم العمود (أ ع) المتعلق بالوتر [ب ح] .
ـ ما هما العمودان الآخران للمثلث أ ب ح ؟
3) ما هي نقطة تقاطع الأعمدة ؟
4) ارسم المتوسط (أ م) المتعلق بالوتر [ب ح] وقارن الطولين أ م ، ب ح .

6. أ ب ح مثلث، هـ منتصف الضلع [أ ب] .
المستقيم الذي يشمل هـ ويوازي (ب ح) يقطع (أ ح) في نقطة ل .
1) تحقق من أن القطعتين [أ ل] و [ل ح] متقايستان .
2) تحقق من أن $\widehat{\text{أ ب ح}} = \widehat{\text{أ هـ ل}}$ و $\widehat{\text{أ ح ب}} = \widehat{\text{أ ل هـ}}$.

7. 1) ارسم مثلثاً ا ب حـ ، ثم ارسم متوسطاته (اا′) ، (ب ب′) ، (حـ حـ′)
تشترك هذه المتوسطات في نقطة ث .
2) تحقق بالمدور أن 3 ث ا′ = اا′ ، 3 ث ب′ = ب ب′ . 3 ث حـ′ = حـ حـ′ .

8. ارسم ا ب حـ مثلثاً متساوي الساقين رأسه الأساسي ا حيث ب ا حـ $=72^0$.
ـ أوجد كلا من ا ب حـ ، ا حـ ب .

9. ارسم الدائرة د (م ، 3) والدائرة د′ (م′ ، 4) التي تقطع الدائرة (د) في النقطتين ا ، ب . (وحدة الطول هي السنتيمتر) .
ـ تحقق بالمدور أن كلاً من المثلثين م ا ب ، م′ ا ب متقايس الضلعين.

10. وحدة الطول هي السنتيمتر ، هل يمكن رسم مثلث ا ب حـ أطوال أضلاعه معلومة ، في كل من الحالات الآتية ؟
أعط جوابا بدون أن تستعين بالرسم ثم أنجز الرسم .
1) ا ب = 7 ، ب حـ = 2 ، ا حـ = 3
2) ا ب = 4 ، ب حـ = 9 ، ا حـ = 3
3) ا ب = 7 ، ب حـ = 3 ، ا حـ = 4 .

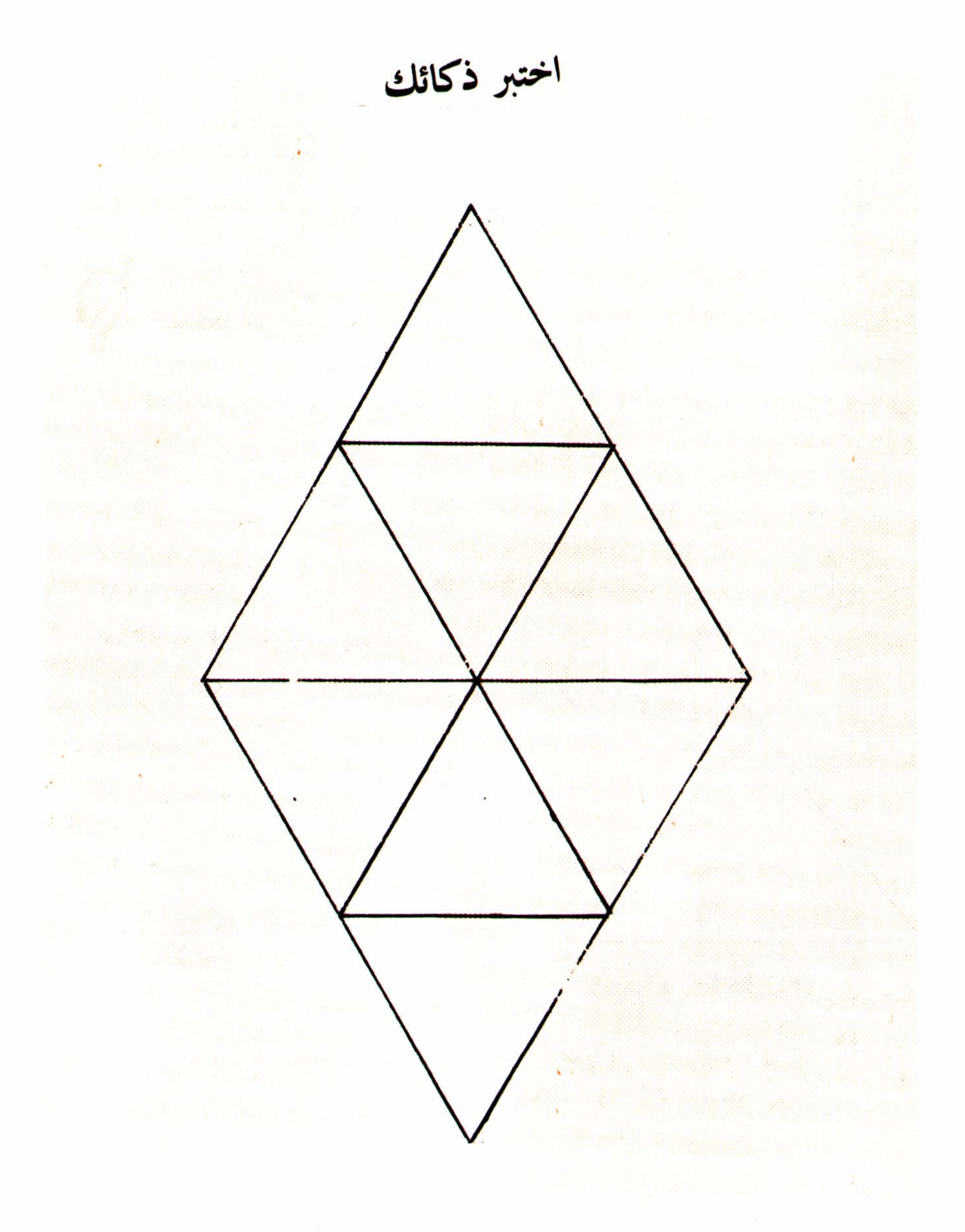
11. إليك الشكل 8

الشكل (8)

ـ أنشيء [ا س منصف الزاوية [ا ب ، ا حـ] .
ـ أنشيء [ا ع منصف الزاوية [ا حـ ، ا ص]
ـ تحقق أن الزاوية [ا س ، ا ع] قائمة .

12. [م س ، م ع] زاوية . ا نقطة من هذه الزاوية حيث ا ∉ [م س ، ا ∉ [م ع .
ـ عيّن النقطة ب نظيرة ا بالنسبة إلى (م س) .
ـ عيّن النقطة حـ نظيرة ا بالنسبة إلى (م ع) .
1) تحقق بالمدور أن كلاً من المثلثين م ا حـ ، م ا ب متقايس الضلعين
2) تحقق أن المثلث م ب حـ متساوي الساقين .

اختبر ذكائك



ـ أعد الشكل باستعمال أعواد الثقاب .

ـ انزع أربعة عيدان بحيث تحصل على أربعة مثلثات متقايسة وكل منها يقايس أحد المثلثات الموجودة في الشكل السابق على أن لا تكون الرؤوس فارغة .

19 الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الكسرية

الضرب في ك

1 ـ جداء عددين كسريين

نشاط : إليك العددين الكسريين $\frac{3}{7}$ ، $\frac{9}{2}$.

احسب 3×9 ، 7×2 .

العدد الكسري $\frac{3 \times 9}{7 \times 2}$ هو جداء العددين الكسريين $\frac{3}{7}$ ، $\frac{9}{2}$

جداء عددين كسريين $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ح}{ء}$ هو العدد الكسري $\frac{أ . ح}{ب . ء}$

نكتب : $\frac{أ}{ب} \times \frac{ح}{ء} = \frac{أ . ح}{ب . ء}$ ؛ $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ح}{ء}$ هما عاملا الجداء $\frac{أح}{بء}$

2 ـ الضرب في ك

نشاط : أكمل الجدول الآتي :

$\frac{أ}{ب}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{18}{15}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{12}{33}$	$\frac{29}{35}$
$\frac{ح}{ء}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{45}{39}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{أح}{بء}$	$\frac{5}{6}$					

لاحظ أننا أرفقنا بكل عددين كسريين $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ح}{ء}$ العدد الكسري $\frac{أ . ح}{ب . ء}$

الضرب في مجموعة الأعداد الكسرية ك هو العملية التي ترفق بكل عددين كسريين $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ح}{ء}$ جداءهما $\frac{أ . ح}{ب . ء}$

احسب كلاً من الجداءات التالية،ثم اختزل الناتج إذا أمكن :

$\frac{2}{5} \times \frac{9}{4}$ ؛ $\frac{33}{44} \times \frac{24}{18}$ ؛ $\frac{11}{13} \times \frac{5}{7}$ ؛ $\frac{12}{18} \times \frac{17}{19}$.

---

3 ـ خواص الضرب في ك .

• **التبديل :**

نشاط : أكمل الجدول،ثم قارن نتيجتي العمودين الثالث والرابع .

$\frac{أ}{ب}$	$\frac{ح}{ء}$	$\frac{أ}{ب} \times \frac{ح}{ء}$	$\frac{ح}{ء} \times \frac{أ}{ب}$
$\frac{6}{7}$	$\frac{4}{5}$		
$\frac{16}{24}$	$\frac{14}{21}$		
$\frac{35}{18}$	$\frac{24}{25}$		

بصفة عامة :

مهما يكن العددان الكسريان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{د}$ فإن

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{د} = \frac{حـ}{د} \times \frac{أ}{ب} .$$

نقول إن الضرب في ك **تبديلي** .

• **التجميع** :

نشاط : أكمل الجدول ،ثم قارن نتيجتي العمودين الخامس والسابع .

$\frac{أ}{ب}$	$\frac{حـ}{د}$	$\frac{هـ}{و}$	$\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{د}$	$\left(\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{د}\right) \times \frac{هـ}{و}$	$\frac{حـ}{د} \times \frac{هـ}{و}$	$\frac{أ}{ب} \times \left(\frac{حـ}{د} \times \frac{هـ}{و}\right)$
$\frac{13}{4}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{17}$				
$\frac{15}{18}$	$\frac{49}{42}$	$\frac{27}{12}$				

بصفة عامة :

مهما تكن الأعداد الكسرية $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{د}$ ، $\frac{هـ}{و}$ فإن :

$$\left(\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{د}\right) \times \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} \times \left(\frac{حـ}{د} \times \frac{هـ}{و}\right)$$

نقول إن الضرب في ك **تجميعي** .

نكتب أيضاً :

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ح}}{\text{ء}} \times \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \left(\frac{\text{ح}}{\text{ء}} \times \frac{\text{هـ}}{\text{و}}\right)$$ أو :

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ح}}{\text{ء}} \times \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ح}}{\text{ء}}\right) \times \frac{\text{هـ}}{\text{و}}$$

احسب كلاًّ من الجداءات الآتية ثم اختزل الناتج إن أمكن .

$\frac{35}{36} \times \frac{38}{49} \times \frac{30}{45}$ ؛ $\frac{75}{80} \times \frac{56}{42} \times \frac{24}{18}$ ؛ $\frac{66}{21} \times \frac{7}{64} \times \frac{189}{84}$.

- **العنصر الحيادي :**

تعلم أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم أ ، فإن $\frac{\text{أ}}{\text{أ}} = 1$.

نشاط :

احسب : $\frac{3}{17} \times 1$ ؛ $\frac{11}{12} \times \frac{7}{7}$ ؛ $\frac{7}{7} \times \frac{11}{12}$ ؛ $1 \times \frac{100}{100}$.

بصفة عامة :

مهما يكن العدد الكسري $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ فإن

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times 1 = 1 \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$$

العدد الكسري 1 هو عنصر حيادي بالنسبة إلى الضرب في ك

4 ـ مقلوب عدد كسري غير معدوم

نشاط : احسب الجداءات الآتية :

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \text{ ؛ } \frac{54}{17} \times \frac{17}{54} \text{ ؛ } \frac{101}{113} \times \frac{113}{101} \text{ ؛ } \frac{19}{23} \times \frac{23}{19}$$

تجد في كل حالة أن الجداء يساوي العدد الكسري 1 .

بصفة عامة :

مهما يكن العدد الكسري غير المعدوم $\frac{أ}{ب}$ فإن

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = 1$$

العدد الكسري $\frac{ب}{أ}$ هو **مقلوب** العدد الكسري $\frac{أ}{ب}$

• أيضا $\frac{أ}{ب}$ هو **مقلوب** $\frac{ب}{أ}$.

5 ـ قوة عدد كسري

• لاحظ أن : $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 5}$ أي $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2^2}{5}$.

نكتب : $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$. أي $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2}$

العدد الكسري $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ هو **مربع** العدد الكسري $\frac{2}{5}$.

بصفة عامة :

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^2$$

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^2$ هو مربع العدد الكسري $\frac{أ}{ب}$.

• احسب $\frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$ ؛

$\left(\frac{4}{3}\right)^3$ يسمى مكعب $\frac{4}{3}$ •

بصفة عامة :

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^3$$

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^3$ يسمى **مكعب** العدد الكسري $\frac{أ}{ب}$

بصفة عامة :

$$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \underbrace{\frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times \frac{أ}{ب}}_{\text{ن عاملاً}} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$$

$$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$$

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن}$ تدعى **القوة النونية** للعدد الكسري $\frac{أ}{ب}$ •

$\frac{أ}{ب}$ هو **أساس** القوة . ن هو أُسُّها .

ملاحظة :

$\frac{أ}{ب}$ عدد كسري ، $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{1} = \frac{أ}{ب}$

---

1 ـ عيّن كلاًّ من الأعداد الكسرية الآتية :

$\left(\frac{5}{6}\right)^{3}$ ، $\left(\frac{4}{3}\right)^{4}$ ، $\left(\frac{1}{8}\right)^{3}$.

2 ـ قارن بين العددين الكسريين

$\left(\frac{7}{3}\right)^{4}$ و $\frac{7^{4}}{3}$ وبين $\left(\frac{7}{3}\right)^{4}$ و $\frac{7}{3^{4}}$

أنشطة :

1. احسب $\left(\frac{2}{3}\right)^{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{4}$ و $\left(\frac{2}{3}\right)^{3+4}$ ماذا تلاحظ ؟

تجد أن : $\left(\frac{2}{3}\right)^{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+4}$

• $\frac{أ}{ب}$ عدد كسري . احسب $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{2} \times \left(\frac{أ}{ب}\right)^{3}$ و $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{2+3}$

تجد أن : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{2} \times \left(\frac{أ}{ب}\right)^{3} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{2+3}$

2. احسب $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{4}\right]^{5}$ و $\left(\frac{2}{3}\right)^{5\times 4}$. ماذا تلاحظ ؟

تجد أن : $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{4}\right]^{5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5\times 4}$

• $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ عدد كسري. احسب $\left[\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{5}\right]^{2}$ و $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{2\times 5}$

تجد أن: $\left[\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{5}\right]^{2} = \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{2\times 5}$

3. احسب $\left(\frac{3\times 2}{5\times 7}\right)^{2}$ و $\left(\frac{2}{7}\right)^{2} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{2}$. ماذا تلاحظ ؟

تجد أن : $\left(\frac{3\times 2}{5\times 7}\right)^{2} = \left(\frac{2}{7}\right)^{2} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{2}$

• $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{حـ}}{\text{د}}$ عددان كسريان .

احسب $\left(\frac{\text{أ}\times\text{حـ}}{\text{ب}\times\text{د}}\right)^{3}$ و $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{3} \times \left(\frac{\text{حـ}}{\text{د}}\right)^{3}$

تجد أن :

$$\left(\frac{\text{أ}\times\text{حـ}}{\text{ب}\times\text{د}}\right)^{3} = \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{3} \times \left(\frac{\text{حـ}}{\text{د}}\right)^{3}$$

1 ـ احسب ما يلي :

$\left(\frac{3}{2}\right)^{2} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{4}$ ؛ $\left(\frac{2}{3}\right)^{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2}$ ؛

$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\right]^{5}$ ، $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{3}\right]^{2}$ ، $\left(\frac{3}{21}\right)^{5} \times \left(\frac{7}{14}\right)^{5}$

2 ـ قارن بين العددين فيما يلي :

$\left(\frac{2}{5}\right)^{4}$ و $\frac{2^4}{5^4}$ ؛ $\left(\frac{4}{5}\right)^{6}$ و $\left(\frac{4}{5}\right)^{3} + \left(\frac{4}{5}\right)^{3}$ ؛ $\left(\frac{5 \times 3}{7 \times 2}\right)^{2}$ و $\frac{9}{4} \times \frac{5^2}{7^2}$.

القسمة في ك

1 ـ حاصل قسمة عدد كسري على آخر .

لقسمة العدد الكسري $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ على العدد الكسري غير المعدوم $\frac{\text{حـ}}{\text{د}}$ ،

نضرب $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ في مقلوب $\frac{\text{حـ}}{\text{د}}$ أي :

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} : \frac{\text{حـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{حـ}}$ أو $\frac{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}{\frac{\text{حـ}}{\text{د}}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{حـ}}$.

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ هو المقسوم ؛ $\frac{\text{حـ}}{\text{د}}$ القاسم و $\frac{\text{أ د}}{\text{ب حـ}}$ حاصل القسمة .

مثال 1 : لقسمة العدد الكسري $\frac{7}{5}$ على العدد الكسري $\frac{3}{4}$. نضرب $\frac{7}{5}$ في مقلوب $\frac{3}{4}$ أي : $\frac{7}{5} : \frac{3}{4} = \frac{7}{5} \times \frac{4}{3}$ • أي $\frac{7}{5} : \frac{3}{4} = \frac{28}{15}$.

يمكننا أن نكتب أيضاً $\frac{\frac{7}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{7}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{28}{15}$.

ملاحظات :

1) حـ عدد طبيعي غير معدوم .

تعلم أن $\text{حـ} = \frac{\text{حـ}}{1}$

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} : \text{حـ} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} : \frac{\text{حـ}}{1}$. أي $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} : \text{حـ} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{1}{\text{حـ}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب حـ}}$

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} : \text{حـ} = \frac{\text{أ}}{\text{ب حـ}}$ أو $\frac{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}{\text{حـ}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب حـ}}$

2) أ عدد طبيعي غير معدوم ، حـ عدد طبيعي .

$\text{حـ} : \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ}}{1} : \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ أي $\text{حـ} : \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ}}{1} \times \frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{\text{حـ ب}}{\text{أ}}$

$\text{حـ} : \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ ب}}{\text{أ}}$ أو $\frac{\text{حـ}}{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\text{حـ ب}}{\text{أ}}$

احسب حاصل القسمة في كل مما يأتي ثم اختزل النتيجة :

1) $\dfrac{\frac{7}{3}}{\frac{4}{5}}$ ، $\dfrac{\frac{33}{44}}{\frac{24}{18}}$ ؛ $\dfrac{15}{16} : \dfrac{25}{56}$ ؛ $\dfrac{65}{63} : \dfrac{5}{7}$

2) $8 : \dfrac{5}{3}$ ؛ $\dfrac{12}{13} : 6$ ؛ $\dfrac{\frac{32}{8}}{11}$ ؛ $\dfrac{\frac{27}{4}}{12}$.

2 ـ القسمة في ك

نشاط : أكمل الجدول

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	7	$\frac{25}{12}$	$\frac{24}{15}$	$\frac{36}{45}$
$\frac{\text{ج}}{\text{د}}$	$\frac{4}{5}$	3	$\frac{12}{5}$	8	$\frac{18}{35}$	$\frac{90}{16}$
$\dfrac{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}{\frac{\text{ج}}{\text{د}}}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{1}{6}$				

لاحظ أننا أرفقنا بكلّ عددين كسريين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ العدد الكسري $\frac{\text{أ د}}{\text{ب ج}}$ الذي هو حاصل قسمة $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ على $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$.

القسمة في ك هي العملية التي ترفق بكلّ عددين كسريين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$. $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ حيث $\frac{\text{ج}}{\text{د}} \neq 0$ العدد الكسري $\frac{\text{أ د}}{\text{ب ج}}$.

التمارين

1. احسب كلاً من الجداءات الآتية ثم اختزل الناتج إذا أمكن ذلك .

1) $\frac{7}{5}\times\frac{2}{3}$ ؛ $\frac{25}{27}\times\frac{8}{15}$ ؛ $\frac{10}{9}\times\frac{12}{5}$ ؛ $\frac{15}{28}\times\frac{10}{9}$ ؛ $\frac{39}{45}\times\frac{44}{26}$.

2) $\frac{65}{133}\times\frac{38}{85}$ ، $\frac{48}{49}\times\frac{35}{36}$ ؛ $\frac{75}{80}\times\frac{30}{45}$.

3) $7\times\frac{5}{6}$ ؛ $\frac{8}{12}\times 12$ ؛ $60\times\frac{11}{15}$ ؛ $50\times\frac{85}{100}$ ؛ $\frac{12}{25}\times 5$.

2. احسب بطريقتين كلاً من الأعداد الكسرية الآتية :

1) $\frac{8}{15}\times\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}$ ؛ $\frac{21}{15}\times\frac{44}{26}\times\frac{15}{28}$ ؛ $\frac{4}{16}\times\frac{5}{2}\times 8$ ؛ $\frac{12}{15}\times 7\times\frac{5}{3}$.

2) $8\times\frac{5}{9}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}$ ؛ $\frac{3}{14}\times\frac{5}{8}\times\frac{7}{9}\times\frac{4}{3}$ ؛ $\frac{5}{2}\times 10\times\frac{7}{27}\times\frac{3}{7}$

3. لتلميذ 60 كرة ، أعطى منها $\frac{3}{5}$. كم كرة بقي معه ؟

4. تقدم 1200 مترشح إلى امتحان ، فنجح في الامتحان الكتابي $\frac{2}{5}$ من عدد المترشحين ، وفي الامتحان الشفاهي نجح $\frac{9}{10}$ من عدد الناجحين في الامتحان الكتابي . ما عدد الناجحين في هذا الامتحان ؟
(يُعتَبَرُ المترشح ناجحاً إذا نجح في الامتحان الكتابي والشفاهي معاً)

5. احسب الأعداد الكسرية الآتية .

$\left(\frac{1}{3}\right)^4$ ؛ $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ ؛ $\left(\frac{4}{7}\right)^2$ ؛ $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ ؛ $\left(\frac{3}{9}\right)^4$.

6. احسب بطريقتين كلاً من الأعداد الكسرية الآتية :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 \text{ ، } \left(\frac{4}{3} \times \frac{7}{5}\right)^3 \text{ ؛}$$

$$\left[\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^3 \text{ ، } \left(\frac{2}{7}\right)^{2\times 3} \text{ ، } \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

7. احسب حاصل القسمة في كلّ مما يأتي واختزل الناتج إن أمكن .

1) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$ ؛ $\frac{15}{16} : \frac{25}{56}$ ؛ $\frac{16}{49} : \frac{8}{7}$ ؛ $\frac{65}{63} : \frac{5}{7}$.

2) $63 : \frac{7}{9}$ ؛ $6 : \frac{12}{13}$ ؛ $\frac{63}{4} : 9$ ؛ $11 : \frac{22}{35}$.

3) $\dfrac{\frac{7}{3}}{\frac{4}{5}}$ ؛ $\dfrac{\frac{33}{44}}{\frac{24}{18}}$ ؛ $\dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{9}{4}}$ ؛ $\dfrac{\frac{7}{3}}{\frac{6}{35}}$

8. تقاسم شخصان مبلغاً من المال ، فأخذ الأول 30٪ منه .
وكانت حصة الثاني هي 1400 دج . ما هو المبلغ الكلي ؟
وما حصة الشخص الأول ؟

9. من 35000 كلغ من الحديد الخام ، نستخرج 15400 كلغ من الحديد النقي .
ما هي النسبة المئوية للحديد النقي في المادة الخام ؟

10. نُمثّل المساحة الكلية لسطح الكرة الأرضية بقرص .

- الأجزاء التي يُغطيها الماء (المحيطات ، البحار ، ....) تُمثّل بقطاع قرص معيّن بزاوية مركزية قيسها 260° تقريباً .
- الصحاري والمناطق الجرداء تُمثّل بقطاع قرص قيس زاويته المركزية 40° .
- الغابات تمثّل بقطاع قرص قيس زاويته المركزية 30° .
- المراعي تمثّل بقطاع قرص قيس زاويته المركزية 19° .
- المناطق الزراعية تمثّل بقطاع قرص قيس زاويته المركزية 11°

1) ارسم شكلاً مناسبا لهذه المعلومات .
2) احسب النسبة المئوية لمساحة كل جزء بالنسبة إلى المساحة الكلية .
3) إذا كانت المساحة الكلية 510 مليون كيلومتر مربع ، فما هي مساحة كل جزء من الأجزاء السابقة ؟

11. يُعطي الحليب 15٪ من وزنه قشدة وتُعطي القشدة 25٪ من وزنها زبدة . فإذا كان لتر الحليب يزن 1030 غ . فكم لتراً من الحليب يلزم لصنع 1 كيلوغرام من الزبدة ؟

12. يُعطي القمح $\frac{5}{6}$ من وزنه دقيقاً ويعطي الدقيق $\frac{12}{15}$ من وزنه خبزاً . فإذا كان الهكتولتر من القمح يزن 78 كلغ . وكان متوسط استهلاك الشخص 400 غ من الخبز يومياً ، فكم هكتولتراً من القمح يلزم لتأمين خبز عائلة مكونة من ثلاثة أشخاص في عام واحد ؟

13. يحتوي الجبن على 35٪ من المواد الدسمة . ما هي كتلة الدسم الموجود في علبة وزنها 450 غرام ؟

14. يحتوي خزان درّاجة نارية على 4,7 ل بنزين و 0,3 ل زيت . ما هي النسبة المئوية للزيت التي يحتويها هذا الخليط ؟

15. أودع رجل مبلغ 30000 دج في الصندوق الوطني للتوفير بفائدة قدرها 5٪ .
في نهاية كل سنة تضاف إلى المبلغ السابق الفائدة المحصلة
احسب المبلغ الإجمالي لهذا الرجل في نهاية السنة الثالثة .

16. يعبّر الجدول التالي على كتلة السُكّر الموجودة في علبتي مُربّى

السُكّر بالكلغ	7.2	12.80
المربّى بالكلغ	36	64

قارن بين النسبتين المئويتين للسكّر في كلّ من العلبتين .

مسألة الجمال

تنازَع ثلاثةُ أشخاص ا ، ب ، ح في قسمة سبعة عشر جملاً إذِ ادَّعَى ا أن له منها النّصف $\left(\frac{1}{2}\right)$. وادَّعَى ب أن له فيها الثلُث $\left(\frac{1}{3}\right)$ ، وادَّعَى ح أن له فيها التُّسُع $\left(\frac{1}{9}\right)$.

• حاول أن تجد حلاً لهذه المسألة . لاحظ أن 17 عدد أولي

طرح هؤلاء الثلاثة مسألتهم على الإمام عليّ (ك) ، فأعطاهم الحلّ الباهر الآتي :

حصة ا هي تِسعة جمالٍ .

حصة ب هي سِتّة جمالٍ .

حصة ح هي جَمَلانِ .

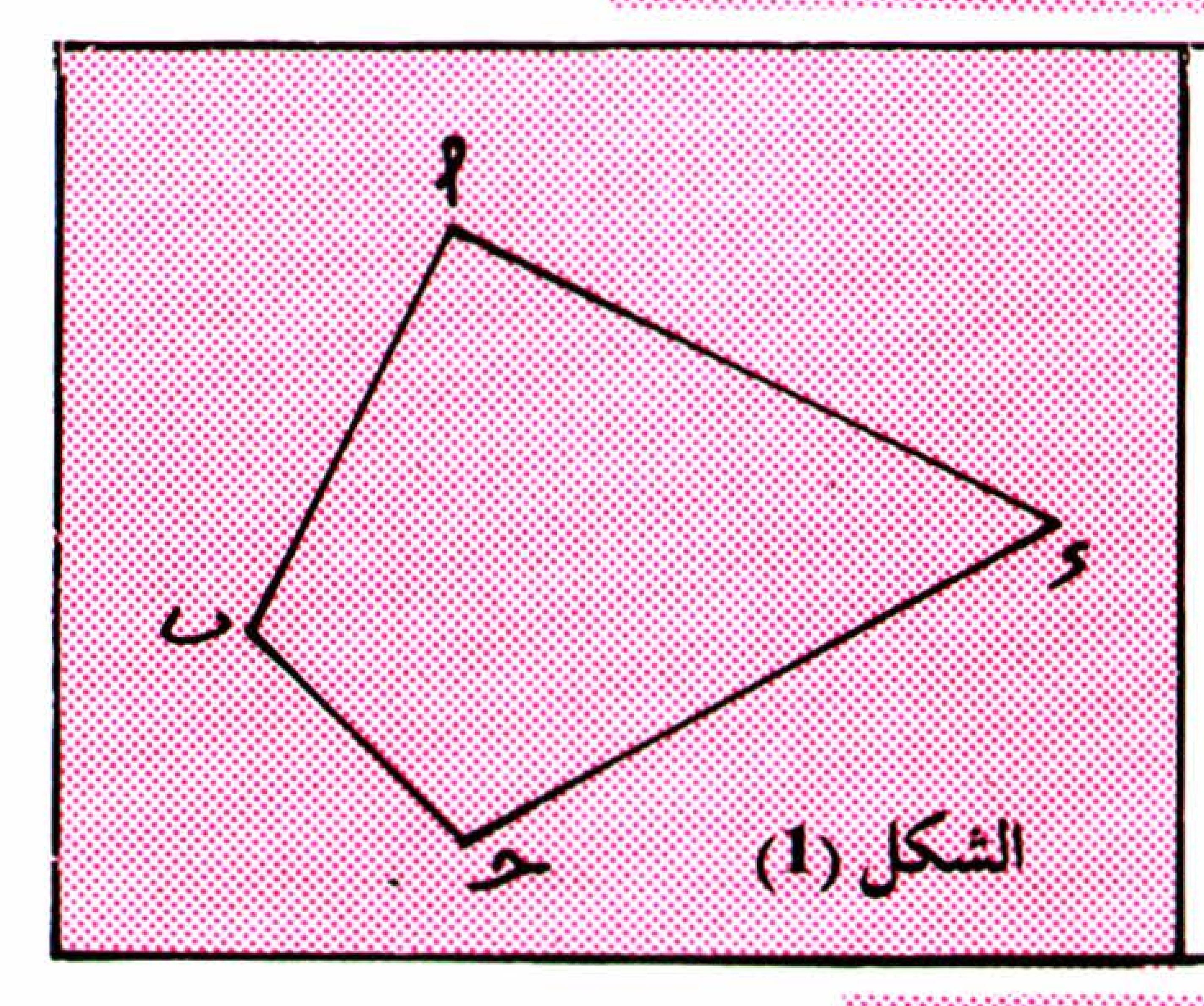
• لاحظَ أن : $9 + 6 + 2 = 17$.

فسِّر هذا الحلّ !

• لاحظ أن هذا الحل قد أعطى كلاً منهم أكثر مما أدّعى . أوجد مقدار الزيادة المشتركة .

20 الرباعيات

الرباعي هو مضلع ذو أربعة أضلاع



الشكل (1)



في الشكل (1) :

أ ب جـ د رباعي .

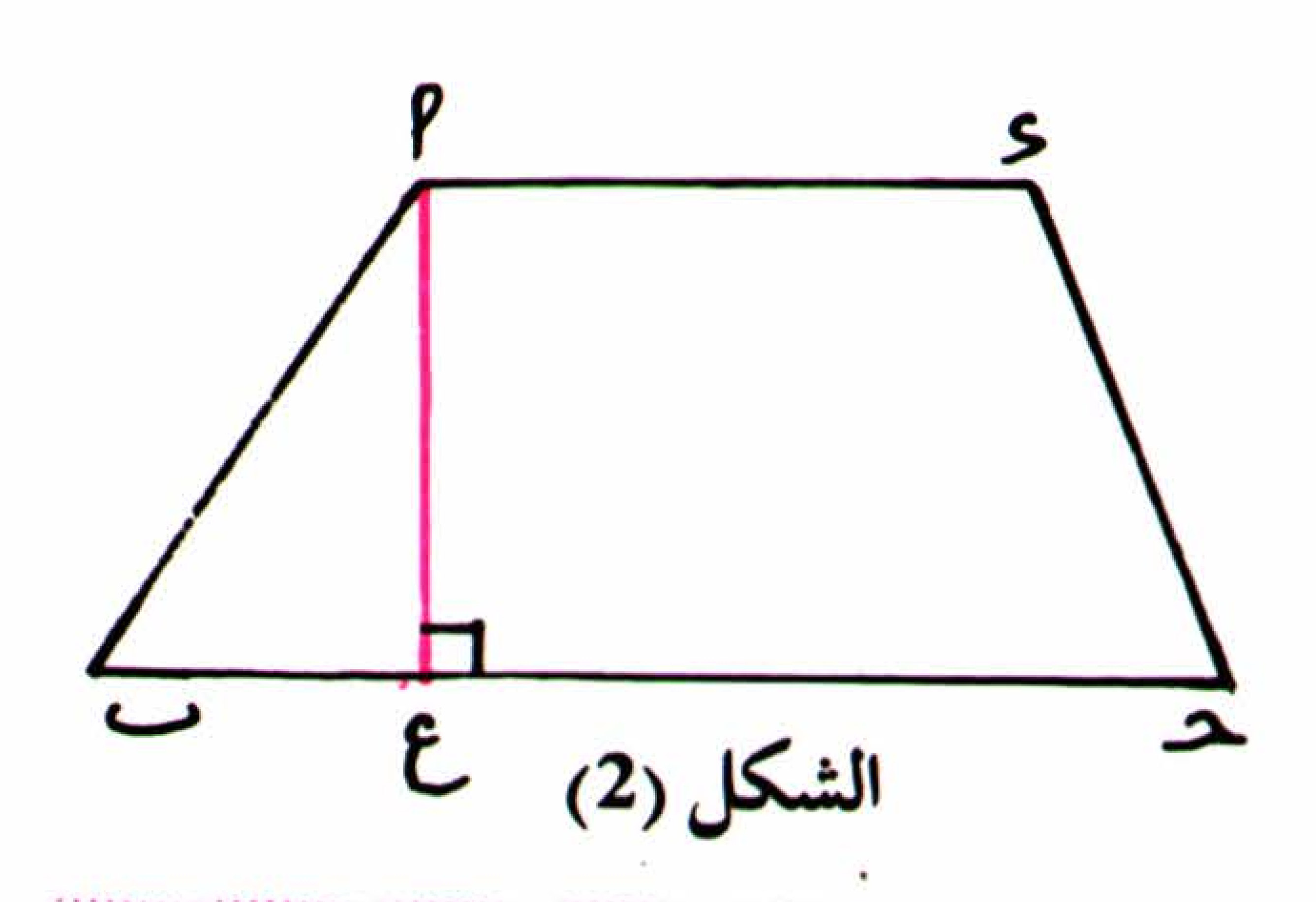
رؤوسه : أ ، ب ، جـ ، د

أضلاعه : [أ ب] ، [ب جـ] ، [جـ د] ، [د أ] .

قطراه : [أ جـ] ، [ب د] .

الرباعيات الخاصة

1 ـ شبه المنحرف :



الشكل (2)

أ ب جـ د رباعي حيث :

(أ د) // (ب جـ)

و (أ ب) ∦ (جـ د) الشكل 2

يسمى هذا الرباعي **شبه منحرف**

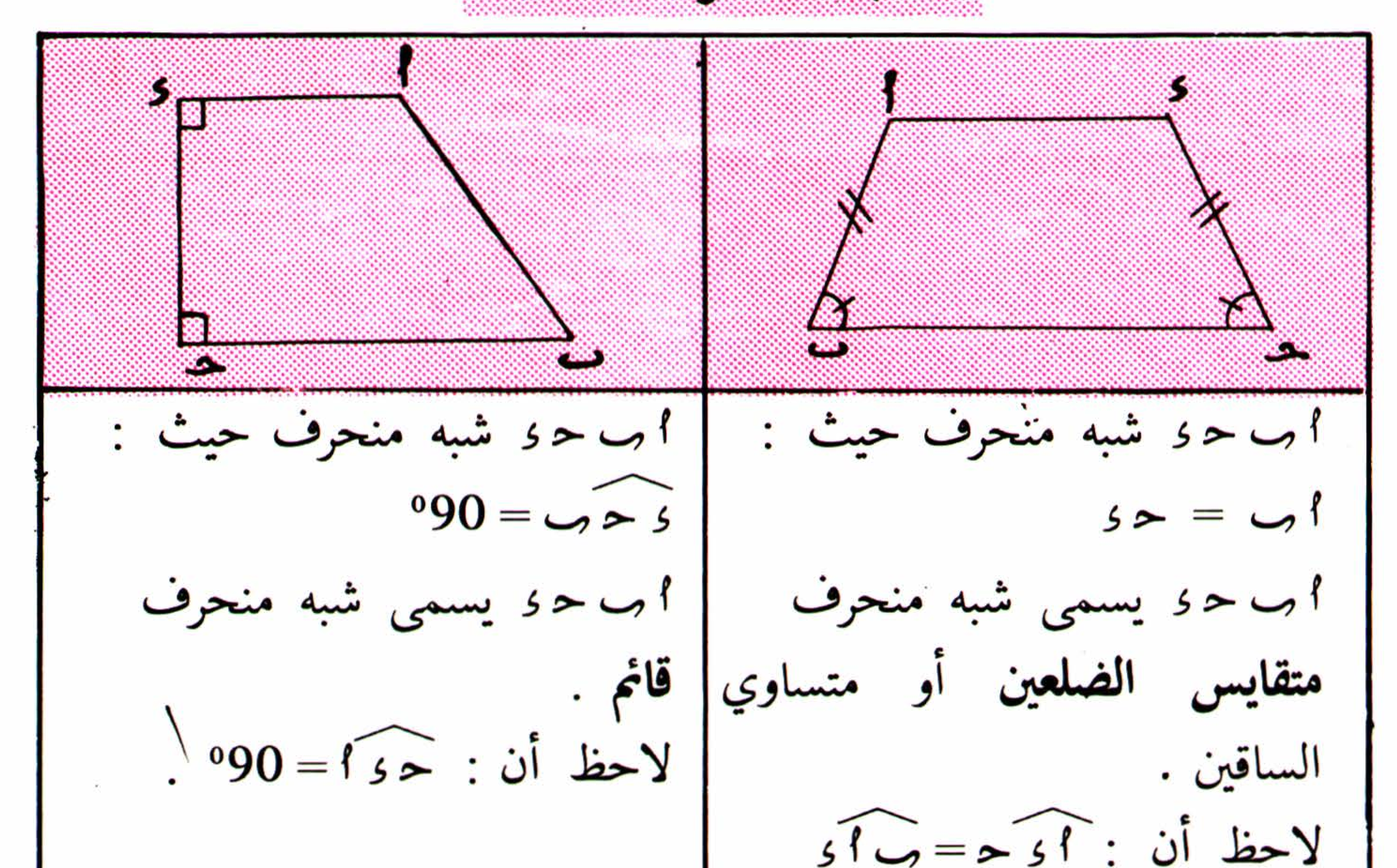
شبه المنحرف هو رباعي حاملا ضلعين منه متوازيان وحاملا الضلعين الآخرين غير متوازيين .

- الضلعان اللذان حاملاهما متوازيان هما **قاعدتاه**
- الضلعان اللذان حاملاهما غير متوازيين هما **الضلعان الجانبيان** .
- لاحظ في الشكل (2) أن : ب جـ > أ د

  نسمي [ب جـ] **القاعدة الكبرى** لشبه المنحرف أ ب جـ د .

  و [أ د] **قاعدته الصغرى** .
- الطول أ ع هو **ارتفاع** شبه المنحرف أ ب جـ د .

أشباه المنحرفة الخاصة



أ ب ح د شبه منحرف حيث : أ ب = ح د أ ب ح د يسمى شبه منحرف **متقايس الضلعين** أو متساوي الساقين . لاحظ أن : $\widehat{أدح} = \widehat{بأد}$ و $\widehat{دحب} = \widehat{أبح}$	أ ب ح د شبه منحرف حيث : $\widehat{دحب} = 90°$ أ ب ح د يسمى شبه منحرف **قائم** . لاحظ أن : $\widehat{حدأ} = 90°$.

نشاط :

إنشاء شبه منحرف متساوي الساقين

- ارسم شريطا [∆ ، ∆′] .
- عيّن نقطتين أ ، ب من (∆).
- ارسم قوس دائرة مركزها أ تقطع (∆′) في نقطة مثلا د .
- بنفس الفتحة أرسم قوساً مركزها ب تقطع (∆′) في نقطة ح مثلاً.

الشكل (3)

الرباعي أ ب ح د هو شبه منحرف **متقايس الضلعين** .

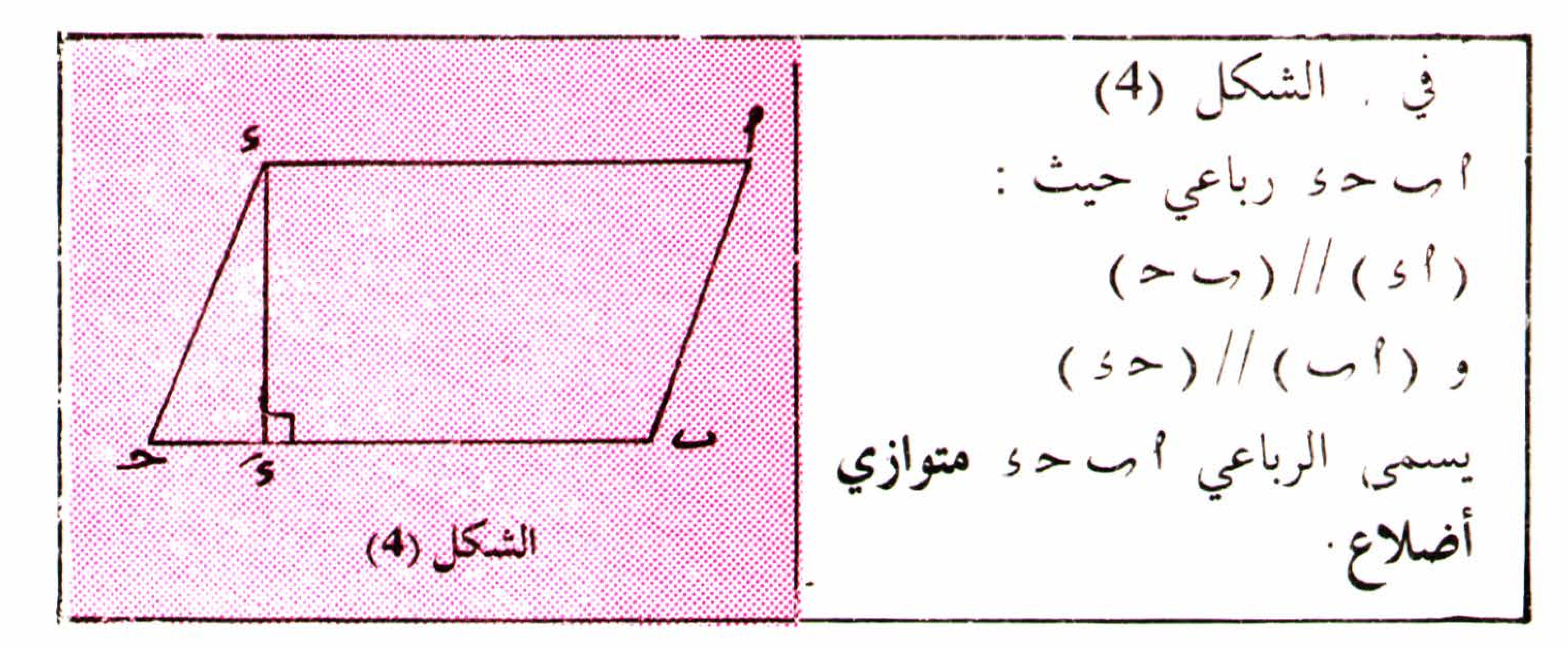
أ ب ح د هو شبه منحرف متقايس الضلعين .

- تحقق أن للقاعدتين نفس المحور ، وأن هذا المحور هو محور تناظر لشبه المنحرف أ ب ح د .

---

2 ـ متوازيات الأضلاع :

1) متوازي الأضلاع



الشكل (4)

متوازي الأضلاع هو رباعي فيه حاملا كل ضلعين متقابلين متوازيان

- ا ب حـ ء متوازي أضلاع .

– [ا حـ] ، [ب ء] هما **قطراه** .

– الطول ء ءَ يسمى **ارتفاعاً** له .

2) **إنشاء متوازي أضلاع** :

لإنشاء متوازي الأضلاع ا ب حـ ء نتبع ما يلي :

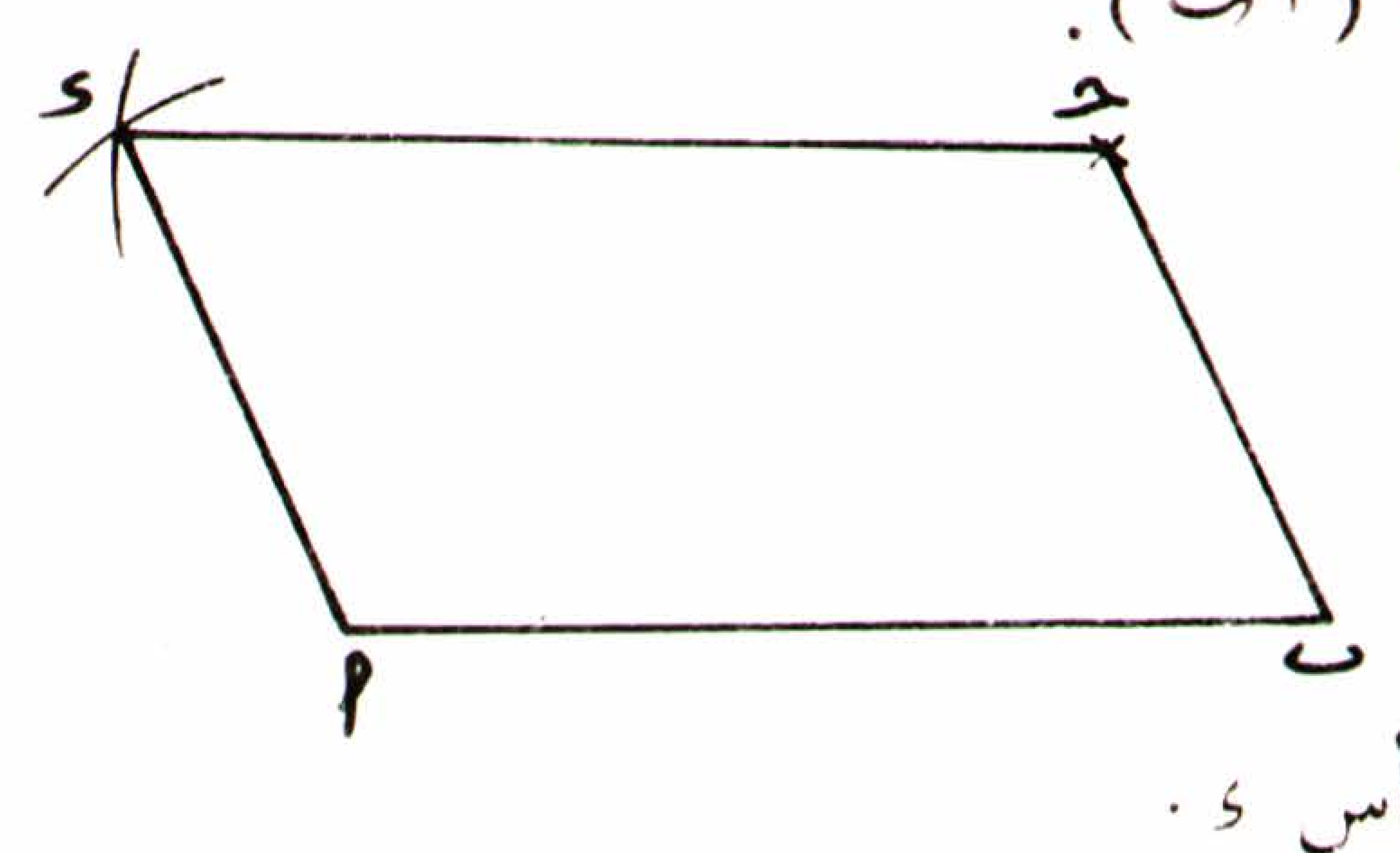
1) نرسم أحد الأضلاع مثلا [ا ب] .

2) نعيّن نقطة حـ لا تنتمي إلى (ا ب).

3) نرسم قوس دائرة مركزها حـ ونصف قطرها ا ب .

4) نرسم قوس دائرة مركزها ا ونصف قطرها ب حـ .

نقطة تقاطع القوسين هي الرأس ء .



نشاط (1) :

ـ ارسم رباعياً ا ب حـ ء حيث :

ا ب = حـ ء = 5 سم ، ا ء = ب حـ = 3 سم .

ـ تحقق أن الرباعي ا ب حـ ء هو متوازي أضلاع .

إذا كان في رباعي كل ضلعين متقابلين متقايسين . فإن هذا الرباعي متوازي أضلاع .

نشاط (2) :

ا ب حـ ء متوازي أضلاع ، قطراه [ا حـ] ، [ب ء] .

ـ تحقق أن نقطة تقاطع القطرين هي منتصف كل منهما .

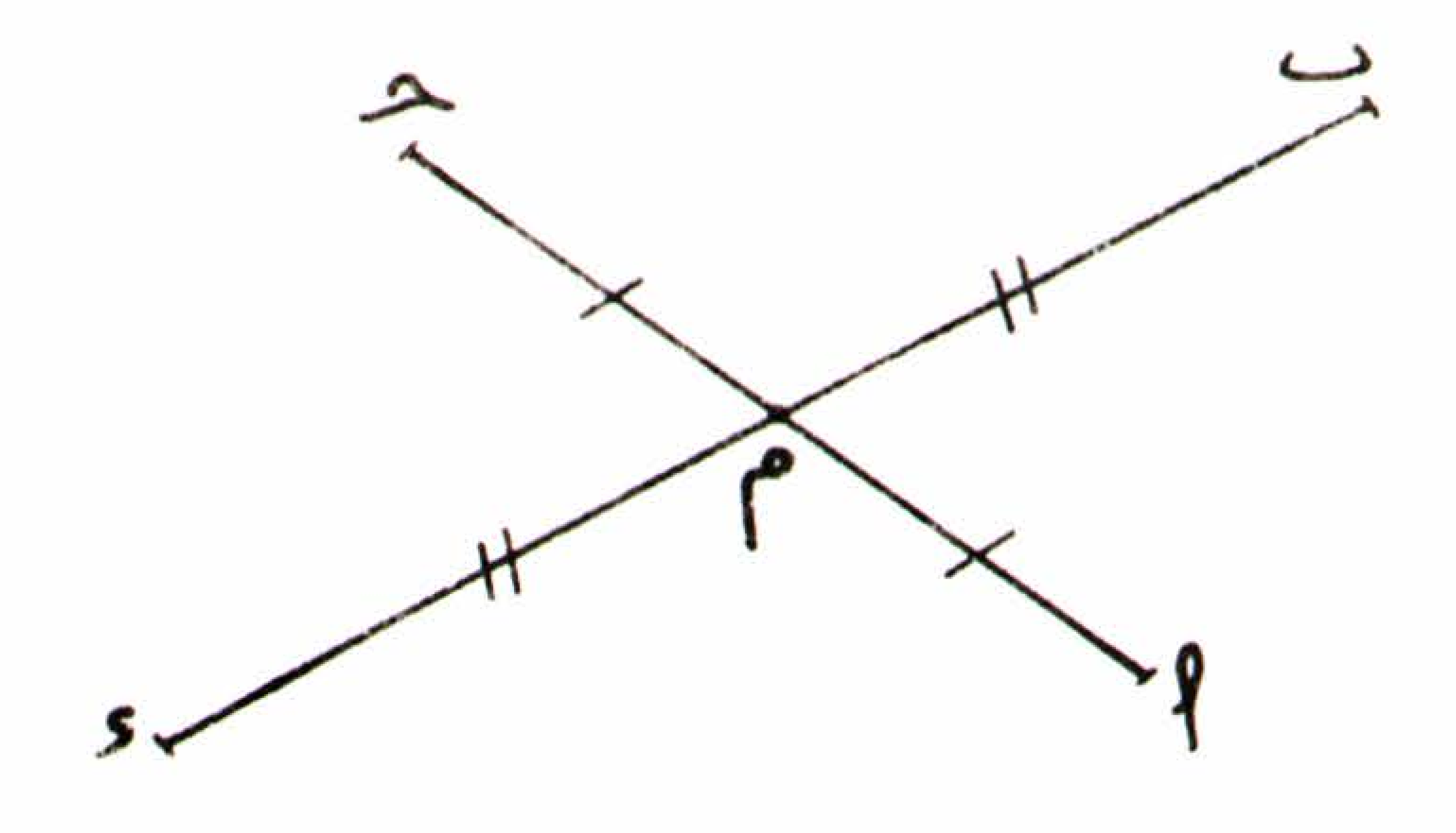
نقطة تقاطع قطري متوازي أضلاع هي مركز تناظر له

نشاط (3) :

إليك الشكل (5) حيث [ا حـ] ، [ب ء] لهما نفس المنتصف م .

ـ تحقق أن الرباعي ا ب حـ ء

هو متوازي أضلاع .



الشكل (5)

إذا كان في رباعي القطران متناصفين ، فإن هذا الرباعي متوازي أضلاع .

ا ب حـ ء متوازي أضلاع يعني [ا حـ] ، [ب ء] لهما نفس المنتصف

3) متوازيات الأضلاع الخاصة :

المعين	المستطيل	المربع
المعين هو متوازي أضلاع أضلاعه متقايسة .	المستطيل هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة .	المربع هو مستطيل أضلاعه متقايسة .

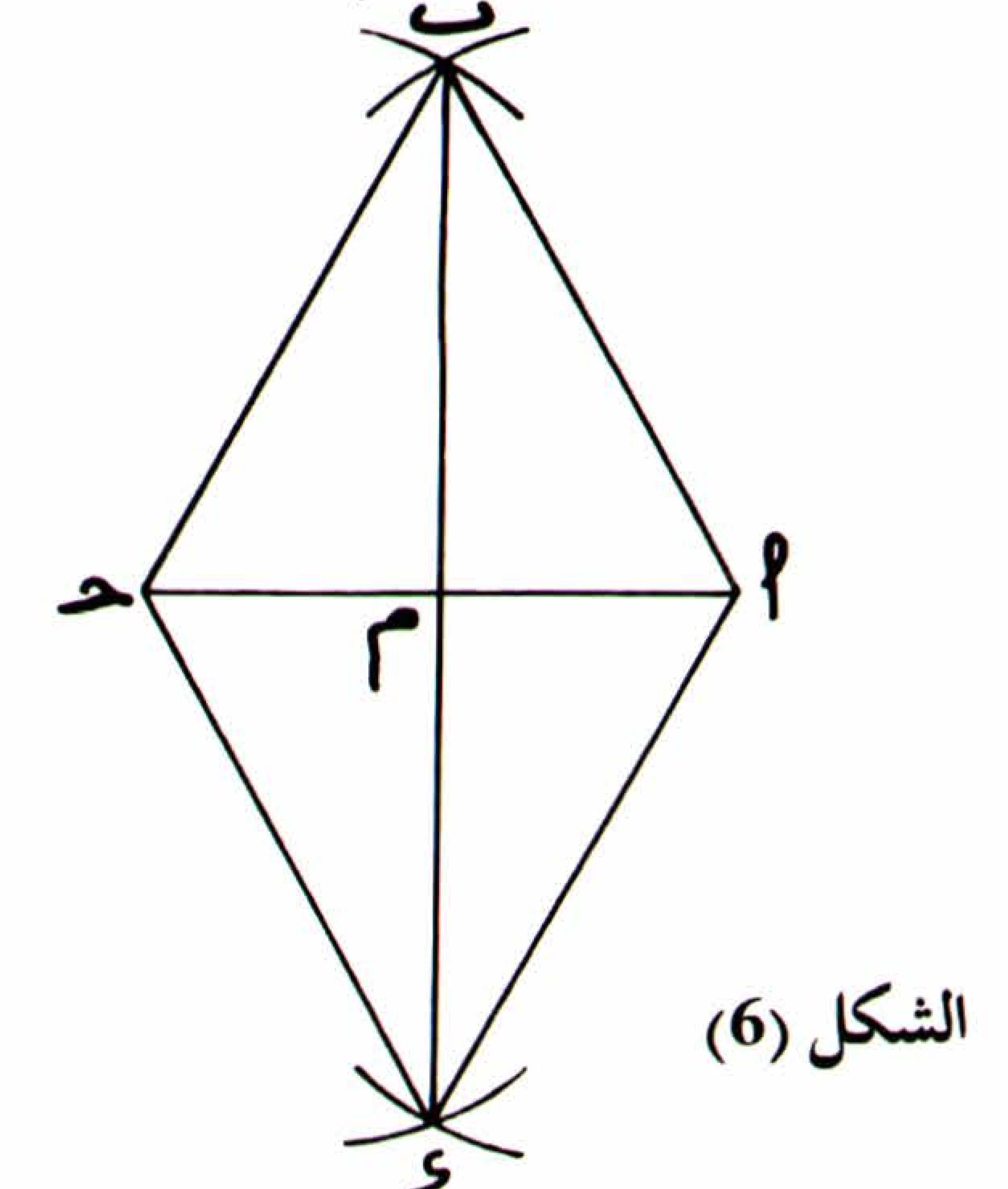
إنشاء معين

نشاط (1) :

– عيّن نقطتين ا ، حـ .

– ارسم دائرتين لهما نفس نصف القطر مركزاهما ا ، حـ على الترتيب .

• نقطتا تقاطع الدائرتين هما الرأسان الآخران للمعين ا ب حـ ء .



الشكل (6)

نشاط (2) :

– تحقق أن كلاً من (ا حـ) ، (ب ء) هو **محور تناظر** للمعين ا ب حـ ء .

– تحقق أن نقطة تقاطع (ا حـ) ، (ب ء) **هي مركز تناظر** للمعين ا ب حـ ء

1) ارسم قطعة [ب د] ، عيّن منتصفها م. ثم ارسم محورها (Δ).
عيّن على (Δ) نقطتين ا ، ح حيث م ح = م ا .

ـ تحقق أن الرباعي ا ب ح د هو معيّن .
(وهذه طريقة أخرى لإنشاء معين) .

2) ا ب ح مثلث متقايس الأضلاع .
ـ عين النقطة د بحيث يكون الرباعي ا ب ح د معينا .
ـ تحقق أن :
$\widehat{ا ب ح} = 120°$ ، $\widehat{د ا ب} = 60°$.

4) خلاصة .

الشكل والتسمية	الخواص			
	الأضلاع	الزوايا	الأقطار	التناظر
متوازي الأضلاع	ا ب = ح د ا د = ب ح	$\widehat{د ا ب} = \widehat{د ح ب}$ $\widehat{ا ب ح} = \widehat{ا د ح}$ $\widehat{د ا ب} + \widehat{ا ب ح} =$ $180°$	م ب = م د م ا = م ح	م مركز تناظر
المعين	الأضلاع الأربعة متقايسة	$\widehat{ا ب ح} = \widehat{ا د ح}$ $\widehat{د ا ب} = \widehat{د ح ب}$ $\widehat{ا ب ح} + \widehat{ب ح د} =$ $180°$	• (ا ح) ⊥ (ب د) • م ا = م ح م د = م ب	• م مركز تناظر • (ا ح) محور تناظر • (ب د) محور تناظر

الشكل وتسميته	خواص			
	الأضلاع	الزوايا	الأقطار	التناظر
المستطيل (أ، ب، ج، د، م)	أب = جد أد = بج [أب] ، [جد] لهما نفس المحور [أد] ، [بج] لهما نفس المحور	$\widehat{\text{دأب}} = 90°$ $\widehat{\text{أبج}} = 90°$ $\widehat{\text{بجد}} = 90°$ $\widehat{\text{أدج}} = 90°$	• أج = بد • مأ = مج مب = مد	• م مركز تناظر • محور كل ضلع هو محور تناظر للمستطيل .
المربع (أ، ب، ج، د، م)	أب = بج بج = جد جد = دأ دأ = أب • [أب] ، [جد] لهما نفس المحور • [أد] ، [بج] لهما نفس المحور	$\widehat{\text{أبج}} = 90°$ $\widehat{\text{بجد}} = 90°$ $\widehat{\text{جدأ}} = 90°$ $\widehat{\text{دأب}} = 90°$	• (أج) ⊥ (بد) • أج = بد • مأ = مج مب = مد	• م مركز تناظر • محور كل ضلع هو محور تناظر للمربع . • حامل كل قطر هو محور تناظر للمربع

3 ـ حساب المساحات :

المضلع	المساحة م	المضلع	المساحة م
المستطيل (ط ، ع)	$م = ط \times ع$	المربع (ص)	$م = ص^2$
متوازي الأضلاع (ق ، ع)	$م = ق \times ع$	المعين ($ق_1$ ، $ق_2$ ، ق ، ع)	$م = \frac{ق_1 \times ق_2}{2}$ أو $م = ق \times ع$
المثلث (ق ، ع)	$م = \frac{ق \times ع}{2}$	شبه المنحرف (ك ، ص ، ع)	$م = \frac{(ك + ص) \times ع}{2}$

<table dir="rtl">
<tr><th colspan="11">تذكر ...</th></tr>
<tr><td colspan="11">الوحدة الأساسية لقياس المساحات هي : المتر المربع . رمزه م^2</td></tr>
<tr><td colspan="6">أجزاء المتر المربع</td><td colspan="2">الوحدة الأساسية</td><td colspan="3">أضعاف المتر المربع</td></tr>
<tr><td colspan="2">مم^2</td><td colspan="2">سم^2</td><td colspan="2">دم^2</td><td colspan="2">م^2</td><td>دام^2</td><td>هم^2</td><td>كم^2</td></tr>
<tr><td colspan="6"></td><td colspan="2">أجزاء الآر</td><td>آ</td><td>أضعاف الآر</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>سآ</td><td></td><td>الوحدة الأساسية الفلاحية</td><td>هآ</td><td></td></tr>
</table>

1) عبر بالامتار المربعة عن كل ممّا يلي :

7,03 هم^2 ، 0,024 دام^2 ؛ 2450 دم^2 ؛ 2,05 آر ؛ 42350 سم^2

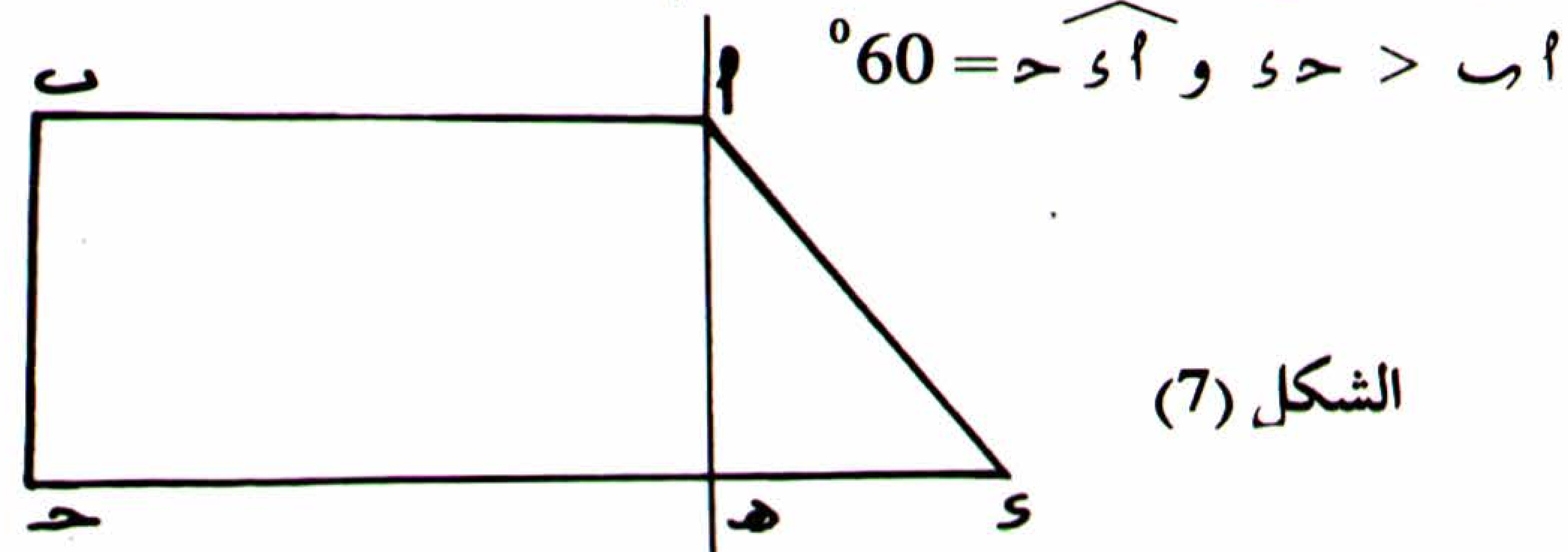
2) رتب القياسات الآتية ترتيبا تصاعدياً (استعمل الرمز <)

15,4 كم^2 ؛ 208750 سآ ؛ 1534 هم^2 ؛ 2304 آ ؛ 2198638 دم^2

التَّمَـــارِيـــنُ

1. ارسم شبه منحرف متقايس الضلعين طول قاعدته الكـ ى 6 سم و ـ ـ اعدته الصغرى 4 سم وارتفاعه 4,5 سم .

2. يمثل الشكل (7) شبه منحرف قائم حيث :
ا ب < حـ ى و $\widehat{ا ى حـ}$ = °60



الشكل (7)

المستقيم الذي يشمل ا ويوازي المستقيم (ب حـ) يقطع المستقيم (حـ ى) في النقطة هـ .

1) ما نوع المثلث ا هـ ى ؟
2) أوجد قيس [ا ى ، ا هـ] .

3. ا ب حـ ى شبه منحرف متقايس الضلعين قاعدتاه [ا ب] و [حـ ى] .
محور تناظر شبه المنحرف هو المستقيم (ك ل) حيث ك منتصف [ا ب] و ل منتصف [حـ ى] .

1) ما هو نظير المستقيم (ا ى) بالنسبة إلى المستقيم (ك ل) ؟
2) نضع (ا ى) ∩ (ك ل) = { هـ } . أوجد [ب حـ] ∩ (ك ل) .
3) ما هو نظير المستقيم (ا حـ) بالنسبة إلى المستقيم (ك ل) ؟

4. ارسم الدائرة د (م ، ر) . عيّن النقط ا ، ب ، حـ ، ى حيث قيس كل من القوسين $\widehat{ا ى}$ ، $\widehat{ب حـ}$ هو °50 ، و (ا حـ) ، (ب ى) مستقيمان متقاطعان .
ـ تحقق أن الرباعي ا ب حـ ى هو شبه منحرف متساوي الساقين .

5. ارسم متوازي الأضلاع ا ب حـ ى حيث :
ا ب = 5 سم ؛ ا ى = 4 سم ؛ وطول قطره ى ب = 5,5 سم

6. أنشيء متوازي أضلاع ا ب حـ ى حيث :
ا ب = 6 سم ؛ $\widehat{ا ب حـ}$ = °65 ؛ ب حـ = 4 سم .

7. ا ب حـ مثلث قائم في ا ومتقايس الضلعين .
- أنشيء النقطة ا' نظيرة ا بالنسبة إلى المستقيم (ب حـ) .
- تحقق أن الرباعي ا ب ا' حـ مربع .

8. ا ب حـ مثلث قائم في ا . (ا م) المتوسط المتعلق بالوتر [ب حـ] .
- أنشيء ا' نظيرة ا بالنسبة إلى النقطة م .
- تحقق أن الرباعي ا ب ا' حـ مستطيل .

9. [△ ، △'] شريط ، (ق) ، (ق') مستقيمان حيث :
(ق) ⊥ (△) و (ق') // (ق)
- استعمل المدور لمعرفة نوع الرباعي الناتج .

10. ا ب حـ ء متوازي أضلاع .
هـ منتصف [ا ب] ، و منتصف [ب حـ] ، ء منتصف [حـ ء] ، ل منتصف [ا ء] .
- تحقق أن الرباعي هـ و ء ل متوازي أضلاع .

11. أكمل الجدول التالي :

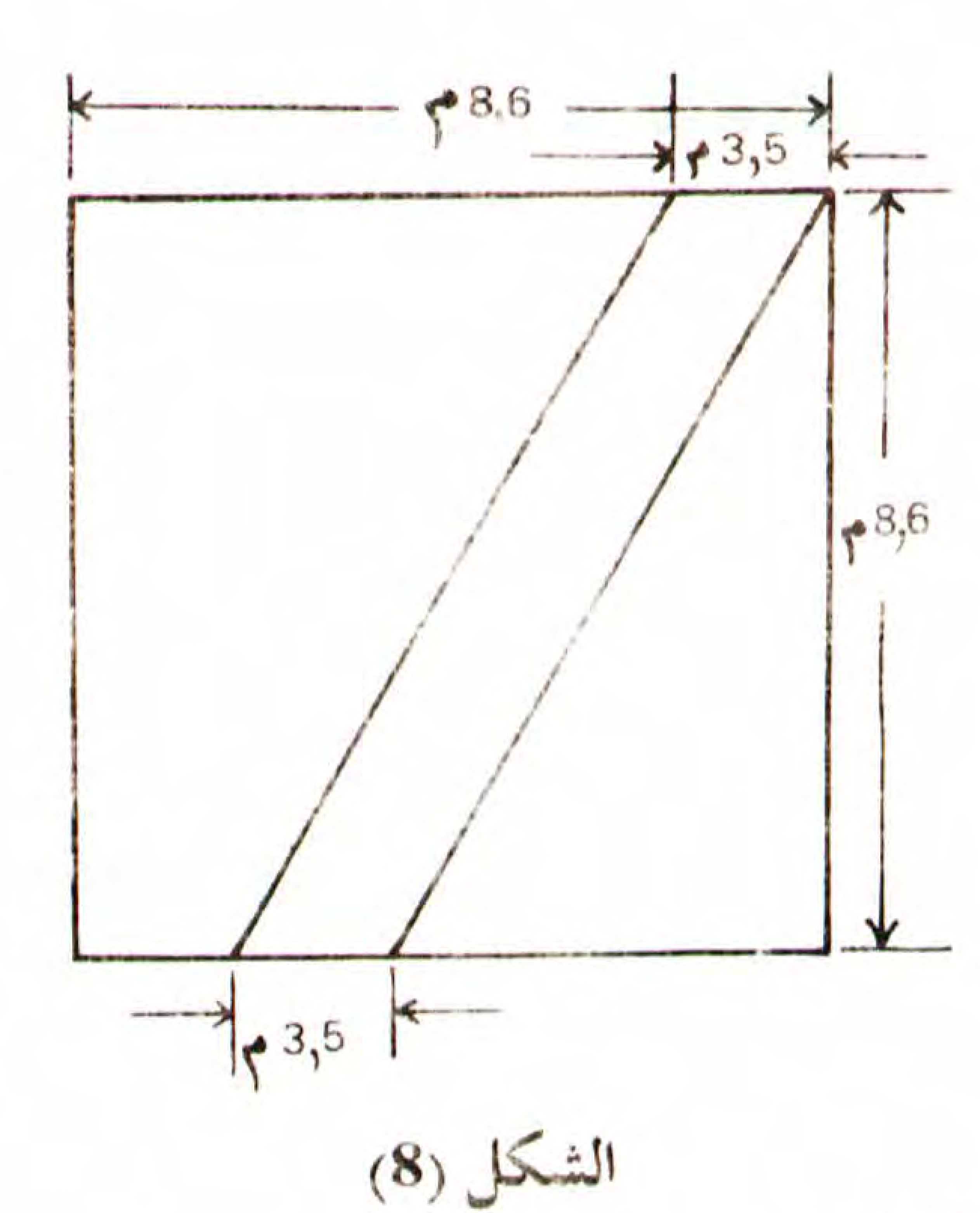
طول مستطيل	29 م	45 سم	... م	0.07 م
عرضه	17 م	... دم	1370 دم	0.45 دم
مساحته	... م²	10.35 دم²	267.15 آ	... سم²

12. في الجدول الآتي
س هي مساحة مثلث . ع ارتفاعه . ق قاعدته .
أكمل هذا الجدول

[illegible]	360	40		3 م	[illegible]		

13. تخترق طريق حقلا مربع الشكل كما هو مبين في الشكل (8)

بالاستعانة إلى الأطوال المبينة على الشكل احسب مساحة الطريق ومساحة السطح الباقي .



الشكل (8)

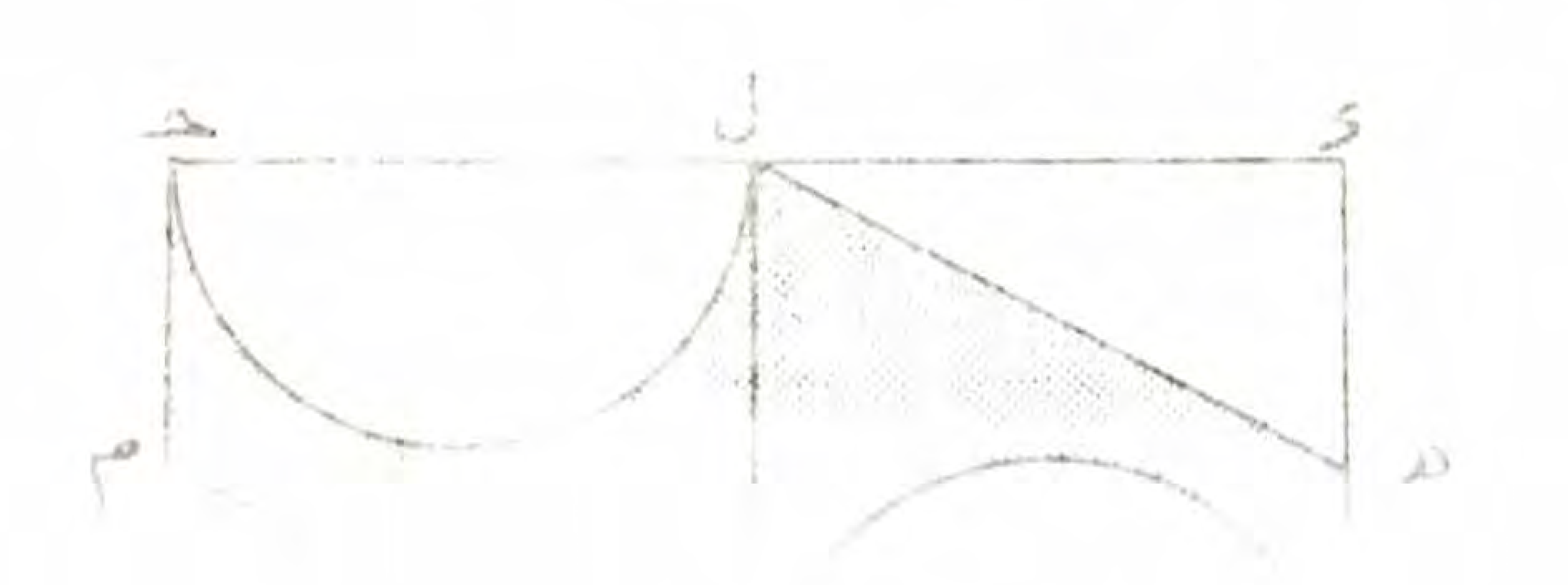
14. أكمل الجدول الآتي (نعتبر $\pi = 3{,}14$) .

نصف قطر القرص	12 سم			
قطره		9 سم		
مربع نصف القطر			121 سم^2	
مساحة القرص				113.04 سم^2

15. يمثّل الشكل الآتي مربعين طول ضلع كل منهما 1.6 سم

م ، هـ منتصفا الضلعين [ب حـ] ، [أ د] على الترتيب .

[illegible]

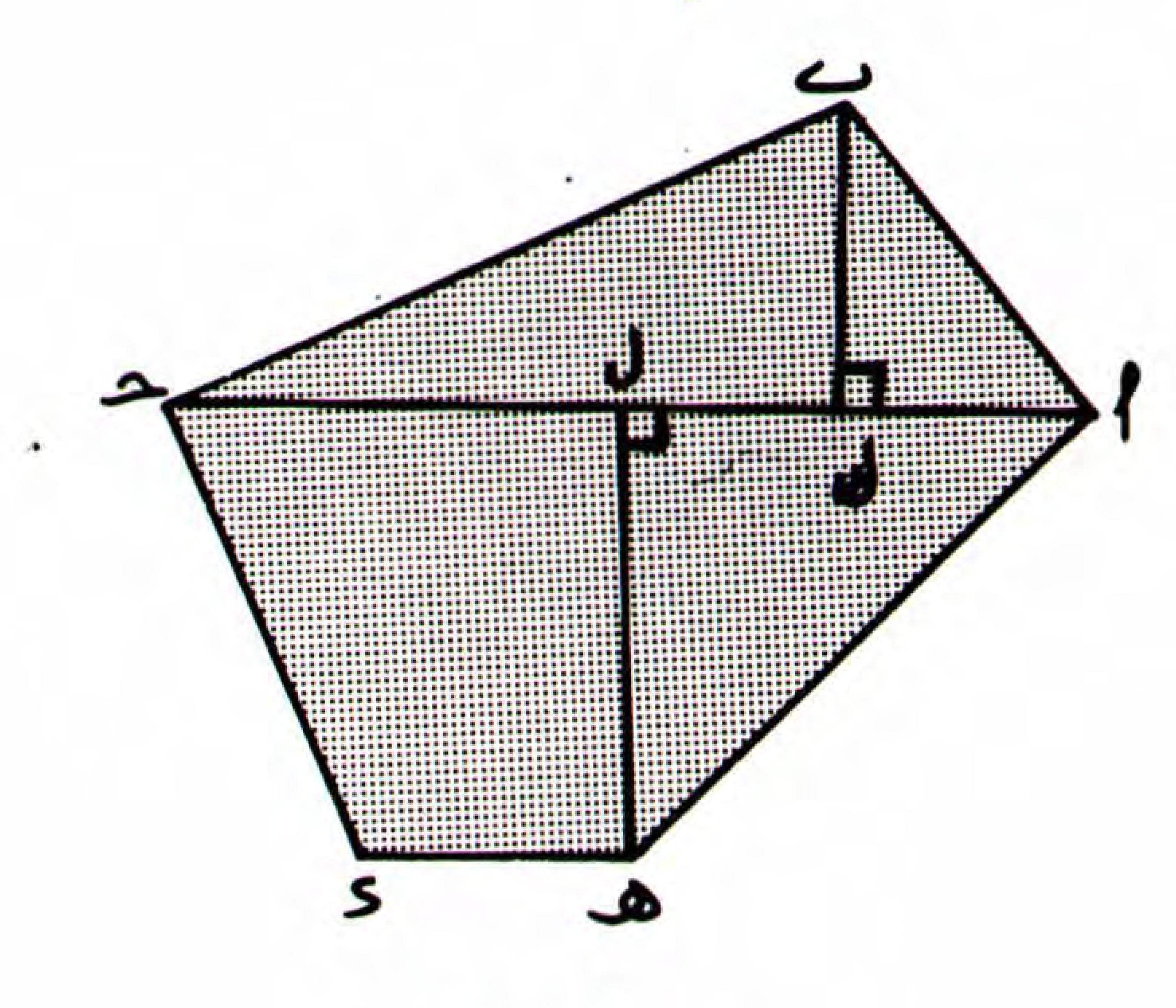


16. الشكل (10) يمثّل صفيحة معدنية قياساتها هي :

ا ك = 11 م ؛ ب ك = 13 م ؛ ل حـ = 14 م ، ك ل = 8 م

هـ ل = 17 م ، هـ د = 6 م .

ـ احسب مساحة هذه الصفيحة .



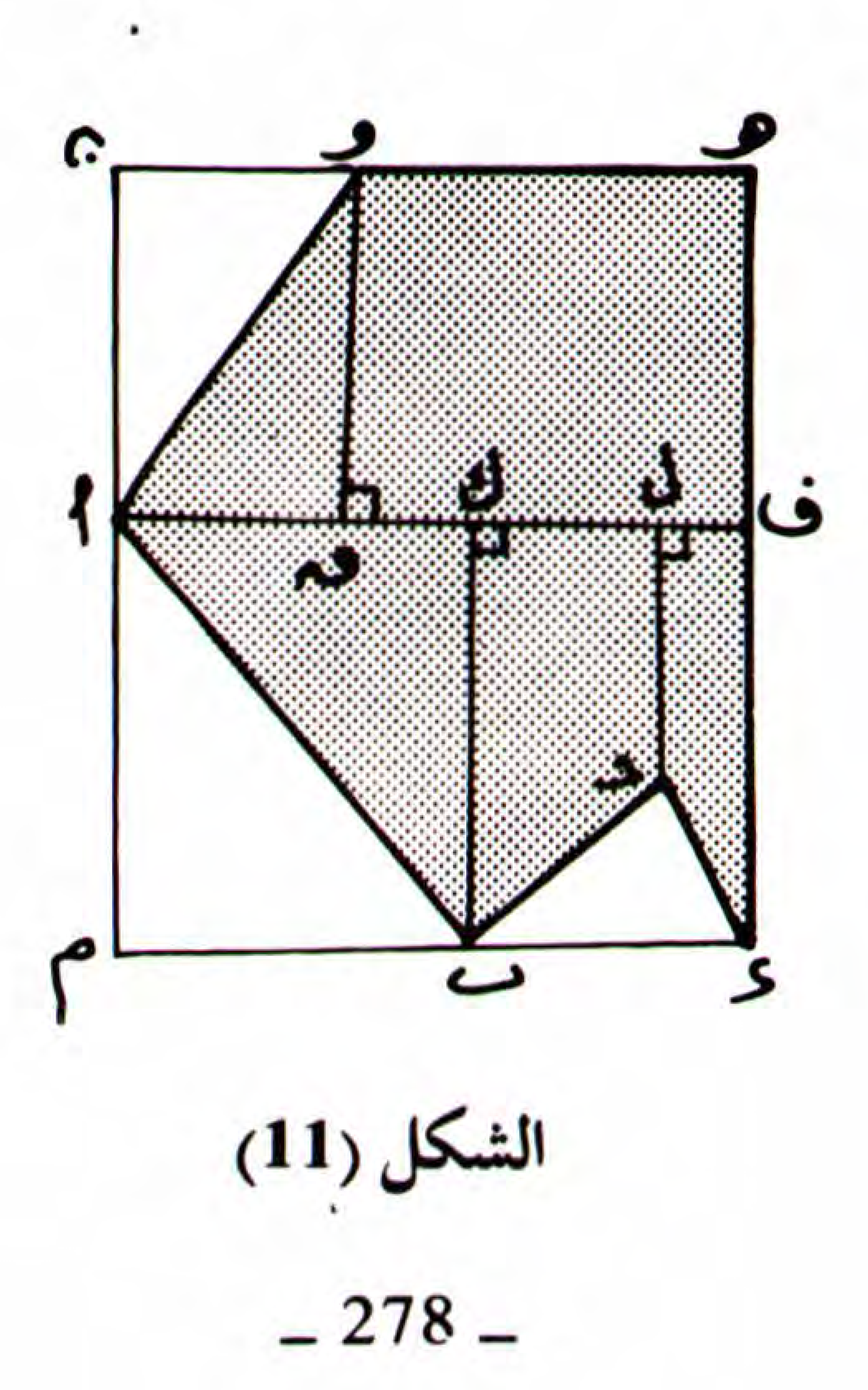
الشكل (10)

17. احسب مساحة المضلع الممثّل في الشكل (11) بطريقتين .

الأطوال بالمليمتر هي :

ا ف = 49 ؛ ا ن = 18 ؛ ن ك = 10,2 ؛ ك ل = 13,4

ن و = 25,6 ؛ حـ ل = 17,8 ؛ ب ك = 33,4



الشكل (11)

18. إليك الشكل (12)

أ ب حـ د متوازي أضلاع ارتفاعه

هـ ك = 6,45 سم ؛

أ ب = 9,81 سم ؛

أ هـ = $\frac{1}{2}$ هـ ب .

الشكل (12)

1) احسب مساحة كل من المثلثات هـ د حـ ، أ د هـ ، هـ ب حـ .

2) استنتج مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ د .

3) احسب مساحة أ ب حـ د بطريقة أخرى .

4) احسب مساحة كل من شبهي المنحرفين أ ي ل د ، ي ب حـ ل .
إذا علمت أن د ل = ب ي .

19. محيط كل من مستطيلين هو 144 م .

طول المستطيل الأول ثلاثة أمثال عرضه . أحسب مساحته .

- ينقص عرض المستطيل الثاني بـ 8 أمتار عن طوله .

احسب مساحته .

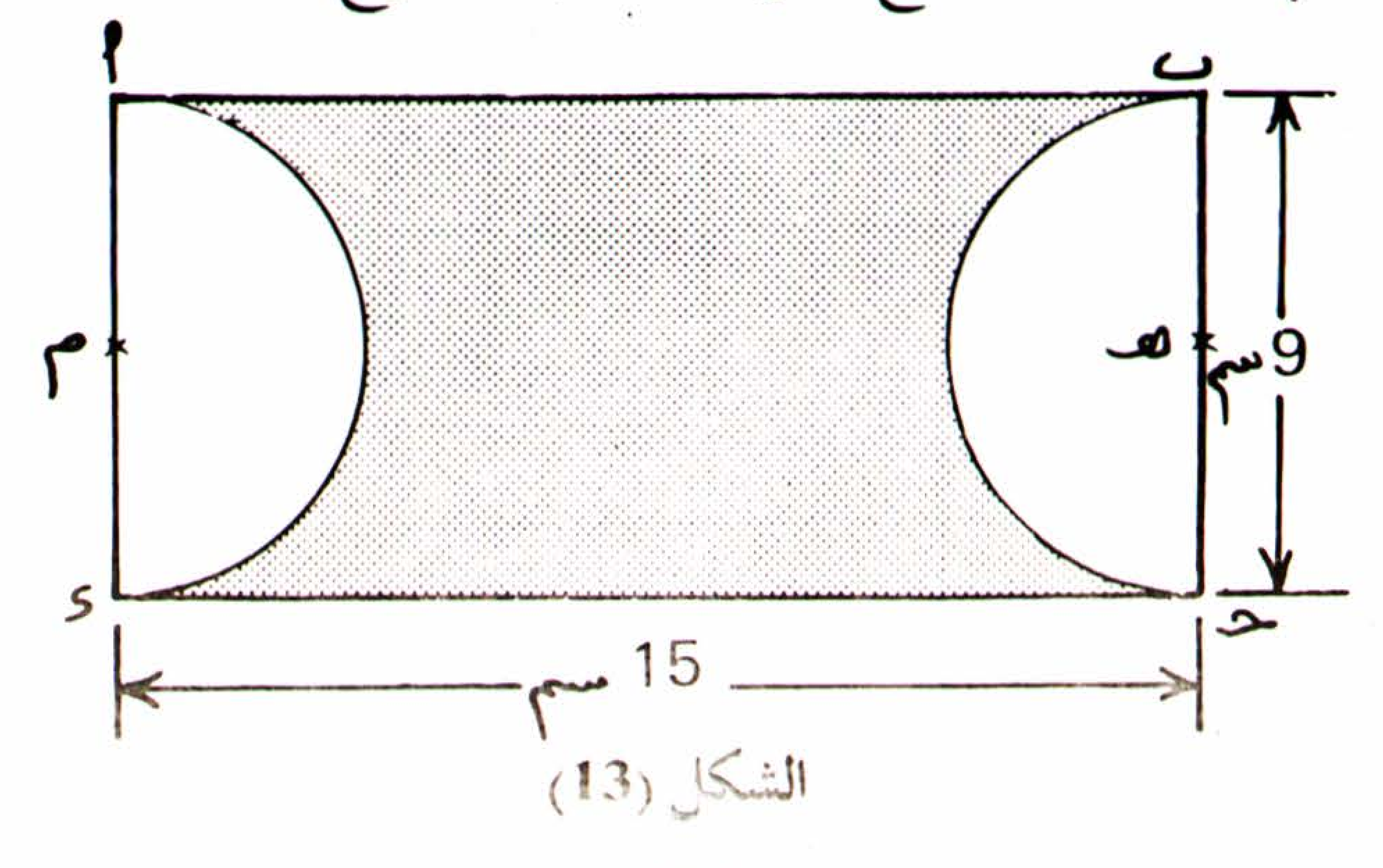
20. يراد شراء بساط لغرفة مستطيلة الشكل طولها 6,70 م وعرضها 4,50 م .

يجب أن يبعد البساط عن الجدران مسافة 60 سم .

- احسب بالمتر المربع مساحة هذا البساط .

21. أ ب حـ د مستطيل م ، هـ مركزا دائرتين . (أنظر الشكل (13))

- احسب مساحة السطح الملوّن بالسنتيمتر المربع .



الشكل (13)

21 الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الكسرية

الجمع في ك

١ ـ مجموع عددين كسريين :

• تعلم أن : $\frac{18}{7} + \frac{13}{7} = \frac{31}{7}$

بصفة عامة :

مجموع العددين الكسريين $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ح}{ب}$ هو العدد الكسري $\frac{أ + ح}{ب}$

نكتب : $\frac{أ}{ب} + \frac{ح}{ب} = \frac{أ + ح}{ب}$

• لحساب مجموع العددين الكسريين $\frac{3}{8}$ ، $\frac{5}{6}$ نتبع ما يلي :

ـ نوحّد المقامين فنحصل على العددين الكسريين $\frac{6 \times 3}{6 \times 8}$ ، $\frac{8 \times 5}{8 \times 6}$

(لاحظ أن : $\frac{3}{8} = \frac{6 \times 3}{6 \times 8}$ و $\frac{5}{6} = \frac{8 \times 5}{8 \times 6}$)

ـ نحسب مجموعها بالطريقة السابقة فنجد :

$$\frac{6 \times 3}{6 \times 8} + \frac{8 \times 5}{8 \times 6} = \frac{8 \times 5 + 6 \times 3}{6 \times 8}$$

أي : $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{8 \times 5 + 6 \times 3}{6 \times 8}$ نجد $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{58}{48} = \frac{29}{24}$

بصفة عامة :

مجموع العددين الكسريين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ هو العدد الكسري $\frac{\text{أ د} + \text{ب ج}}{\text{ب د}}$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{أ د} + \text{ب ج}}{\text{ب د}}$$

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ هما **حدّا المجموع** $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{ج}}{\text{د}}$.

• لاحظ في المثال السابق أن م م أ (8 ، 6) = 24 .

فيستحسن أخذ العدد 24 كمقام مشترك للكسرين $\frac{3}{8}$ ، $\frac{5}{6}$

ويكون $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{3 \times 3}{3 \times 8} + \frac{4 \times 5}{4 \times 6} = \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{29}{24}$

2 ـ الجمع في ك :

نشاط : أكمل الجدول التالي :

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{25}{35}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{101}{3}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{\text{ج}}{\text{د}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{ج}}{\text{د}}$						

لاحظ أننا أرفقنا بكل عددين كسريين $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{د}$ مجموعهما .

الجمع في ك هو العملية التي ترفق بكل عددين كسريين $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{د}$ مجموعهما $\frac{أ د + ب حـ}{ب د}$.

ـ احسب المجموع في كل مما يأتي ثم اختزل إذا أمكن :

$\frac{5}{9}+\frac{11}{4}$ ؛ $\frac{17}{24}+\frac{5}{12}$ ؛ $18+\frac{9}{20}$ ؛ $\frac{3}{10}+7$ ؛

$\frac{8}{15}+12$ ؛ $34+\frac{1}{2}$.

3 ـ خواص الجمع في ك

• التبديل

أكمل الجدول الآتي :

$\frac{أ}{ب}$	$\frac{حـ}{د}$	$\frac{أ}{ب}+\frac{حـ}{د}$	$\frac{حـ}{د}+\frac{أ}{ب}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{7}$		
$\frac{7}{15}$	8		

تجد في كل حالة أن :

$$\frac{أ}{ب}+\frac{حـ}{د}=\frac{حـ}{د}+\frac{أ}{ب}$$

بصفة عامة .

مهما يكن العددان الكسريان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ فإن $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} = \frac{حـ}{ء} + \frac{أ}{ب}$

• التجميع

ـ أكمل الجدول الآتي :

$\frac{أ}{ب}$	$\frac{حـ}{ء}$	$\frac{هـ}{و}$	$\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء}$	$\left(\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء}\right) + \frac{هـ}{و}$	$\frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و}$	$\frac{أ}{ب} + \left(\frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و}\right)$
$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{6}$				
$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{10}{12}$				
2	$\frac{7}{15}$	$\frac{3}{30}$				

تجد في كل حالة أن :

$$\left(\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء}\right) + \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} + \left(\frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و}\right)$$

بصفة عامة :

مهما تكن الأعداد الكسرية $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ ، $\frac{هـ}{و}$ فإن

$$\left(\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء}\right) + \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} + \left(\frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و}\right)$$

ـ احسب بطريقتين كلا ممّا يلي :

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \text{ ؛ } \frac{6}{9} + 12 + \frac{1}{5} \text{ ؛ } \frac{4}{14} + \frac{1}{3} + 8$$

• العنصر الحيادي

تذكر أن $\frac{0}{أ} = 0$ مهما يكن أ ∋ ط*

ـ احسب ما يلي :

$$\frac{1}{3} + \frac{0}{5} \text{ ؛ } \frac{0}{12} + \frac{9}{5} \text{ ؛ } \frac{1}{2} + 0 \text{ ؛ } 0 + \frac{1}{3} .$$

مهما يكن العدد الكسري $\frac{أ}{ب}$ فإن

$$0 + \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب} + 0 = \frac{أ}{ب}$$

نقول إن **0** هو **عنصر حيادي** بالنسبة إلى **الجمع في ك.**

• توزيع الضرب على الجمع .

ـ أكمل الجدول ثم قارن نتيجتي العمودين الخامس والثامن .

$\frac{أ}{ب}$	$\frac{جـ}{د}$	$\frac{هـ}{و}$	$\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د}$	$(\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د}) \times \frac{هـ}{و}$	$\frac{أ}{ب} \times \frac{هـ}{و}$	$\frac{جـ}{د} \times \frac{هـ}{و}$	$\frac{أ}{ب} \times \frac{هـ}{و} + \frac{جـ}{د} \times \frac{هـ}{و}$
$\frac{13}{4}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{1}{3}$					
[illegible]	[illegible]	[illegible]					

تجد في كل حالة أن :

$$\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}+\frac{\text{حـ}}{\text{ء}}\right)\times\frac{\text{هـ}}{\text{و}}=\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\times\frac{\text{هـ}}{\text{و}}\right)+\left(\frac{\text{حـ}}{\text{ء}}\times\frac{\text{هـ}}{\text{و}}\right).$$

مهما تكن الأعداد الكسرية $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{حـ}}{\text{ء}}$ ، $\frac{\text{هـ}}{\text{و}}$ فإن

$$\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}+\frac{\text{حـ}}{\text{ء}}\right)\times\frac{\text{هـ}}{\text{و}}=\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\times\frac{\text{هـ}}{\text{و}}+\frac{\text{حـ}}{\text{ء}}\times\frac{\text{هـ}}{\text{و}}.$$

نقول إن **الضرب في ك توزيعي بالنسبة إلى الجمع في ك** .

الطرح في ك

1 ـ فرق عددين كسريين .

• تعلم أن : $\frac{7}{4}-\frac{5}{4}=\frac{7-5}{4}$

بصفة عامة :

فرق العددين الكسريين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ و $\frac{\text{حـ}}{\text{ب}}$ حيث $\text{أ} \geqslant \text{حـ}$ ،

هو العدد الكسري $\frac{\text{أ}-\text{حـ}}{\text{ب}}$.

نكتب :

نتبع ما يلي :

ـ نوحّد المقامين فنحصل على العددين الكسريين $\frac{30 \times 5}{30 \times 12}$ و $\frac{12 \times 7}{12 \times 30}$

-لاحظ أن : $\frac{5}{12} = \frac{30 \times 5}{30 \times 12}$ وأن : $\frac{7}{30} = \frac{12 \times 7}{12 \times 30}$

نحسب فرقهما بالطريقة السابقة فنجد :

$$\frac{30 \times 5}{30 \times 12} - \frac{12 \times 7}{12 \times 30} = \frac{12 \times 7 - 30 \times 5}{30 \times 12}$$

أي : $\frac{5}{12} - \frac{7}{30} = \frac{12 \times 7 - 30 \times 5}{30 \times 12}$ نجد $\frac{5}{12} - \frac{7}{30} = \frac{66}{360}$

إن العدد 60 هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12 و 30 ،

فيستحسن أخذه كمقام مشترك للكسرين $\frac{5}{12}$ ، $\frac{7}{30}$.

بصفة عامة :

فرق العددين الكسريين $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ حيث $ب \neq ء$ و $\frac{أ}{ب} \geqslant \frac{حـ}{ء}$ هو العدد الكسري $\frac{أ ء - ب حـ}{ب ء}$

نكتب : $\frac{أ}{ب} - \frac{حـ}{ء} = \frac{أ ء - ب حـ}{ب ء}$

$\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ هما حدّا الفرق $\frac{أ}{ب} - \frac{حـ}{ء}$

ملاحظة :

في المثال السابق لدينا : $\frac{66}{360} = \frac{11}{60}$

2 ـ الطرح في ك

نشاط : أكمل الجدول التالي :

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{101}{3}$	$\frac{17}{7}$	$\frac{3}{24}$
$\frac{\text{جـ}}{\text{د}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{35}{5}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} - \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$					

لاحظ أننا أرفقنا بكل عددين كسريين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ حيث $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \geqslant \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ فرقهما $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} - \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$.

الطرح في ك هو العملية التي ترفق بكل عددين كسريين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ حيث $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \geqslant \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ فرقهما $\frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\text{ب د}}$

ـ احسب الفرق في كل ممّا يأتي ثم اختزل إذا أمكن :

$\frac{15}{27} - \frac{3}{30}$ ؛ $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$ ؛ $18 - \frac{3}{7}$ ؛ $\frac{15}{7} - 2$ ؛ $\frac{13}{28} - \frac{5}{14}$

3 ـ توزيع الضرب على الطرح في ك .

ـ أكمل الجدول ثم قارن نتيجتي العمودين الخامس والثامن .

$\frac{أ}{ب}$	$\frac{ج}{د}$	$\frac{هـ}{و}$	$\frac{أ}{ب}-\frac{ج}{د}$	$\left(\frac{أ}{ب}-\frac{ج}{د}\right)\times\frac{هـ}{و}$	$\frac{أ}{ب}\times\frac{هـ}{و}$	$\frac{ج}{د}\times\frac{هـ}{و}$	$\left(\frac{أ}{ب}\times\frac{هـ}{و}\right)-\left(\frac{ج}{د}\times\frac{هـ}{و}\right)$
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{7}$					
$\frac{5}{9}$	$\frac{7}{15}$	5					

تجد في كل حالة أن :

$$\left(\frac{أ}{ب}-\frac{ج}{د}\right)\times\frac{هـ}{و}=\left(\frac{أ}{ب}\times\frac{هـ}{و}\right)-\left(\frac{ج}{د}\times\frac{هـ}{و}\right).$$

نقول إن الضرب في ك توزيعي على الطرح في ك .

التمارين

1. احسب كلاًّ من المجاميع الآتية ثم اختزل الناتج إذا أمكن .

1) $\frac{7}{11}+\frac{3}{11}$ ، $\frac{2}{5}+\frac{3}{1}$ ، $\frac{7}{5}+\frac{2}{3}$ ، $\frac{9}{4}+\frac{2}{5}$.

2) $\frac{8}{15}+\frac{12}{25}$ ، $\frac{14}{20}+\frac{24}{500}$ ، $\frac{185}{320}+\frac{14}{20}$

3) $\frac{1}{4}+4$ ؛ $2+\frac{15}{3}$ ؛ $\frac{9}{27}+3$ ؛ $\frac{2}{10}+30$.

2. احسب بطريقتين كلاً من الأعداد الكسرية الآتية :

1) $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$ ؛ $\frac{3}{15}+\frac{5}{3}+\frac{4}{5}$ ؛ $\frac{4}{9}+7+\frac{1}{2}$.

2) $\frac{48}{16}+\frac{3}{60}+\frac{7}{42}$ ؛ $\frac{3}{2}+\frac{22}{7}+\frac{14}{7}$ ؛ $\frac{35}{25}+\frac{18}{20}+\frac{14}{4}$

3. عيّن المساويات الصحيحة ممّا يلي :

1) $\frac{1}{56}+\frac{1}{24}=\frac{1}{105}+\frac{1}{20}$

2) $\frac{1}{56}+\frac{5}{24}=\frac{8}{105}+\frac{3}{20}$

3) $\frac{1}{528}+\frac{1}{16}=\frac{1}{60}+\frac{1}{48}$

4) $\frac{1}{300}+\frac{1}{75}=\frac{1}{15}+\frac{1}{12}$

4. احسب كلاً من الأعداد الكسرية الآتية :

1) $\frac{2}{3}-\frac{7}{5}$ ؛ $\frac{2}{5}-\frac{9}{4}$ ؛ $\frac{7}{10}-\frac{3}{2}$ ؛ $\frac{18}{16}-\frac{11}{6}$

2) $\frac{3}{5}-2$ ؛ $\frac{16}{15}-5$ ؛ $\frac{4}{1}-\frac{37}{7}$ ؛ $3-\frac{22}{7}$.

3) $\frac{15}{10}-\frac{18}{12}$ ؛ $\frac{11}{100}-\frac{4}{25}$ ؛ $\frac{3}{12}-\frac{15}{30}$.

5. احسب ما يلي :

1) $5\times(\frac{3}{5}+\frac{1}{4}+\frac{2}{3})$ ؛ $3\times(\frac{2}{7}+\frac{1}{5}+\frac{6}{9})$

$\frac{5}{2} \cdot (5 \cdot \frac{3}{4})$ ؛ $\frac{2}{3} \times (\frac{21}{7} + 13)$.

$(5 \cdot (\frac{7}{15} - \frac{5}{9})$ ؛ $3 \times (\frac{2}{3} - \frac{3}{4})$ ؛ $\frac{3}{7} \cdot (3 - \frac{15}{4})$ ؛ $\frac{4}{11} \cdot (\frac{2}{5} - 12)$

3) $\frac{1}{2} - 7 + \frac{3}{2} + \frac{3}{5} - 1 + \frac{5}{3} + 15$.

4) $\frac{5}{4} \times (\frac{3}{5} + \frac{4}{3}) + 3 \times (\frac{4}{3} - 5)$.

6. احسب بطريقتين كلاً من الأعداد الكسرية الآتية :

1) $\frac{5}{7} \times (\frac{1}{5} + \frac{2}{3})$ ؛ $\frac{10}{3} \times (\frac{9}{4} + \frac{2}{5})$ ؛ $(\frac{7}{4} + \frac{3}{2}) \times \frac{4}{6}$

$\frac{7}{4} \times (\frac{2}{3} + 5)$.

2) $\frac{6}{13} \cdot (\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2})$ ؛ $(2 + \frac{4}{3} + \frac{3}{4}) \times \frac{1}{11}$.

3) $\frac{5}{7} \cdot (\frac{2}{3} - \frac{7}{5})$ ؛ $\frac{4}{6} \times (\frac{3}{5} - 2)$ ؛ $\frac{2}{5} \times (3 - \frac{13}{4})$.

7. يدفع تاجر مبلغ 12930 دج إلى مصلحة الضرائب .

دفع في المرّة الأولى $\frac{2}{3}$ من المبلغ ، ودفع في المرّة الثانية $\frac{1}{5}$ من المبلغ المتبقي .

ما هو المبلغ الباقي الواجب دفعه ؟

8. خزان محطة بنزين سعته 3456 لتراً . بيع في الأسبوع الأول $\frac{3}{8}$ ممّا في الخزان .

ثم بيع في الأسبوع الثاني $\frac{2}{5}$ من البنزين المتبقي.

ـ ما سعة البنزين المتبقي في الخزان ؟

9. دفع شخص خلال شهر $\frac{2}{25}$ من دخله مصاريف السكن و $\frac{4}{5}$ من دخله مصاريف الأكل . إذا كان دخله الشهري 2885 دج .

ـ ما هو المبلغ الذي وفره خلال هذا الشهر ؟

10. حقل مساحته 5184 هـ: زرع $\frac{1}{4}$ الحقل قمحاً و $\frac{3}{8}$ بطاطا وغرست $\frac{4}{5}$ اشجار مثمرة .

ـ ما هي المساحة المتبقية بدون زرع ؟

11. احسب كلاً من الأعداد الكسرية الآتية ثم أوجد الكسر غير القابل للاختزال المثل لكل منها :

$$\frac{\frac{3}{5}-2}{\frac{7}{5}} \text{ ؛ } \frac{\frac{3}{2}+\frac{7}{10}}{\frac{4}{5}} \text{ ؛ } \frac{\frac{2}{5}-3}{1-\frac{18}{10}} \text{ ؛ } \frac{\frac{7}{10}}{\frac{2}{5}+1}$$

12. 1) اكتب على الشكل الكسري كلاً من الأعداد العشرية التالية :

12.8407 ؛ 29.36 ؛ 0.0219 ؛ 3.605 ؛ 156.314 ؛

27.708 ؛ 8.402 ؛ 2.36 ؛ 12.407 ؛ 3.605 ؛ 83.104 .

2) احسب بطريقتين الفروق والمجاميع التالية :

$8.402 - 2.36$ ؛ $12.407 \quad 3.605$ ؛ $83.104 \quad 32.005$

$12.8407 + 29.36$ ؛ $0.0219 \quad 3.605$ ؛ $83.104 \quad 32.005$

13. احسب بطريقتين كلاً من الأعداد العشرية التالية

$(0.2 \quad 2.7)$ ؛ $(1.2 \quad 4.5)$ ؛ $(1.3 \quad 3.2)$ ؛ $(1.1 \quad 0.5)$.

14. احسب ما يلي :

$7 : (\frac{1}{4} \quad 5)$ ؛ $\frac{1}{6} : (3 \quad \frac{4}{9})$ ؛ $\frac{5}{7} : (1 \quad \frac{12}{5})$.

$12 : (\frac{2}{3} \quad \frac{21}{1})$.

مثلث ليبنتز

إليك بداية ما يسمى بمثلث ليبنتز

$$\frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{\text{أ}} \quad \frac{}{} \quad \frac{}{}$$

$$\frac{}{} \quad \frac{}{} \quad \frac{}{} \quad \frac{}{} \quad \frac{}{}$$

أنشيء هذا المثلث وفق القواعد التالية :

1) على الضلعين الجانبيين لهذا المثلث نضع مقلوبات الأعداد الطبيعية المتتالية

2) كل عدد كسري يمثّل بكسر غير قابل للاختزال وهو مجموع العددين الكسريين الموجودين أسفله مباشرة

مثلا : $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

إليك مثالاً يعينك لإتمام هذا المثلث .

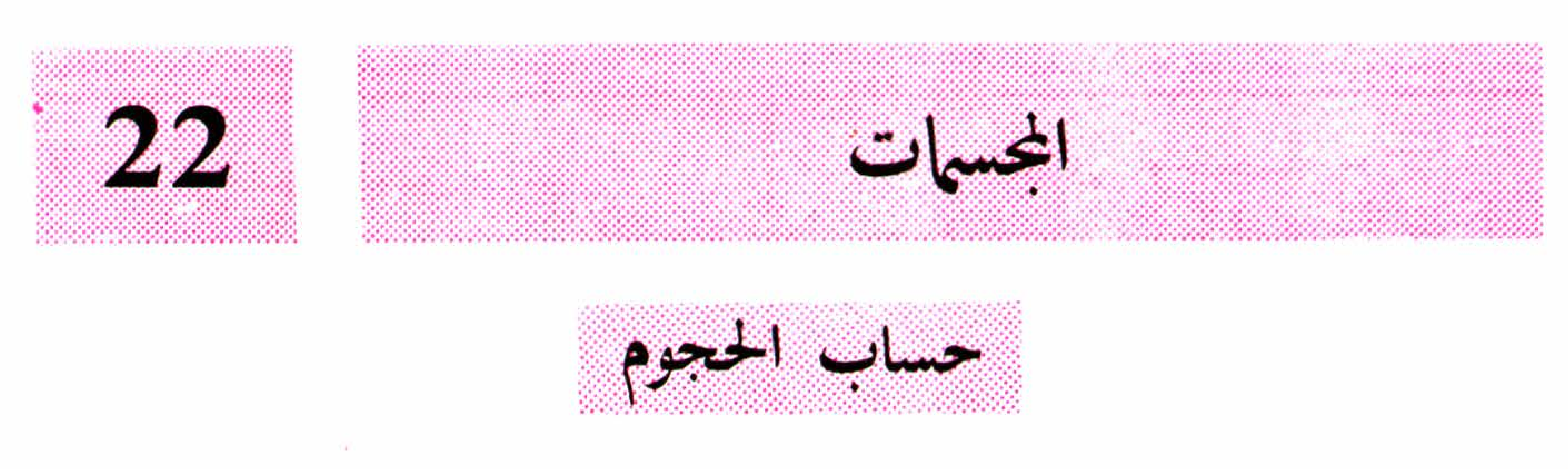
لنبحث عن $\frac{1}{\text{أ}}$.

لدينا : $\frac{1}{3} = \frac{1}{\text{أ}} + \frac{1}{4}$ أي $\frac{1}{\text{أ}} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{\text{أ}} = \frac{4-3}{12}$ ومنه $\frac{1}{\text{أ}} = \frac{1}{12}$

1) أكمل المثلث حتي تصل إلى السطر السادس .

2) لاحظ أن هذا المثلث محور تناظر .

3) بيّن كيف يمكن كتابة العدد 1 على شكل مجموع عددين كسريين ثم على شكل ستة أعداد كسرية .



الجسم وحجمه ح	الجسم وحجمه ح
ح = ص × ص × ص ح = ص³ **مكعب**	ح = ط × ض × ع **متوازي مستطيلات**
ح = م × ع . م هي مساحة القاعدة **موشور قائم**	ح = π نق² × ع **أسطوانة دورانية**

المجسم وحجمه ح	المجسم وحجمه ح
$ح = \frac{م \times ع}{3}$ م مساحة القاعدة هرم قاعدته مثلث	$ح = \frac{م \times ع}{3}$ م هي مساحة القاعدة هرم قاعدته رباعي
$ح = \frac{\pi \, نق^2 \times ع}{3}$ مخروط دوراني	$ح = \frac{4}{3} \pi \, نق^3$ كرة

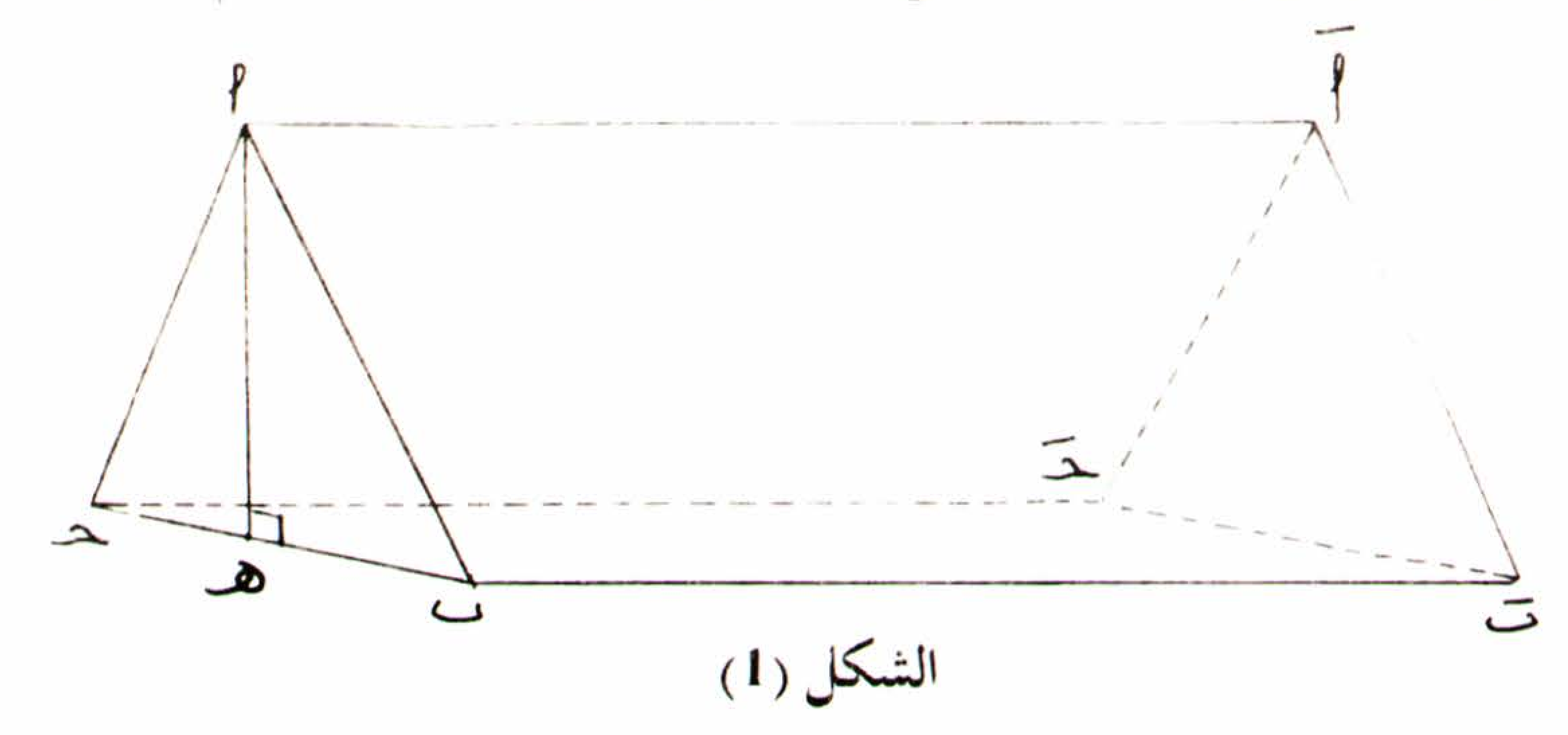
التمارين

1. خزّان سيارة شكله متوازي مستطيلات طوله 50 سم ، وعرضه 35 سم ، وارتفاعه 21 سم .
عيّن حجمه . ما هي باللترات سعة هذا الخزّان ؟

2. حديقة مستطيلة الشكل بعداها بالمتر هما 42.5 ، 25.70 . كمية الأمطار المتساقطة على هذه الحديقة تقدر بـ 5 مم .
- ما هو حجم الماء المتساقط على هذه الحديقة ؟
- أراد الجنّان أن يسقيها بمرش سعته 12 ل ، ما هو عدد المرشات اللازمة لسقي هذه الحديقة ؟

3. احسب ارتفاع قاعة مستطيلة الشكل طولها 21 م ، وعرضها 11 م ، تحتوي على 99 شخصاً يحتاج كلٌّ منهم 7 $م^3$ من الهواء .

4. خيمة موشورية أنظر الشكل 1 . ارتفاعها أ هـ = 2.50 م

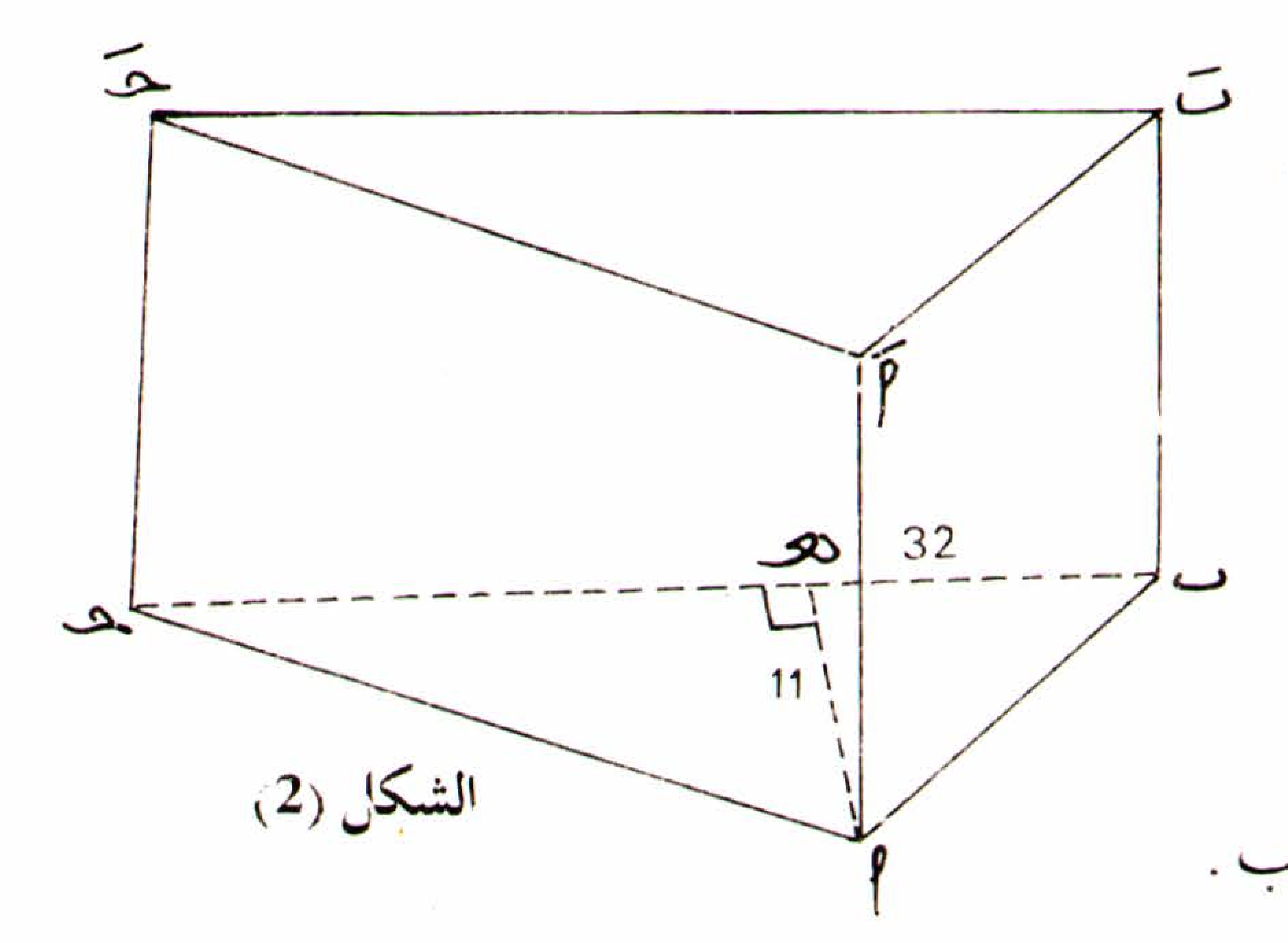


الشكل (1)

طول الحرف [ب حـ] هو 3.50 م
طول كل من الأحرف [أ أ'] ، [ب ب'] ، [حـ حـ'] هو 4.60 م
- احسب حجم هذه الخيمة .

5. موشور قائم قاعدته على شكل شبه منحرف أ ب حـ د . طولا قاعدتيه هما أ ب = 35 سم ، حـ د = 25 سم ، وارتفاعه حـ هـ = 20 سم .
ارتفاع الموشور هو أ أ' = 1.40 م .
- احسب بالديسمتر المكعب حجم هذا الموشور .

6. الشكل 2 يمثل موشوراً ارتفاعه $أأ' = 32$ سم ، وقاعدته مثلث ارتفاعه المتعلق بالضلع [ب ح] هو أ هـ = 11 سم .



الشكل (2)

ـ احسب ب ح علماً بأن حجم هذا الموشور هو 8,8 $دم^3$.

7. أنبوب أسطواني طوله 2,30 م وقطره 8 سم .
ـ احسب حجم هذا الأنبوب بالسنتمتر المكعب .

8. مخروط دوراني طول نصف قطر قاعدته هو نق = 10 سم وارتفاعه ع = 25 سم .
1) احسب ح حجم هذا المخروط .
2) قارن بين حجم هذا المخروط والحجم ح' لمخروط آخر له نفس الارتفاع و نصف قطر قاعدته نق' يساوي 2 نق (خذ $\pi = 3,14$)

9. طول نصف قطر كرة هو نق = 15 سم . أحسب حجم هذه الكرة

10. مرآب شكله متوازي مستطيلات يعلوه غطاء موشوري .
ـ ما هو الحجم الكلّي لهذا المرآب ؟ انظر الشكل 3 .

3 م
5,5 م
8 م
5 م

الشكل (3)

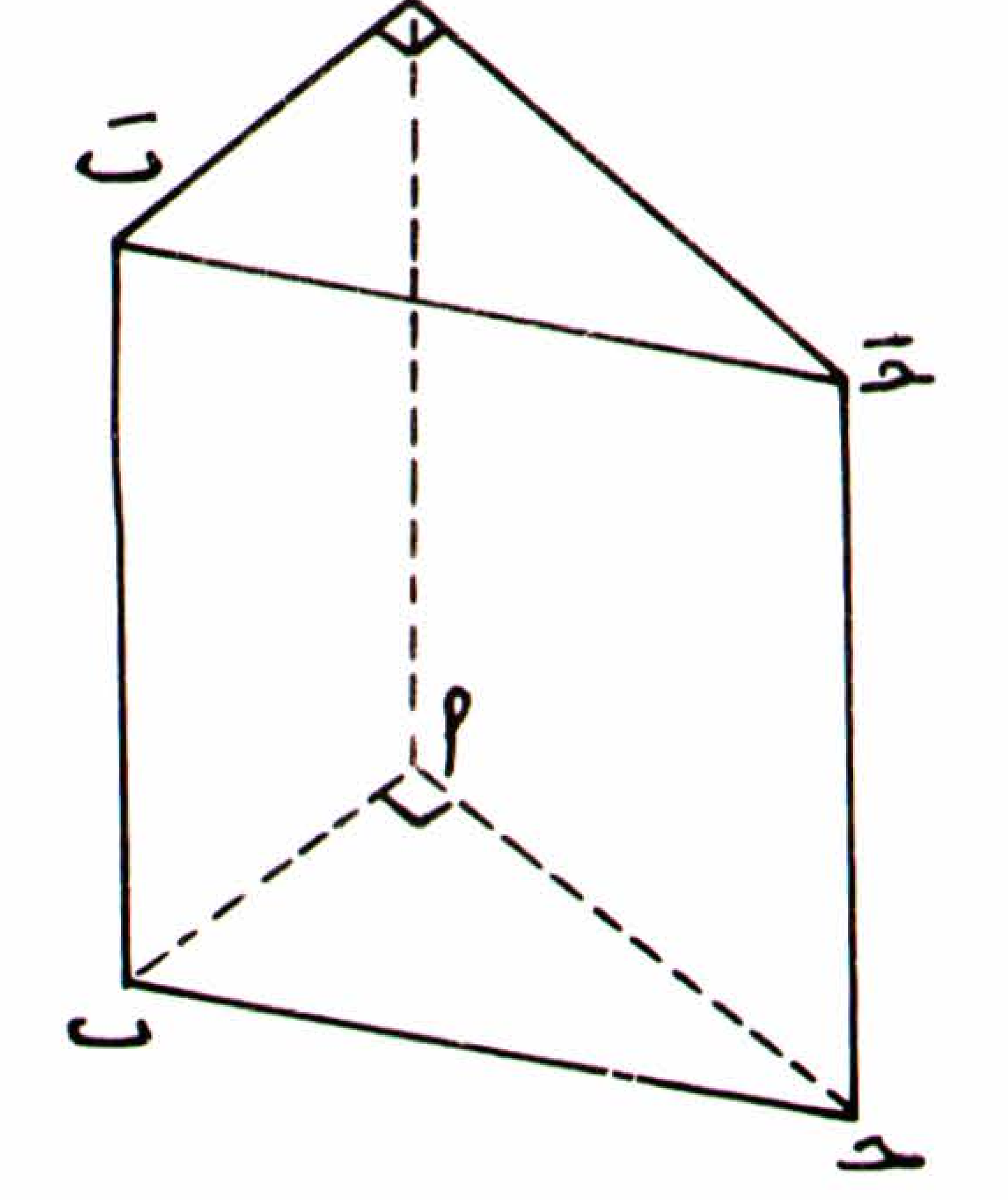
11. موشور قائم قاعدته على شكل مثلث ا ب حـ قائم في ا حيث :

ا ب = 3 سم ، ب حـ = 5 سم ، ا حـ = 4 سم

1) احسب المساحة الكلية لهذا الموشور علماً بأن الطول المشترك للأحرف [ا ا′] ، [ب ب′] ، [حـ حـ′] هو 9 سم .

2) احسب حجم هذا الموشور .

(أنظر الشكل 4)



الشكل (4)

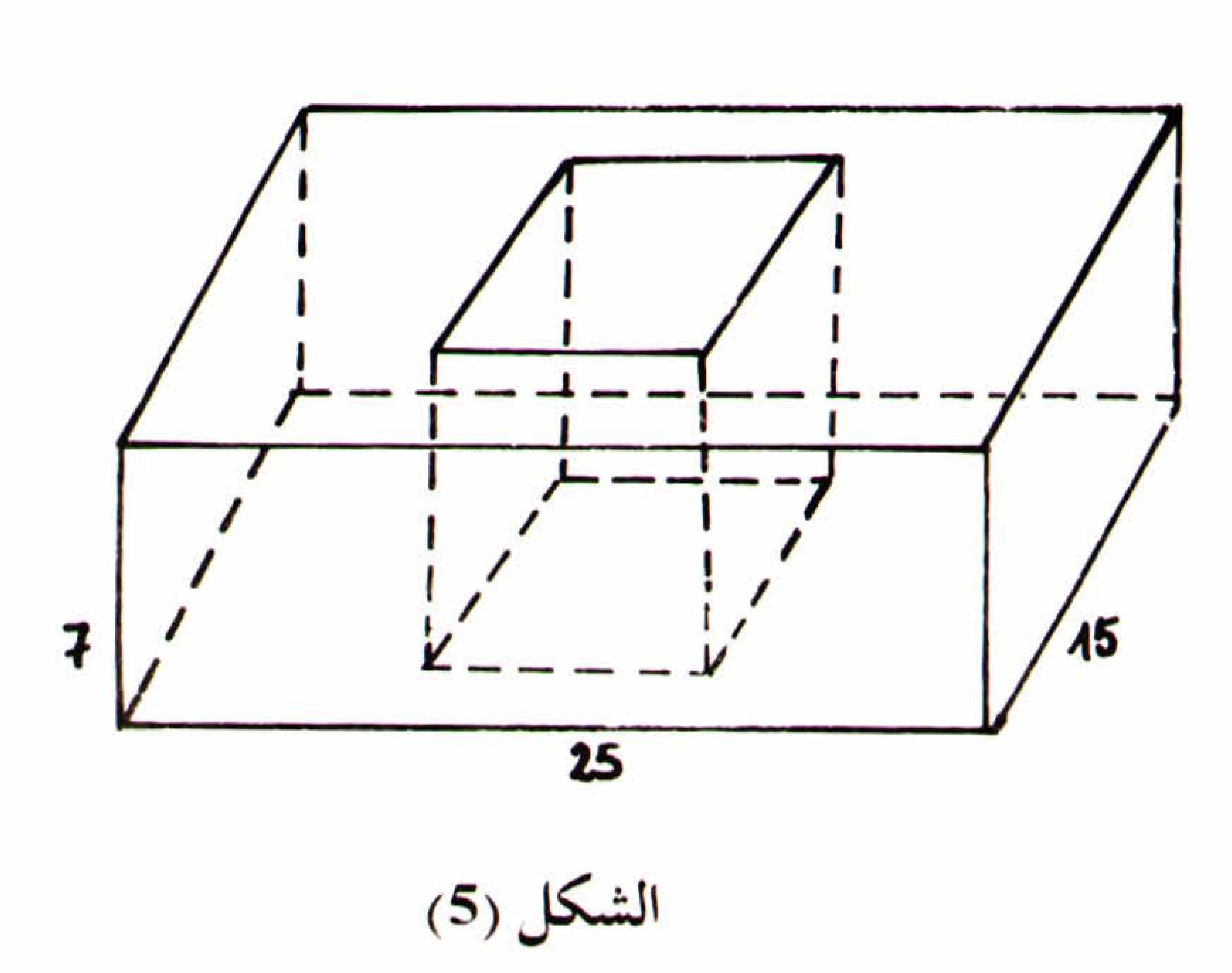
12. قطعة خشبية شكلها متوازي مستطيلات أبعاده هي :

25 سم ، 15 سم ، 7 سم ، ثقبت ثقباً يصل بين قاعدتيها بشكل مكعب .

1) احسب حجم الثقب ومساحته الجانبية .

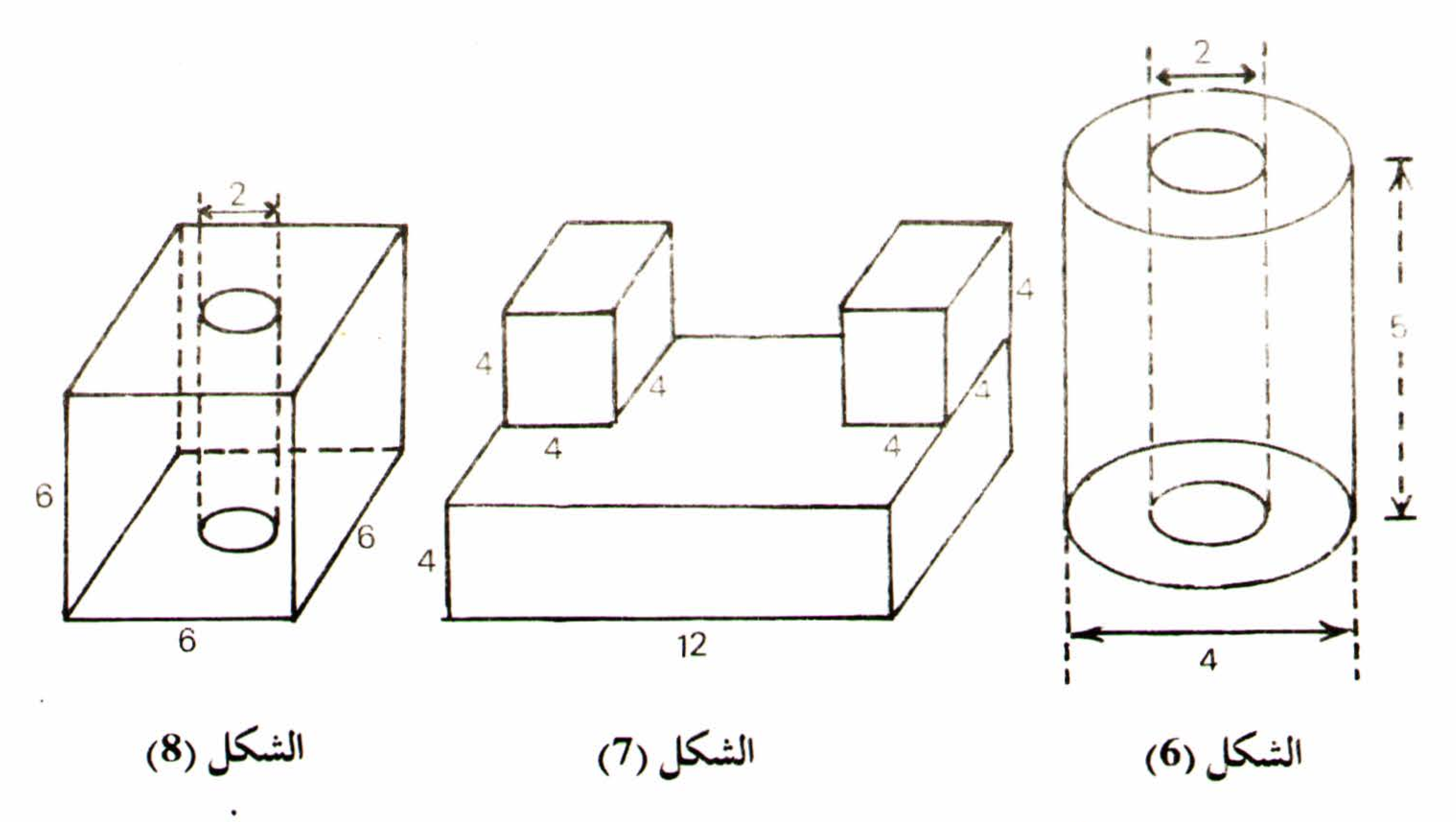
2) احسب حجم القطعة الخشبية بعد ثقبها .

3) احسب المساحة الكلية لقطعة الخشب . بعد ثقبها .



الشكل (5)

13. احسب المساحة الكلية والحجم لكلّ من المجسمات الممثلة بالأشكال الآتية .



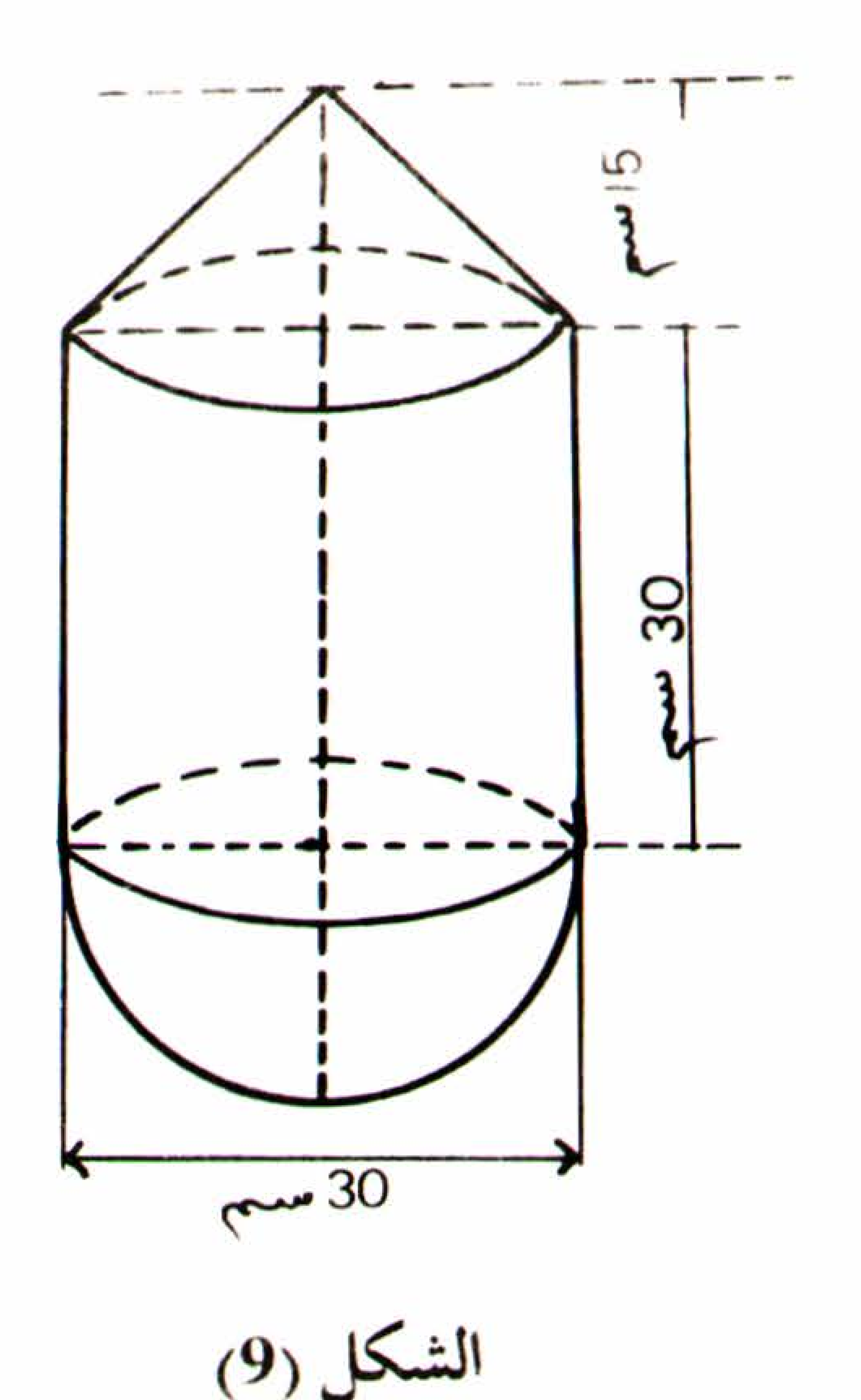
الشكل (8) الشكل (7) الشكل (6)

14. وُضعت كرةٌ من الزجاج في صندوق مكعب الشكل طول حرفه 20 سم .
فكانت سطوحه الداخلية تمَسُّ هذه الكرة .
احسب حجم الكرة وحجم الفراغ الذي بين الكرة والصندوق .

15. يمثل الشكل 9 مقطع عوّامة مكونة من مخروط (خ).
اسطوانة (س) ونصف كرة (ك) .

• احسب :

1) حجم المخروط (خ).
2) حجم الاسطوانة (س) .
3) حجم نصف الكرة (ك) .
4) حجم العوّامة .



الشكل (9)

تذكر

أجزاء المتر المكعب				الوحدة الأساسية لقياس الحجوم	أضعاف المتر المكعب	
مم^3	سم^3	دم^3		م^3	دام^3	هم^3
	أجزاء اللتر	ل	أضعاف اللتر			
	مل ، سل ، دل	الوحدة الأساسية للسعة	دال ، هل			

تعلم أن : **1 ل = 1 دم^3**

1) عبّر بالمتر المكعب عن كل ممّا يلي :

452 دم^3 و 720 سم^3 ؛ 18 م^3 65 دم^3 367 سم^3 ؛ 2 م^3 و 5728 سم^3 .

5.62 هل ، 77 ل ، 8545 سل ؛ 2 دال 35 دل ، 0.7 هل .

2) عبّر باللتر عن كل ممّا يلي :

5 هل و 27 دال ، 5758 مل ؛ 33 دل ، 750 مل .

5.475 م^3 ؛ 7 دم^3 و 43 سم^3 ؛ 15 سم^3 و 7530 مم^3 .

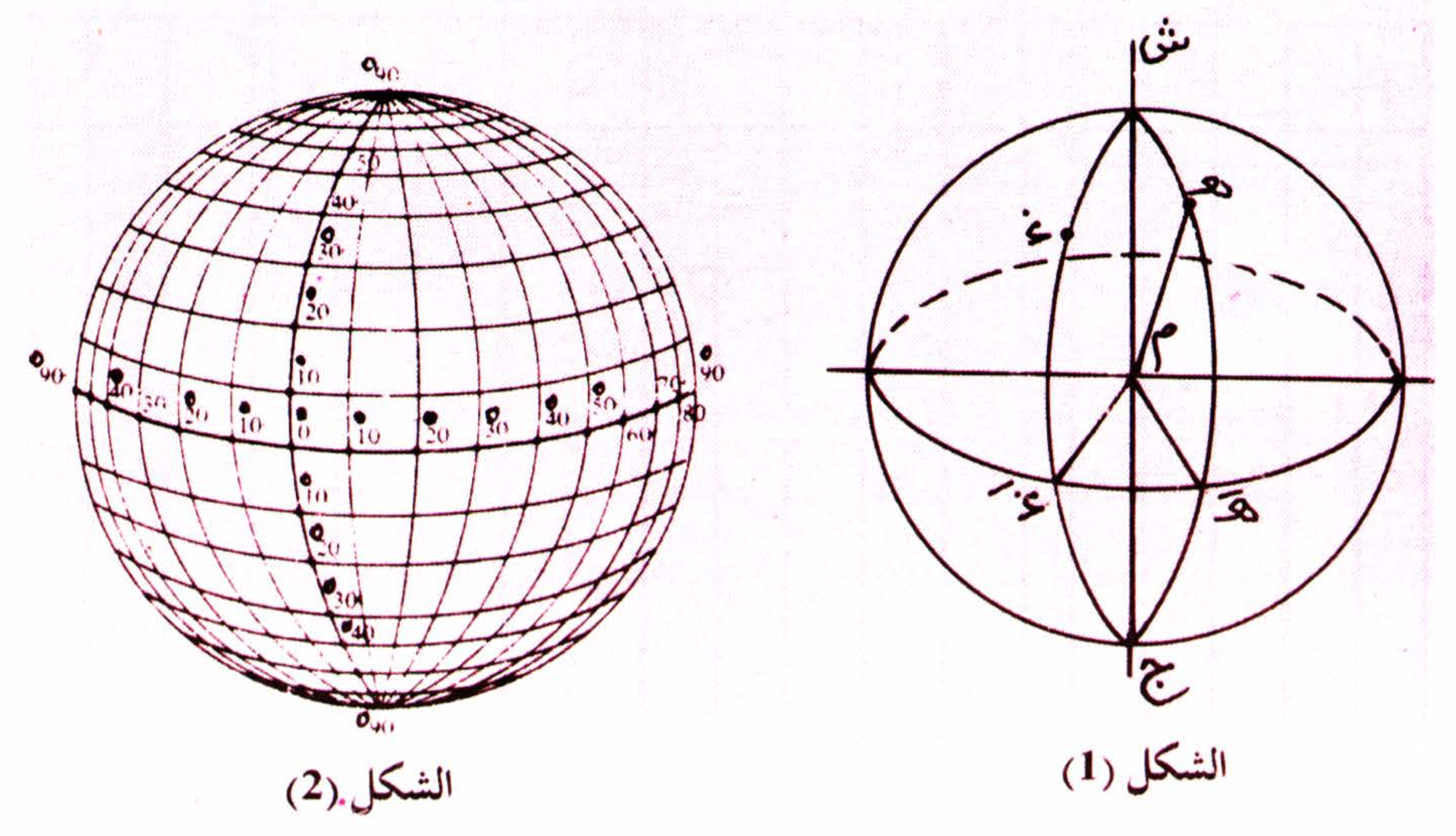
الكرة الأرضية

تعتبر الأرض تقريبا كرة طول نصف قطرها 6366 كم .

1) يمثل الشكل (1) الكرة الأرضية .

طرفا القطر [ش ج] هما القطبان الشمالي ش والجنوبي ج .

خط الاستواء هو حد القرص (م ، 6366 كم) الذي يعامد (ش ج)



الشكل (2) الشكل (1)

2) هـ نقطة من سطح الكرة الأرضية وتختلف عن القطبين ش ، ج .

نسمي خط زوال النقطة هـ نصف الدائرة التي قطرها [ش ج] وتشمل هـ . اختير خط الزوال المار بمدينة غرينيتش (قرب لندن) كخط الزوال المبدأ .

هـ' ، غـ' نقطتا تقطع خط الاستواء مع خط زوال النقطة هـ وخط غرينيتش على الترتيب .

ـ طول مكان النقطة هـ هو قيس القوس غـ' هـ' (متبوعا بالكلمة شرقاً أو غرباً حسب وقوع هـ بالنسبة إلى خط زوال غرينيتش)

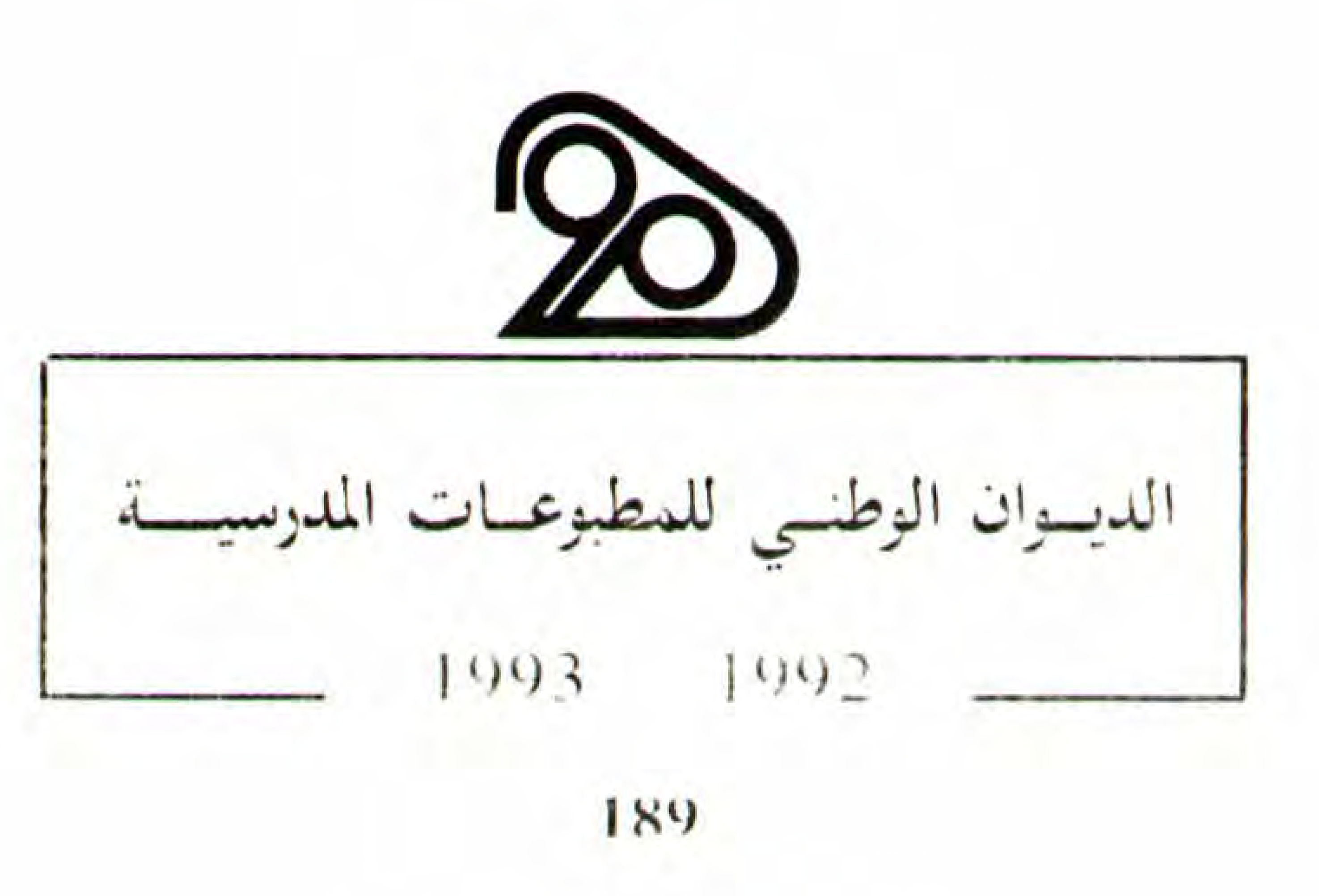
ـ عرض مكان النقطة هـ هو قيس القوس هـ هـ' (متبوعا بالكلمة شمالاً أو جنوباً حسب وقوع هـ بالنسبة إلى خط الاستواء) .

ـ الثنائية المرتبة (طول هـ ، عرض هـ) تمثل الاحداثيين الجغرافيين للنقطة هـ .

مثلاً : الاحداثيان الجغرافيان للجزائر العاصمة هما :

($3^{0}3'$ شرقاً ، $36^{0}45'$ شمالا) .




الديوان الوطني للمطبوعات المدرسية
1993 1992

189


تصوير ومعالجة
كمال عمروسي
ذاكرة المدرسة الجزائرية





المعهد التربوي الوطني - الجزائر